

Del IV

Električni in magnetni pojavi

Poglavje 17

Osnove elektrostatiike

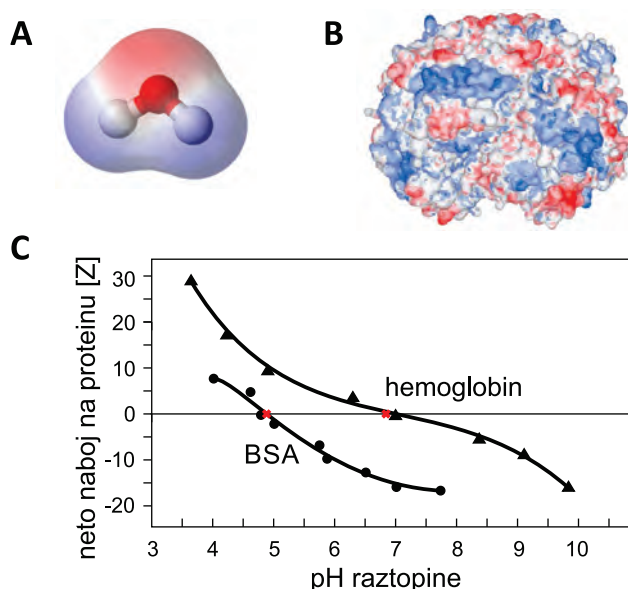
17.1 Električni naboj v bioloških sistemih

Poleg mase je električni naboj ena od najpomembnejših lastnosti osnovnih gradnikov narave. V nasprotju z maso je lahko naboj tudi negativen – med osnovnimi delci ima npr. elektron negativen naboj, proton pozitivnega, nevtron pa je nevtralen oz. nima naboja. Po absolutni vrednosti sta naboja elektrona in protona enaka t. i. *osnovnemu naboju*, $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As. Enota za naboj je torej amper-sekunda, pri čemer je enota amper (A) ena od osnovnih enot pri elektriki (kasneje bomo videli, da z njo merimo električno tok).

Enaki naboji se med seboj odbijajo in nasprotni privlačijo, vendar v vsakdanjem življenju te sile redko opazimo, saj je snov ponavadi sestavljena iz enakega števila pozitivnih in negativnih nabojev ter je navzven električno nevtralna. Povsem drugače je v svetu molekul, saj tam vlada ravno električna sila med naboji, ki na majhni skali ne morejo biti povsem enakomerno porazdeljeni. Prav zaradi električne sile so elektroni in protoni ujeti v atome, električna sila drži skupaj atome v molekulah in zaradi električne sile se molekule združujejo v snovi.

Električno nabiti atomi in molekule se imenujejo *ioni*: če je v njih presežek elektronov nad protoni, se imenujejo *anioni*, v nasprotnem primeru pa jih imenujemo *kationi*. Kuhinjska sol npr. v vodi disociira v natrijev kation (Na^+) in klorov anion (Cl^-). Mnoge molekule so sicer električno nevtralne, a je naboj v njih razporejen nesimetrično in so zato *polarne*. Taka je npr. molekula vode, pri kateri je stran s kisikom malo bolj negativna od strani z vodikoma (slika 17.1A). Poseben primer takih molekul so t. i. *ioni-dvojčki* oz. *zwitterioni*, pri katerih je ena stran nabita z enim, druga pa z nasprotnim nabojem.

Električni naboj označimo z e , število osnovnih nabojev na nekem delcu pa z valenco iona Z ($e = Ze_0$). Elektron in Cl^- imata tako $Z = -1$, nevtron $Z = 0$, proton in Na^+ imata $Z = 1$, ion magnezija Mg^{2+} pa $Z = 2$.



Slika 17.1: Shematski prikaz razporeditve naboja A) na molekuli vode in B) na proteinu hemoglobinu pri nevtralni vrednosti pH. Z modro barvo so prikazani pozitivno nabiti deli, z rdečo pa negativno nabiti. C) Odvisnost naboja na proteinu od pH raztopine za hemoglobin (trikotniki) in serumski albumin (BSA, krogi). Izoelektrična točka hemoglobina je približno 6,8, BSA pa približno 4,7.

Na bioloških molekulah je razporeditev naboja lahko še mnogo bolj zapletena, saj so te molekule velike in imajo lahko veliko nabitih ali polarnih skupin (slika 17.1B). Poleg tega lahko mnoge biološke molekule izmenjujejo protone z raztopino, zato je njihov naboj odvisen od pH raztopine. Spomnimo se namreč, da je pH raztopine merilo za koncentracijo vodikovih ionov v raztopini:

$$\text{pH} = -\log c_{\text{H}^+} \quad (17.1)$$

pri čemer moramo v zgornjo enačbo vstaviti molarno koncentracijo.

Pri proteinih protone z raztopino izmenjujejo predvsem proste amino- ($-\text{NH}_3^+ \rightleftharpoons -\text{NH}_2 + \text{H}_{(\text{aq})}^+$) in karboksilne skupine ($-\text{COOH} \rightleftharpoons -\text{COO}^- + \text{H}_{(\text{aq})}^+$). Pri DNA je nosilka naboja fosfatna skupina v verigi (PO_4^-), zaradi česar

ima pri nevtralnem pH vsak bazni par dva negativna naboja.

Pri nizkem pH je v raztopini veliko protonov, zaradi česar se jih nekaj preseli tudi na ustrezne skupine na makromolekulah, ki zato postanejo pozitivno nabite. Obratno se zgodi pri visokem pH – protoni se iz molekul preselijo v raztopino, molekule pa ostanejo negativno nabite. Naboj na makromolekulah zato ponavadi pada z naraščanjem pH, točko v kateri je naboj na molekuli enak nič pa imenujemo *izoelektrična točka* (slika 17.1C). DNA je npr. pri nevtralnem pH negativno nabita, njena izoelektrična točka pa je približno pri pH 5. Tudi glave mnogih lipidnih molekul so nabite; glave fosfolipida fosfatidilserin (PS) npr. pri nevtralnem pH nosijo en negativni naboj (njihova izoelektrična točka je pri približno pH 1).

17.2 Sila med točkastima nabojema

Ena od osnovnih lastnosti električnih nabojev je, da se med seboj privlačijo oz. odbijajo z električno silo. Električno silo med dvema nabojema v praznem prostoru opisuje znameniti Coulombov zakon

$$F_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (17.2)$$

kjer je r razdalja med nabojema e_1 in e_2 , ϵ_0 pa je influenčna konstanta ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$). Naboja z enakim predznakom se odbijata, z nasprotnim pa privlačita.

Če je v prostoru več nabojev, Coulombova sila deluje med vsakim parom nabojev, pri čemer prisotnost ostalih nabojev ne vpliva na velikost sile med dvema nabojema. Coulombova sila je torej aditivna: sila na izbran naboj je vsota sil vseh ostalih nabojev v prostoru na ta naboj. Če bi npr. želeli ugotoviti, kako se bo nabita makromolekula obnašala v bližini nabite celične membrane, bi v principu to lahko izračunali s pomočjo enačbe 17.2. Zaradi velikega števila nabojev na membrani, s katerimi bi morali izračunati Coulombovo silo, pa bi bil tak račun precej zahteven in ga v praksi ne moremo enostavno izvesti. Na srečo si lahko pri opisovanju električnih sil v sistemih z velikim številom nabojev pomagamo s konceptom električnega polja, ki ga bomo spoznali v prihodnjem razdelku.

17.3 Električno polje

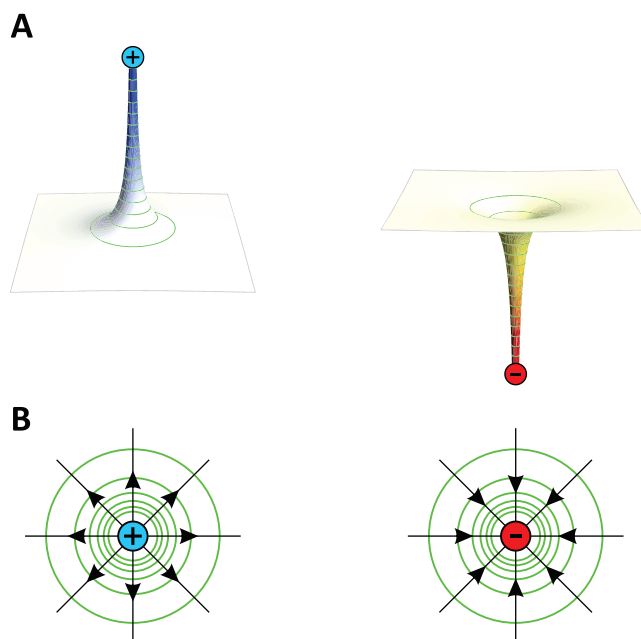
Interakcije med nabitimi delci, ki jih sicer opisuje Coulombova sila (en. 17.2), lahko zelo nazorno opisujemo tudi s pomočjo koncepta *električnega polja*. Predstavljamo si lahko namreč, da vsak naboj v svoji okolici ustvarja električno polje in da to električno polje nato s silo deluje na druge naboje. Na prvi pogled se nam mogoče zdi, da je koncept polja nepotrebna komplikacija, a do konca poglavja bomo spoznali, da nam koncept polja zelo olajša razumevanje mnogih električnih pojavov, nepogrešljiv pa je tudi pri razumevanju magnetizma. V tem razdelku bomo električno polje opisali na primeru polja v okolici točkastega naboja, v nadaljevanju pa bomo opisali še polje v drugih primerih.

Najprej se spomnimo poglavja pri mehaniki, v katerem smo pokazali, da lahko na obnašanje masnih teles v gravitacijskem polju enakovredno gledamo skozi oči sile ali energije. Električna sila je podobno kot sila teže tudi konservativna, zato lahko pri njej uporabimo enak trik (matematični zapis Coulombovega zakona je zelo podoben zapisu gravitacijskega zakona). Vpeljemo torej električno polje, ki ga opisujemo z *električnim potencialom* (φ) in *jakostjo električnega polja* ($\vec{E}$). Predstavljamo si namreč lahko, da negativni naboj v prostoru ustvari potencialno jamo, pozitivni pa potencialni vrh (slika 17.2A). Drug naboj, ki ga postavimo v to električno polje, bo čutil silo, ki je sorazmerna strmini potencialnega brega. Pozitivne naboje električna sila tako vleče proti nižjemu potencialu, negativne pa proti višjemu potencialu (to je drugače kot pri gravitaciji, kjer je masa lahko le pozitivna in zato maso vedno vleče proti dolini, tj. proti nižjemu potencialu).

Jakost električnega polja si lahko lepo predstavljamo s pomočjo *silnic*, ki prikazujejo, kakšna sila bi delovala na pozitivni naboj, ki bi ga postavili v polje. Na sliki 17.2B so predstavljene silnice v okolici točkastega naboja. Sila na pozitivni naboj, ki ga postavimo v tako polje, bo kazala v smeri silnic, sila na negativni naboj pa ravno v nasprotni smeri. Velikost sile v neki točki prostora je sorazmerna gostoti silnic v tisti točki: silnice, ki se širijo iz točkastega naboja, z oddaljenostjo od njega postajajo vedno redkejše, kar se ujema z enačbo za Coulombovo silo (en. 17.2), ki pravi, da sila okoli točkastega naboja pada s kvadratom razdalje.

Če se v električnem polju premikamo vzdolž silnic, se nam torej spreminja potencial, če pa se premikamo pravokotno na silnice, ostajamo vseskozi na istem potencialu. Črte, ki povezujejo točke z istim potencialom, imenujemo *ekvipotencialne črte* in so analogne plastnicam (izohipsam), tj. črtam, ki na zemljevidih povezujejo točke z isto višino.

Opis električnega polja nadgradimo še z enačbam:



Slika 17.2: Električno polje v okolici točkastega naboja. A) Prikaz električnega potenciala v okolici pozitivnega in v okolici negativnega naboja. Pozitivni naboj okoli sebe ustvari potencialni vrh, negativni pa jamo. Z zeleno so označene ekvipotencialne črte, tj. črte ki povezujejo točke na enaki višini potenciala. B) Prikaz električnih silnic za oba primera. Silnice vedno kažejo navzdol po potencialnem bregu in so vedno pravokotne na ekvipotencialne črte (sliki B sta pogleda s ptičje perspektive na sliki A). Silnice električnega polja nakazujejo smer sile na pozitivni naboj, ki bi ga postavili v polje, in torej kažejo stran od pozitivnega oz. proti negativnem naboju. Električno polje torej pozitivne naboje vleče proti dnu potencialne jame, negativne pa proti vrhu.

- Električna sila, ki jo čuti naboj v električnem polju, je sorazmerna velikosti naboja in jakosti električnega polja:

$$\vec{F}_e = e\vec{E} . \quad (17.3)$$

Jakost električnega polja v neki točki prostora je torej vektor, ki kaže v isto smer, kot kaže električna sila na pozitivni naboj v tisti točki. Sila na negativni naboj kaže v nasprotni smeri kot silnice.

- Električna sila je sorazmerna strmini električnega potenciala, tj. odvo-

du potenciala po prostoru (tj. gradientu potenciala). Če se potencial spreminja le v smeri x torej velja:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} . \quad (17.4)$$

Minus v zgornji enačbi nakazuje, da silnice kažejo v smer proti nižjemu potencialu.

- Zgornjo zvezo lahko tudi obrnemo: če se vzdolž silnice premaknemo za razdaljo Δx , se nam potencial spremeni za

$$\Delta\varphi = -E\Delta x . \quad (17.5)$$

Minus v enačbi spet pomeni, da se med premikanjem v smeri silnic potencial niža.

- Če se premikamo pravokotno na silnice, se nam potencial ne spremeni. Gibljemo se torej po ekvipotencialni črti.
- Na naboj v polju deluje sila, zato je vsako premikanje naboja vzporedno s silnicami povezano z delom $A = F\Delta x$, to delo pa je povezano s spremembo električne potencialne energije. Primerjava zgornjih enačb nam pove, da je električna potencialna energija naboja e v potencialu φ torej

$$W_e = e\varphi . \quad (17.6)$$

- Končno je nastopil čas, da vpeljemo eno od najbolj osnovnih električnih količin: električna napetost med dvema točkama v prostoru je potencialna razlika med tema dvema točkama:

$$U = \Delta\varphi . \quad (17.7)$$

Napetost torej igra vlogo višinske razlike pri gravitacijskem potencialu in jo v praksi srečamo večkrat kot absolutno vrednost električnega potenciala. Slednja je pravzaprav stvar dogovora, napetost pa je merljiva količina.

- Če zadnji dve enačbi združimo, ugotovimo, da se naboju, ki prepotuje napetost U energija spremeni ravno za

$$\Delta W_e = eU . \quad (17.8)$$

S to enačbo je povezana enota za energijo eV, ki opisuje spremembo električne energije osnovnega naboja, ki prepotuje napetost 1 V. Velja kar $1 \text{ eV} = e_0 \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. To enoto uporabljamo za opisovanje energij v svetu atomov, saj so le-te ravno reda velikosti eV in je zato tam enota J nepraktična.

Oboroženi z novimi definicijami lahko zapišemo jakost električnega polja in električni potencial v okolici točkastega naboja. S primerjavo enačb 17.2 in 17.3 ugotovimo, da točkasti naboj e okoli sebe ustvarja električno polje z jakostjo

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} , \quad (17.9)$$

kjer je r razdalja do tega naboja (izraz za Coulombovo silo dobimo, če si predstavljamo, da naboj e_2 okoli sebe ustvarja polje, ki s silo deluje na naboj e_1 , ter združimo enačbi 17.3 in 17.9).

S pomočjo zveze, da je jakost električnega polja enaka odvodu potenciala po kraju, lahko tudi le z našim znanjem matematike uganemo izraz za višino električnega potenciala v okolici točkastega naboja

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} . \quad (17.10)$$

Vsak lahko preveri, da z odvajanjem enačbe 17.10 po r dobimo ravno enačbo 17.9 (minus, ki se pojavi pri odvajanju, se izniči z minusom iz enačbe 17.4). Jakost električnega polja torej pada s kvadratom oddaljenosti od točkastega naboja, električni potencial pa obratno sorazmerno z oddaljenostjo.

17.4 Dipol

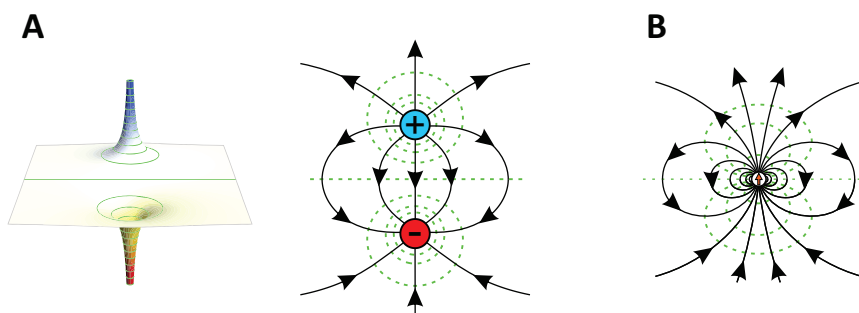
Polarne molekule so navzven sicer električno nevtralne, a zaradi nesimetrično razporejenega naboja kljub temu v svoji okolici ustvarjajo električno polje. Najpreprostejša razporeditev naboja je t. i. *električni dipol*, pri katerem sta blizu skupaj pozitivni in negativni naboj, ki sta po velikosti enaka. Kasneje bomo videli, da se zaradi električne aktivnosti srca tudi okoli njega ustvarja dipolno

električno polje in da nam poznavanje takega polja pomaga pri razumevanju EKG.

Enačba, ki opisuje električno polje v okolici dipola, je zapletena, a si to polje lahko grafično vseeno nazorno predstavljamo. Če pozitivni in negativni naboj iz slike 17.2 postavimo blizu skupaj, dobimo sosednja vrh in jamo, kot ju prikazuje slika 17.3A. Silnice polja dipola torej "izvirajo" v pozitivnem naboju in "poniknejo" v negativnem. Kako velik je dipol in njegovo usmerjenost opisujemo z *vektorjem električnega dipola*, ki je definiran kot produkt velikosti nabojev v dipolu in razdalje med njima:

$$\vec{p}_e = e\vec{r}, \quad (17.11)$$

pri čemer vektor dipola po dogovoru kaže od negativnega proti pozitivnem naboju. Velikost vektorja dipola imenujemo tudi *električni dipolni moment*. Večji kot je električni dipolni moment molekule, bolj polarna je molekula. Pri mnogih polarnih molekulah se naboj niti ne razmakne v dobro definirana točkasta naboja na določeni razdalji, a si njihove dipole vseeno predstavljamo kot vektorje električnega dipola, ki kažejo od negativne proti pozitivni nabiti strani molekule ter okoli sebe ustvarjajo značilno dipolno električno polje (17.3B).

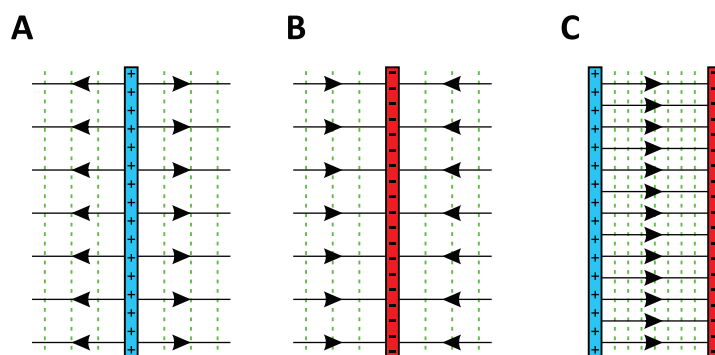


Slika 17.3: Električno polje v okolici dipola. A) Prikaz električnega potenciala in ustreznih silnic. Ekvipotencialne črte so označene z zeleno. Pozitivni naboj, ki se znajde v bližini dipola, čuti električno silo v smeri silnic oz. v smeri proti nižjemu potencialu. B) Pri polarnih molekulah je težko govoriti o dveh popolnoma ločenih točkastih nabojih, zato si njihov dipol predstavljamo kot vektor, ki kaže od negativne strani molekule proti pozitivni strani, velikost vektorja pa je sorazmerna s polarnostjo (vektor dipola je na sliki shematično označen z oranžno puščico). Čeprav posameznih točkastih nabojev v taki molekuli ne razločimo, pa tudi taka molekula okoli sebe ustvarja značilno dipolno električno polje.

Pri vodi (slika 17.1) je težko govoriti o dobro definiranih ločenih točkah nabojih, vseeno pa ima molekula vode zaradi svoje polarnosti relativno velik električni dipolni moment. Velikost dipolnega momenta izolirane molekule vode je $p_e = 6,1 \cdot 10^{-30} \text{ As nm} \approx 40e_0\text{pm}$. Dipolni moment vode je torej ekvivalenten momentu, ki bi ga dobili, če bi bila pozitivni in negativni osnovni naboj med seboj oddaljena 40 pm (za primerjavo: razdalja med kisikom in vodikom v molekuli vode je približno 96 pm).

17.5 Nabita površina, kondenzator

Zadnja porazdelitev naboja, pri kateri si bomo podrobneje ogledali električno polje, je velika enakomerno nabita ravna površina. V bližini take površine lahko silnice kažejo le pravokotno nanjo, saj se vzporedne komponente zaradi simetrije med seboj izničijo (slika 17.4). Polje v bližini nabite površine je torej homogeno in ni odvisno od razdalje od površine (kasneje bomo videli, da to ne velja, če so v okolici površine prosti ioni, kot so npr. v fiziološki raztopini). Silnice seveda kažejo stran od pozitivno nabite površine oz. proti negativno nabiti površini, ekvipotencialne črte pa so površini vzporedne.



Slika 17.4: A) Električno polje v okolici pozitivno nabite površine, B) okoli negativno nabite površine in C) med pozitivno in negativno površino (npr. v kondenzatorju ali v celični membrani). Če so površine velike in enakomerno nabite, je polje v vseh treh primerih homogeno, silnice kažejo pravokotno na površino, ekvipotencialne črte pa so vzporedne površini.

Dve sosednji nasprotno nabiti površini imenujemo *kondenzator*. Taka porazdelitev naboja je v naših telesih prisotna npr. na celičnih membranah, ki so na eni strani pogosto nabite drugače kot na drugi (več o tem še kasneje, ko

bomo obravnavali prekomembarnski potencial). Ker je električno polje aditivno, je v primeru dveh ravnih površin polje med njima še enkrat večje kot v primeru ene same površine, na zunanji strani pa polja sploh ni (slika 17.4C). Natančen račun pokaže, da je jakost električnega polja med nabitima ravnima površinama, med katerima je prazen prostor, enaka

$$E = \frac{e}{\epsilon_0 S} . \quad (17.12)$$

Večja kot je gostota naboja na površini (e/S), večje je polje med njima. Ker so silnice med površinama vzporedne, je potencialna razlika med njima kar $\Delta\varphi = Ed$, kjer je d razdalja med površinama (ta rezultat sledi neposredno iz enačbe 17.5). Če zgornje enačbe združimo, dobimo pomembno zvezo med nabojem in napetostjo med nabitima površinama kondenzatorja:

$$e = CU , \quad (17.13)$$

kjer je C kapaciteta kondenzatorja, katere vrednost je za ravne površine enaka

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} . \quad (17.14)$$

Enota za kapaciteto je farad, $1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}$. Kapaciteta je torej sorazmerna velikosti površin, na katerih je nabran naboj, in obratno sorazmerna razdalji med površinama. Tipične kapacitete bioloških membran so reda velikosti 10^{-2} F/m^2 (primer 17.1).

Primer 17.1: kapaciteta membrane in akcijski potencial

Ocenimo, koliko molov ionov Na^+ mora preiti preko membrane celice, da se ustvari prekomembranska napetost 100 mV (za približno tako vrednost se prekomembranska napetost spremeni pri nastanku akcijskega potenciala v živčnih celicah). Za lažji račun privzemimo, da je celica okrogla in ima radij $10 \mu\text{m}$.

Celotna kapaciteta membrane take celice je

$$C = 10^{-2} \text{ F/m}^2 \cdot 4\pi(10 \mu\text{m})^2 = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ F} \quad (17.15)$$

Količino naboja, ki je potrebna za vzpostavitev prekomembranske napetosti 100 mV, izračunamo s pomočjo enačbe 17.13:

$$e = CU = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ As/V} \cdot 100 \text{ mV} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ As} = 7,85 \cdot 10^6 e_0 \quad (17.16)$$

Za vzpostavitev akcijskega potenciala torej potrebujemo le nekaj manj kot 8 milijonov ionov Na^+ .

Ocenimo še, za koliko se ob tem spremeni koncentracija natrijevih ionov v celici:

$$c = \frac{n}{V} = \frac{N}{N_A V} = \frac{7,85 \cdot 10^6 \text{ mol}}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ l}} = 3,1 \mu\text{M} \quad (17.17)$$

pri čemer smo upoštevali, da je prostornina celice $V = 4/3\pi r^3 = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ l}$. Ob vzpostavitvi akcijskega potenciala se torej v celici koncentracija natrijevih ionov poveča zanemarljivo malo (tipične koncentracije natrija v celicah so reda velikosti 10 mM)!

Poglavje 18

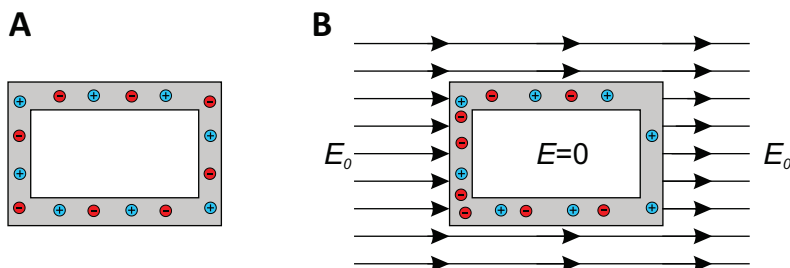
Električno polje v snovi

Enačbe za električno polje, ki smo jih napisali do sedaj, veljajo v praznem prostoru, ne pa tudi v snovi. Vsaka snov je namreč tudi sama sestavljena iz nabitih delcev, ki s svojo prisotnostjo vplivajo na električno polje. V tem poglavju si bomo ogledali tri primere interakcije med poljem in snovjo, ki so pomembni v za medicino.

18.1 Kovine: Faradayeva kletka

Ena glavnih značilnost kovin je, da so v njih prosti, dobro gibljivi elektroni (kovine so zaradi tega dobri prevodniki električnega toka). Če kovino postavimo v električno polje, električna sila (enačba 17.3) proste elektrone povleče v smer proti silnicam polja, pozitivna jedra atomov v kovini pa se ne morejo premakniti, saj so vpeta v snovi (slika 18.1). Razporejanje naboja ustvari električno polje, ki je ravno nasprotno zunanjemu (silnice polja, ki nastane zaradi razporejanja, kažejo od pozitivnega naboja proti negativnemu), zaradi česar se električno polje v kovini zmanjša. Naboji se razporejajo toliko časa, dokler je v kovini še prisotno polje, ravnovesje pa je doseženo, ko se polje v kovini dokončno izniči. Ker se razporejanje naboja v kovinah zgodi zelo hitro, v notranjosti kovin praktično nikoli ni električnega polja, ne glede na to, kaj se s poljem dogaja zunaj njih.

Zgoraj opisani pojav izrabimo pri t. i. *Faradayevi kletki*. Če namreč nek prostor ovijemo v kovino, zaradi prerazporejanja naboja v kovini tudi v prostoru znotraj nje ni električnega polja, ne glede na to, kakšno je polje v okolici. Pojav do neke mere deluje celo, če je okoli prostora ovita le kovinska mreža. V Faradayevi kletki zato npr. izvajamo vse zahtevne električne meritve, ki bi



Slika 18.1: Shematični prikaz delovanja Faradayeve kletke. A) Kovine so snovi s prosto gibljivimi elektroni (pozitivna jedra atomov kovine so trdno vpeta v kovino in se ne morejo premikati). Če na kovino ne deluje električno polje, so elektroni v kovini razporejeni enakomerno. B) Če kovino postavimo v zunanje električno polje E_0 , se zaradi električne sile elektroni pomaknejo v smer nasproti električnih silnic, za seboj pa pustijo pozitivno nabita atomska jedra. Prerazporejeni naboji ustvarjajo električno polje, ki je ravno nasprotno zunanjemu (silnice zaradi prerazporejenih nabojev kažejo od + proti –). Elektroni se premikajo, dokler je v kovini še prisotno električno polje in v zelo kratkem času dosežejo ravnovesje, ko se njihovo in zunanje polje ravno izničita in je polje znotraj kovine enako 0. Prostor, obdan s kovino, je tako izoliran pred zunanjim električnim poljem.

jih lahko zmotili vplivi električnega polja iz okolice. Pojav lahko enostavno preizkusimo tudi sami: če prenosni telefon zavijemo v nekaj plasti alufolije, telefon ne bo več mogel sprejemati klicev, saj telefonski signal ne bo več mogel prodreti do njega (telefonski signal se prenaša preko mikrovalov, ki so elektromagnetno valovanje). Omenimo še, da popolne elektro-magnetne izolacije ni enostavno izdelati, saj nas Faradayeva kletka varuje le pred električnim poljem, ne pa tudi pred magnetnim - zelo težko je npr. narediti dobro izolacijo za magnetna polja z nizko frekvenco.

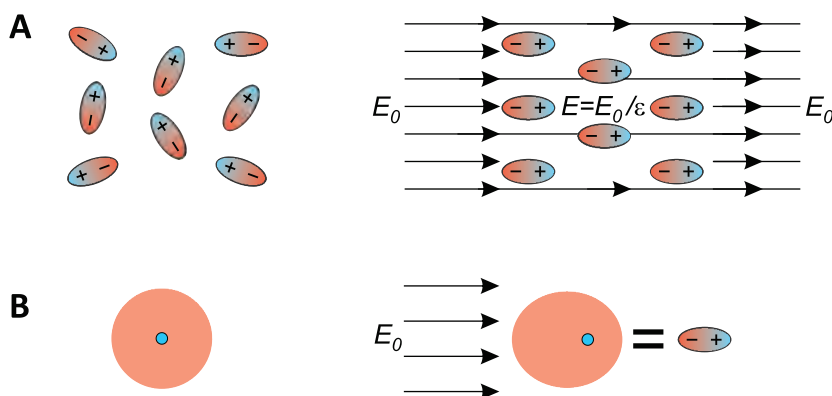
18.2 Neprevodne snovi

V neprevodnih snoveh sicer ni prostih nabojev, ki bi se lahko premikali pod vplivom zunanjega električnega polja, kljub temu pa lahko tudi v takih snoveh naboj v molekulah interagira z zunanjim poljem in mu nasprotuje. Interakcijo med snovjo in poljem si lahko najlažje predstavljamo na primeru polarnih molekul (slika 18.2A). Električno polje vleče pozitivni del molekule v eno smer, negativni del molekule pa v nasprotno. Na polarno molekulo v homogenem električnem polju tako ne deluje neto sila, ampak le navor, ki molekulo obrne

v smer silnic¹. Če se spomnimo definicije navora (enačba 3.5 pri mehaniki) in definicije električnega dipola (enačba 17.11), lahko izračunamo, da je navor polja na molekulo enak vektorskemu produktu med dipolom molekule in jakostjo električnega polja:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} \quad \text{oz.} \quad M = p_e E \sin \alpha, \quad (18.1)$$

kjer je α kot med dipolom in silnicami polja. Navor je torej največji, če je dipol pravokoten na silnice, če pa je dipol vzporeden silnicam, je navor v homogenem polju enak 0.



Slika 18.2: Shematični prikaz delovanja vpliva zunanjega polja na molekule v neprevodni snovi. A) Polarne molekule (npr. voda). Levo: če na molekule ne deluje zunanje električno polje, so v povprečju orientirane naključno. Desno: v zunanjem polju (E_0) se snov polarizira, saj se zaradi delovanja električne sile molekule obrnejo v smeri polja. Polarizirana snov ustvarja polje, ki kaže v obratno smer od zunanjega, zaradi česar se celotno polje v snovi zmanjša. Dielektričnost snovi (ϵ) pove za kolikokrat je polje v snovi (E) manjše od zunanjega. B) Do podobnega efekta pride tudi pri nepolarnih molekulah (npr. žlahtnih plinih). Levo: če na nevtralno molekulo ne deluje zunanje polje, je negativni elektronski oblak simetrično razporejen okoli pozitivnih jeder. Desno: zunanje polje povzroči, da se elektronski oblak in jedro razmakneta, zaradi česar se molekule polarizirajo. Zaradi tega imajo tudi snovi iz nepolarnih molekul svojo dielektričnost.

Zaradi obračanja molekul se pod vplivom zunanjega električnega polja na-

¹V posebnih situacijah lahko v snovi ustvarimo zelo nehomogeno polje, zaradi česar pozitivni in negativni del polarne molekule ne čutita enako velike sile. V takem primeru polje na polarno molekulo ne deluje le z navorom, ampak tudi s silo.

boj malo prerazporedi tudi v neprevodnih snoveh (slika 18.2A). V primerjavi s kovinami pa je v njih prerazporejanje naboja bistveno manjše, zato se v neprevodnih snoveh polje le zmanjša in ne izgine popolnoma. Zmanjšanje polja v snovi je odvisno od lastnosti, ki jo imenujemo *dielektričnost* (ϵ) in je definirana z

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}, \quad (18.2)$$

pri čemer je E_0 zunanje električno polje, E pa polje v snovi. Dielektričnost snovi torej nima enote in opisuje, za kolikšen faktor se v snovi zmanjša zunanje električno polje (ϵ je vedno večji od 1).

Dielektričnost imajo tudi snovi iz povsem nepolarnih molekul, npr. CH_4 ali molekule žlahtnih plinov. Take molekule sicer nimajo stalnega dipola, a se v električnem polju vseeno polarizirajo, saj se negativni elektronski oblak in pozitivno jedro razmakneta vsak v svojo smer ter tako ustvarita polje, ki kaže v nasprotno smer od zunanjega (18.2B). Za občutek: dielektričnost vode je 80 (voda je ena najbolj polarnih navadnih snovi), etanola približno 24, jedilnega olja okoli 3, plina helija pri normalnih pogojih pa približno 1,00007.

Ker je v snoveh manjše električno polje kot v praznem prostoru, so v snovi ustrezno drugačne tudi enačbe za jakost električnega polja. Če želimo enačbe, ki smo jih zapisali za prazen prostor, uporabiti tudi za opis polja v snovi, moramo v njih namesto ϵ_0 zapisati produkt $\epsilon\epsilon_0$. Coulombov zakon (enačba 17.2) za silo med dvema nabojema v snovi se tako napiše $F = e_1 e_2 / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2$. Podobno velja tudi za kapaciteto kondenzatorja (enačba 17.14): če v kondenzatorju ni praznega prostora ampak neprevodna snov, se mu kapaciteta poveča, saj velja $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$.

18.3 Ionske raztopine: senčenje naboja

Na koncu si oglejmo še, kako se električno polje obnaša v naših celicah, ki so napolnjene in obdane z ionsko raztopino (raztopini ionov pravimo tudi *elektrolit*). Ioni v raztopini so točkasti in prosto gibljivi naboji. Če zunanje polje ni prisotno, so kationi in anioni po raztopini razporejeni enakomerno in je raztopina električno nevtralna (če bi bil v neki prostornini pribitek ionov ene vrste, bi se ti med seboj odbijali in se razmikali vse dokler ne bi raztopina postala nevtralna). V prisotnosti zunanjega polja pa se zaradi električne sile ioni gibljejo vzporedno s silnicami. Čeprav so ionske raztopine s tega stališča

podobne kovinam, pa je koncentracija prostih nabojev v raztopinah bistveno manjša kot v kovinah, poleg tega pa je v raztopinah tudi več termičnega gibanja, zaradi česar se ionske raztopine pod vplivom električnega polja obnašajo malo drugače kot kovine.

Kot primer si pogledajmo, kakšno električno polje čutijo nabite makromolekule v raztopini, ki se znajdejo v bližini nabite površine, npr. celične membrane (slika 18.3). Če bi bila nabita površina v praznem prostoru, bi bilo polje okoli nje tako kot na sliki 17.4 in bi torej segalo (neskončno) daleč stran. V ionski raztopini je drugače, saj naboj z membrane privlači nasprotno ione iz raztopine, ki se zato naberejo ob membrani ter električno polje membrane *zasenčijo*. Zaradi termičnega gibanja ionov to senčenje ni popolno in v bližini membrane električno polje vseeno obstaja – zahteven račun pokaže, da električni potencial v ionski raztopini z oddaljenostjo od nabite površine pada eksponentno:

$$\varphi(x) = \varphi_0 e^{-x/\lambda_D}, \quad (18.3)$$

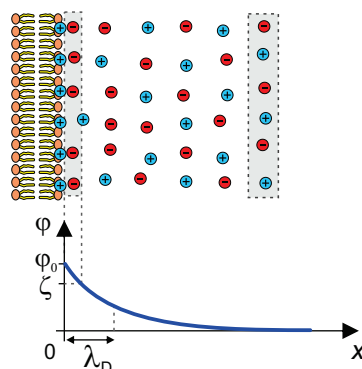
pri čemer značilno dolžino eksponentnega padanja λ_D imenujemo *Debyeova dolžina* (izg. “debajeva dolžina”).

Močnejše kot je senčenje, krajša je Debyeova dolžina. Z našim znanjem fizike lahko uganemo, da bo senčenje tem močnejše, čim večja bo koncentracija ionov v raztopini (če ionov ni, tudi senčenja ni). Poleg tega bo senčenje manjše pri višji temperaturi, saj je takrat termično gibanje močnejše preprečuje senčenje (z besedami termodinamike: nabiranje ionov ob površini zmanjšuje entropijo, kar s stališča proste entalpije ni ugodno). Natančen izračun pokaže, da je vrednost Debyeve dolžine enaka

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0 k_B T}{2e_0^2 N_A c_{\text{ion}}}} \approx \frac{0,3 \text{ nm}}{\sqrt{c_{\text{ion}}}} \quad (18.4)$$

kjer je $k_B T$ termična energija, ki smo jo spoznali pri termodinamiki, v imenovalcu pa je *ionska moč raztopine*², ki jo dobimo, če seštejemo molarne koncentracije vseh ionov v raztopini pomnožene s kvadratom naboja, ki ga nosijo, $c_{\text{ion}} = \frac{1}{2} \sum Z_i^2 c_i$. V drugem delu enačbe smo zmnožili vse konstante, upoštevali sobno temperaturo, koncentracijo pa moramo v enačbo vstaviti v enoti mol/l.

²V literaturi se ionska moč včasih imenuje tudi ionska jakost, označuje pa se tudi z μ ali z I ; pri nas bomo ta simbola raje uporabljali za magnetno permeabilnost in električni tok.



Slika 18.3: Shematični prikaz senčenja električnega polja nabite površine v ionskih raztopinah. Ob nabiti površini se naberejo ioni z nasprotnim nabojem, a lahko zaradi svojega termičnega gibanja naboj na površini zasenčijo le delno (zaradi entropije ioni ne morejo biti na miru in "pospravljeni" ob površini). Izkaže se, da električni potencial z oddaljenostjo od površine pada eksponentno z značilno dolžino, ki jo imenujemo Debyeova dolžina (λ_D), njena velikost v fiziološki raztopini pa je približno 1 nm. V fiziološki raztopini se električno polje torej čuti le nekaj nm daleč, na večji oddaljenosti pa je raztopina električno nevtralna (v izbrani prostornini je enako število pozitivnih in negativnih ionov). Na sliki je shematično prikazana tudi vrednost zeta potenciala površine (ζ), tj. potenciala na tisti razdalji od površine, pri kateri ioni na površino niso več adsorbirani.

Izračunajmo Debyeovo dolžino za fiziološko raztopino, ki je 0,15 M raztopina NaCl. Ker sta natrij in klor enovalenčna, je ionska moč take raztopine prav tako $c_{\text{ion}} = 0,15 \text{ M}$ ($c_{\text{ion}} = \frac{1}{2}((-1)^2 0,15 \text{ M} + (+1)^2 0,15 \text{ M})$), iz česar sledi, da je $\lambda_D \approx 0,8 \text{ nm}$. V fizioloških raztopinah je torej vrednost Debyeove dolžine le reda velikosti nm, zato lahko nabite makromolekule med seboj interagirajo le, če so manj kot nekaj nm narazen. Iz zgornjega razmisleka tudi sledi, da so interakcije med makromolekulami zelo odvisne od ionske moči raztopine, zato bi biokemijski procesi v destilirani vodi potekali precej drugače kot v fiziološki raztopini. V biokemijskih poskusih, v katerih nastopajo nabite molekule, moramo zato skrbeti ne le za pravo vrednost pH ampak tudi za ustrezno ionsko moč. Za konec omenimo še, da Debyeova dolžina v principu obstaja tudi v kovinah, a je tam zaradi velike gostote naboja zanemarljivo majhna.

Primer 18.1: zeta potencial

Zaradi senčenja se v ionskih raztopinah nabite površine svoji okolici kažejo manj nabitost, kot so v resnici. Pravzaprav je "nabitost površine" v takih primerih težko definirati, saj je težko potegniti ostro črto med površino in na površino adsorbiranimi ioni. Nabitost površin v ionskih raztopinah se zato pogosto raje opisuje z *zeta potencialom*, ki je kar vrednost električnega potenciala na tisti oddaljenosti od površine, pri kateri ioni niso več adsorbirani na površino (ta razdalja ni vedno dobro definirana, tipično pa je nekaj manj od Debyeve dolžine, slika 18.3). Zeta potenciali nabitih makromolekul so največ nekaj 10 mV. Za molekulo BSA se na območju pH s slike 17.1 zeta potencial npr. giblje med +20 mV pri pH = -3 in -20 mV pri pH = 7.

Poglavje 19

Električni tok

Električni tok je eden najosnovnejših električnih pojavov. Ne le, da električni tok poganja vse sodobne naprave, električni tok je tudi stalno prisoten v naših telesih in ima osrednjo vlogo pri mnogih fizioloških procesih.

Električni tok je povezan s premikanjem električnega naboja po prostoru. Smer električnega toka je po dogovoru enaka smeri gibanja pozitivnega naboja (in je torej nasprotna smeri gibanja negativnega naboja), velikost električnega toka pa opisuje količino naboja, ki se pretoči v določenem času:

$$I = \frac{e}{t} . \quad (19.1)$$

Ker je električni tok ena prvih opisanih električnih količin, si je prislužil osnovno električno enoto amper, A (enoto za naboj so definirali šele kasneje, zaradi česar je sestavljena iz ampera in sekunde). Če se tok s časom spreminja, moramo zgornjo enačbo zapisati z odvodom, $I = de/dt$.

V tem poglavju se bomo najprej spomnili osnovne zakonitosti električnega toka - Ohmovega zakona, nato si bomo pogledali, kako se tok prevaja skozi raztopine, kakšne so posebnosti izmeničnega toka ter na koncu opisali še električni tok skozi telo.

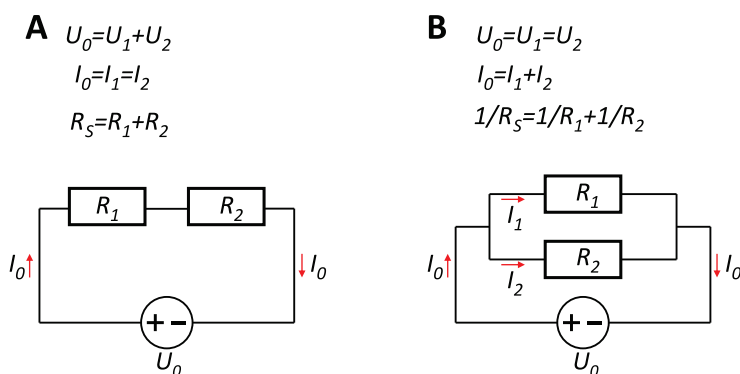
19.1 Ohmov zakon

Iz osnovne šole se spomnimo, da električni tok steče, če električni prevodnik priključimo na električno napetost, zvezo med njima pa opisuje znameniti Ohmov zakon:

$$U = RI, \quad (19.2)$$

kjer je U napetost, R pa električna upornost prevodnika. Enota za napetost je volt, V, enota za upornost pa ohm, $\Omega = \text{V/A}$. Električni tok teče od višjega električnega potenciala proti nižjemu (od $+$ proti $-$, smer električnega toka je torej enaka smeri gibanja pozitivnega naboja).

Za električni tok veljajo podobne zakonitosti kot za ostale tokove, ki smo jih srečali do sedaj (npr. za toplotni in difuzijski tok). Če tok teče zaporedoma skozi več uporov, je tok skozi vse upore enak, skupni padec napetosti pa je enak vsoti padcev napetosti na posameznih uporih (slika 19.1A). Če se tok razveji, mora biti tok, ki priteče v razvejišče, po velikosti enak toku, ki odteče iz razvejišča. Pri vzporedni vezavi uporov je tako padec napetosti na vseh uporih enak, vsota tokov skozi posamezne upore pa je enaka celotnemu toku, ki priteče v razvejišče (slika 19.1B). Ohmov zakon velja za vsak upor posebej, pa tudi za skupno upornost vezja, sestavljenega iz več uporov. Slednjega v primeru zaporedne vezave izračunamo kot vsoto posameznih upornosti, $R_S = R_1 + R_2$, v primeru vzporedne vezave pa skupno upornost izračunamo iz zveze $\frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.



Slika 19.1: Tokovi skozi upore in padci napetosti na uporih pri zaporedni in vzporedni vezavi uporov. Skupna upornost zaporedno vezanih uporov je $R_S = R_1 + R_2$, skupno upornost vzporedno vezanih uporov pa izračunamo iz zveze $\frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Ohmov zakon velja za vsak upor posebej, pa tudi za skupni upor: $U_0 = R_S I_0$.

Ker naboji med gibanjem v snovi čutijo upor (trenje), moramo za vzdrževanje električnega toka neprestano opravljati delo, snov pa se zaradi električnega toka segreva (več o trenju pri električnem toku bomo spoznali v nasle-

dnjem razdelku). Moč, ki se porablja na uporih lahko izračunamo, če upoštevamo, da energija za premagovanje upora pride iz električne energije pretočenega naboja. Če upoštevamo, da električno energijo in napetost povezuje zveza $\Delta W_e = eU$ (enačba 17.8) in se spomnimo, da je $I = e/t$ in $P = \Delta W_e/t$, dobimo izraz za moč, ki se troši na upor:

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = RI^2, \quad (19.3)$$

kjer smo zadnja dva zapisa moči dobili tako, da smo tok oz. napetost izrazili iz Ohmovega zakona (v prvem zapisu smo I zamenjali z U/R , v drugem pa U z RI). Moč, ki se troši na uporih (in s tem njegovo segrevanje) je torej odvisna od kvadrata toka, ki teče skozi upor.

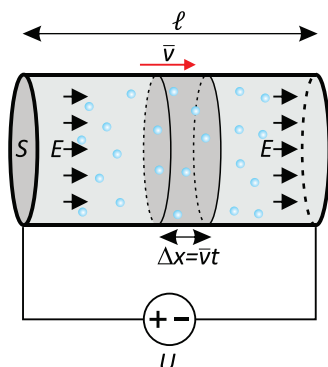
19.2 Električni tok v raztopinah

Podobno kot pri pretakanju toplote tudi pri električnem toku velja, da po prevodniku teče tem več toka, čim večji je njegov presek, in da je upor tem večji, čim daljši je prevodnik. Upornost prevodnika je od njegove velikosti (slika 19.2) torej odvisna kot

$$R = \frac{\ell}{\sigma S} = \frac{\zeta \ell}{S}, \quad (19.4)$$

kjer je ℓ dolžina prevodnika, S ploščina njegovega preseka, konstanti σ in ζ pa sta specifična prevodnost oz. specifična upornost snovi, iz katere je na-rejen prevodnik. Oba zapisa lahko uporabljamo povsem ekvivalentno, saj je specifična upornost obratno sorazmerna specifični prevodnosti, $\zeta = 1/\sigma$. V nekaterih situacijah iz navade uporabljamo zapis s specifično upornostjo, v drugih zapis s prevodnostjo. Enota za specifično upornost je Ωm , enoto za specifično prevodnost pa se pogosto zapiše kot S/m , kjer je S enota siemens ($\text{S} = 1/\Omega$).

Na Ohmov zakon pogledajmo še s stališča električnih pojmov, ki smo se jih naučili v prejšnjem poglavju. Za začetek pogledajmo, kaj se dogaja, ko na snov s prosto gibljivimi nosilci naboja (npr. elektroni v kovini ali ioni v raztopini) priključimo izvor električnega toka. Izvor električnega toka v snovi ustvarja stalno električno polje, ki preko električne sile povzroči gibanje nosilcev naboja. Podobno kot telesa v viskozni tekočini tudi gibajoči se naboji čutijo silo



Slika 19.2: . Shematični prikaz gibanja pozitivnega naboja (označenega z modro) v električnem polju. Električni prevodnik, ki ima presek S in dolžino ℓ , priključimo na električno napetost U . V snovi se vzpostavi električno polje z jakostjo $E = U/\ell$. V stacionarnem stanju se pozitivni naboji s povprečno hitrostjo $\bar{v}$ gibljejo proti nižjemu električnemu potencialu. V času t se pretoči naboj v sivo označeni prostornini, iz česar lahko izračunamo zvezo med električnim tokom in hitrostjo (enačba 19.5).

upora, zato pod vplivom električne sile ne pospešujejo v nedogled, ampak hitro dosežejo končno hitrost. Ker tudi pri elektriki veljajo enaka geometrijska pravila kot pri pretakanju tekočin (primerjajmo sliko 19.2 s sliko 9.2A ter se spomnimo enačbe 9.8 pri mehaniki), je tudi velikost električnega toka sorazmerna povprečni hitrosti naboja. Če je gostota naboja v snovi enaka ρ_e (tj. naboj na enoto prostornine) in se naboj premika s povprečno hitrostjo $\bar{v}$, lahko iz slike 19.2 razberemo, da se naboj v času t premakne za razdaljo $\Delta x = \bar{v}t$, zato se ga v tem času pretoči $e = \rho_e V = \rho_e \Delta x S = \rho_e \bar{v}t S$. Električni tok je enak količini naboja na enoto časa ($I = e/t$), zato torej velja:

$$I = \rho_e \bar{v} S \quad \text{oz.} \quad j = \frac{I}{S} = \rho_e \bar{v} . \quad (19.5)$$

V zgornji enačbi smo definirali še *gostoto električnega toka* j , ki opisuje tok na enoto preseka in nam pride prav pri opisovanju tokov, ki niso povsod po preseku enaki.

Končna hitrost potovanja nabojev je odvisna od jakosti električnega polja, pa tudi od vrste snovi in lastnosti nabojev. Pri isti električni sili npr. kalijeve ioni čutijo manj upora kot natrijevi, zato je njihova končna hitrost pri dani jakosti električnega polja večja, kot je končna hitrost natrijevih ionov. Končno hitrost gibanja nabojev pri dani jakosti polja je odvisna od *gibljivosti nabojev*,

ki jo označimo z β in velja kar

$$\bar{v} = \beta E . \quad (19.6)$$

ion	H ⁺	Na ⁺	K ⁺	OH ⁻	Cl ⁻	SO ₄ ²⁻
gibljivost [$10^{-8} \text{ m}^2/\text{Vs}$]	36	5,2	7,6	-21	-7,9	-8,3

Tabela 19.1: Izmerjene gibljivosti nekaterih ionov v vodi pri 25 °C. Gibljivost anionov je negativna, saj potujejo v smeri, ki je nasprotna smeri električnega polja. Gibljivost elektronov v kovinah je približno milijon-krat večja od gibljivosti ionov.

Gibljivosti nekaterih ionov v vodi so prikazane v tabeli 19.1. Iz tabele je razvidno, da je gibljivost kalijevega iona večja od gibljivosti natrijevega iona, čeprav je slednji manjši in bi zato pričakovali, da pri gibanju čuti manj upora. Razlog za večji upor natrijevega iona je v tem, da je zaradi majhne velikosti natrija v njegovi bližini večje električno polje (po Coulombovem zakonu jakost polja pada s kvadratom oddaljenosti) in zato močneje privlači molekule vode, ki posledično potujejo skupaj z njim in mu s tem povečajo efektivno velikost (okoli iona se naredi t. i. hidrationski ovoj). V tabeli tudi vidimo, da je gibljivost protonov in hidroksidnih ionov precej večja od ostalih ionov. Natančen mehanizem gibanja teh ionov ni povsem poznan, po eni od hipotez lahko ti ioni kar nekako preskakujejo med sosednjimi molekulami vode.

Povezavo med efektivno velikostjo iona in njegovo gibljivostjo lahko ocenimo, če za silo upora uporabimo linearni (Stokesov) zakon (en.9.8 pri mehaniki). Ko se ioni gibljejo enakomerno, je sila upora nasprotno enaka električni sili, $6\pi r\eta v = eE$. Če jakost električnega polja izrazimo z hitrostjo in gibljivostjo (enačba 19.6) ter upoštevamo, da je naboj iona odvisen od njegove valence ($e = Ze_0$), dobimo oceno za gibljivost:

$$\beta = \frac{Ze_0}{6\pi r\eta} , \quad (19.7)$$

kjer je r efektivni polmer iona (t. i. *hidrodinamski radij*), η pa viskoznost raztopine.

Enako kot ioni se pod vplivom električnega polja gibljejo tudi velike nabite makromolekule (npr. DNA in proteini), kar izrabljamo pri številnih *elektroforetskih* metodah za ločevanje in določanje makromolekul v raztopinah (primer 19.1).

Povežimo še električno prevodnost raztopin z gibljivostjo ionov v njej. Če definicijo za gibljivost (enačba 19.6) vstavimo v enačbo za zvezo med tokom in hitrostjo (enačba 19.5), dobimo

$$I = \rho_e S \beta E . \quad (19.8)$$

Spomniti se moramo še, da je sprememba napetosti, če vzdolž silnice električnega polja prepotujemo razdaljo ℓ enaka $U = \Delta\phi = E\ell$ (enačba 17.5). Nato v zgornjem izrazu E nadomestimo z U/ℓ , ter dobljeni izraz primerjamo z Ohmovim zakonom in enačbo za električno upornost prevodnika z dolžino ℓ (enačba 19.4). Iz primerjave sledi odvisnost specifične prevodnosti raztopine od gibljivosti in gostote naboja v njej:

$$\sigma = \beta \rho_e = F Z \beta c , \quad (19.9)$$

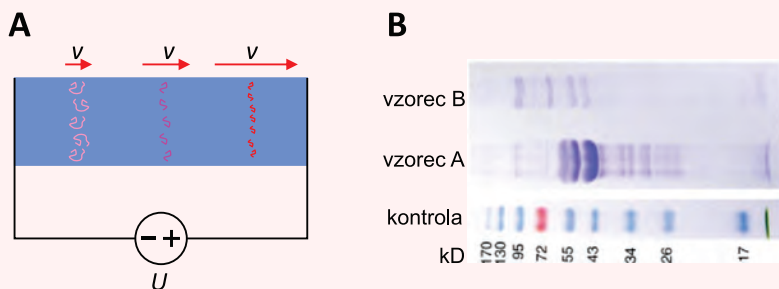
kjer smo za drugim enačajem prevodnost zapisali s pomočjo molarne koncentracije iona v raztopini, F pa je *Faradayeva konstanta*, ki opisuje naboj enega mola osnovnega naboja ($F = e_0 N_A$). Če je v raztopini raztopljenih več različnih ionov s koncentracijami c_i , je skupna specifična prevodnost kar vsota specifičnih prevodnosti posamezne vrste ionov, $\sigma = \sum \sigma_i = \sum F Z_i \beta_i c_i$ (specifična prevodnost je vedno pozitivna, saj sta valenca (Z) in gibljivost (β) v enačbi 19.9 ali hkrati pozitivni ali hkrati negativni).

Prevodnost vodnih raztopin je torej kar sorazmerna koncentraciji raztopljenih ionov in njihovi gibljivosti. Ker je koncentracija ionov v destilirani vodi zelo majhna (kolikšna je, si lahko vsak izračuna iz znane pH vrednosti vode), je destilirana voda praktično izolator. Sklepamo lahko tudi, da snovi, ki v vodi ne disociirajo na ione (npr. glukoza), na prevodnost raztopine nimajo velikega vpliva (vplivajo lahko le tako, da spremenijo viskoznost raztopine in s tem gibljivost ionov, enačba 19.7).

Primer 19.1: elektroforeza

Elektroforeza je gibanje nabitih delcev v raztopinah in gelih pod vplivom zunanega električnega polja. Makromolekule imajo različne velikosti in oblike ter nosijo različno velik naboj, zaradi česar imajo tudi različne elektroforetske gibljivosti. Če torej raztopino makromolekul priključimo na električno napetost, se bodo začele gibati z različnimi hitrostmi in se bodo s časoma med seboj ločile. Manjše oz. bolj nabite mo-

lekule bodo hitrejš, večje oz. manj nabite pa počasnejše (slika A). Na osnovi elektroforeze deluje vrsta metod za ločevanje in določanje makromolekul, predvsem DNA in proteinov.



Ločevanje lahko optimiziramo s spretnim izborom medija, po katerem se gibljejo molekule. Vodna raztopina pogosto za to ni najbolj primerna, saj se gibljivosti v raztopinah ne razlikujejo dovolj - gibljivost je približno obratno sorazmerna velikosti molekule (enačba 19.7), po drugi strani pa imajo večje molekule ponavadi tudi večji naboj (sploh pri DNA je zveza med dolžino in nabojem kar linearna, saj ima vsak bazni par dva negativna naboja). Boljše ločevanje se doseže npr. v gelih, skozi katere manjše molekule potujejo bistveno lažje kot večje. Poleg tega lahko s pazljivo izbiro pH raztopine vplivamo na naboj na makromolekuli (če je pH enak izoelektrični točki makromolekule, se le ta v električnem polju seveda sploh ne bo premikala).

Slika B prikazuje primer rezultata ločevanja proteinov z elektroforezo na gelu. Na začetek gela vbrizgamo raztopino z neznano vsebnostjo proteinov ter na gel priključimo električno napetost. Ko se po nekaj časa proteini razločijo, jih obarvamo in vsaka vrsta proteinov se na gelu prikaže kot ločen pas. Če hkrati skozi gel vzporedno spustimo še kontrolno raztopino s proteini znanih velikosti (na sliki spodaj, velikosti so označene v kilodaltonih), lahko enostavno ugotovimo, koliko različnih vrst proteinov smo imeli v vzorcu in približno kako veliki so bili. Na sliki je bilo v vzorcu A npr. največ proteinov z velikostjo približno 50 kD, v vzorcu B pa je bilo teh proteinov manj, več pa je bilo proteinov z velikostjo 95 kD.

19.3 Izmenični tok

V prejšnjem poglavju smo opisovali električni tok v prevodni snovi, ko jo priključimo na stalno napetost in tok teče le v eno smer. Pogosto pa je praktično uporabljati izmenični tok, pri katerem se napetost na izvoru in posledično tudi električni tok periodično sinusno spreminjata. Izmenični tok je npr. lažje proizvajati in prenašati na dolge razdalje, zaradi česar ga uporabljamo v električnem omrežju (glavne zasluge za vpeljavo izmeničnega toka je imel legendarni Nikola Tesla). Poleg tega izmenični tok v ionskih raztopinah ne povzroči

elektrolize. V Evropi je frekvenca električnega omrežja 50 Hz, v Ameriki pa 60 Hz. Z angleško kratico se izmenični tok označi AC (alternating current), enosmerni pa DC (direct current).

Če se napetost spreminja sinusno, lahko njeno odvisnost od časa zapišemo analogno zapisu nihanja:

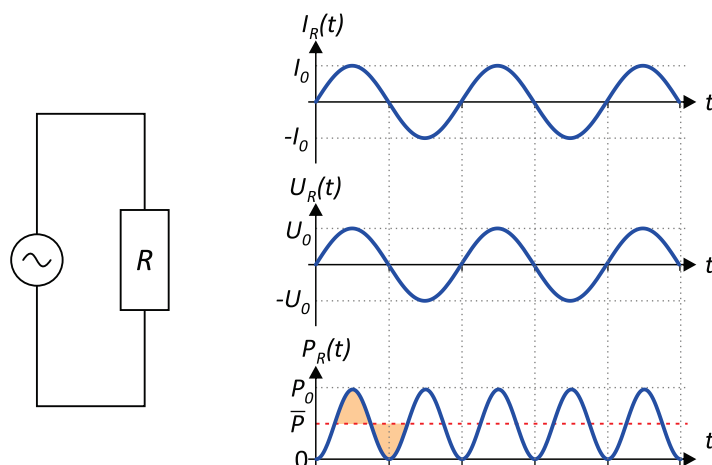
$$U(t) = U_0 \sin(\omega t) , \quad (19.10)$$

kjer je ω krožna frekvenca, ki je s frekvenco povezana z znano enačbo $\omega = 2\pi\nu$.

Če na izmenično napetost priključimo upor, se tok skozi upor po Ohmovem zakonu spreminja sorazmerno z napetostjo ($I(t) = U(t)/R$, enačba 19.2) in se torej tok spreminja v fazi z napetostjo:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t) , \quad (19.11)$$

pri čemer sta tudi amplituda toka in napetosti povezani preko Ohmovega zakona: $I_0 = U_0/R$ (slika 19.3).



Slika 19.3: Spreminjanje toka in napetosti skozi upor pri izmeničnem toku. Zaradi Ohmovega zakona sta tok in napetost v vsakem trenutku sorazmerna, njuni amplitudi pa sta povezani z upornostjo upora $U_0 = RI_0$. Moč, ki se troši na upor ($P(t) = I(t)U(t)$), se spreminja kot $\sin^2(\omega t)$ in je vedno pozitivna, v povprečju pa je enaka kar polovici amplitude, $\bar{P} = P_0/2$ (pri funkciji $\sin^2$ je površina vrha ravno enaka površini doline - na sliki sta oba označena z oranžno).

Napetost in tok se pri izmeničnem toku spreminjata periodično od pozitivne do negativne vrednosti, zato sta v povprečju enaka nič, $\overline{U(t)} = 0$ in $\overline{I(t)} = 0$.

Kot merilo za velikost napetosti in toka zato po navadi uporabimo *efektivno napetost* in *efektivni tok*, ki sta definirana kot

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{U^2(t)} \quad \text{oz.} \quad I_{\text{ef}} = \sqrt{I^2(t)} \quad (19.12)$$

V angleščini se tako izračunane efektivne vrednosti imenujejo RMS vrednosti - *root-mean-square* - saj jih izračunamo tako, da količino najprej kvadriramo in s tem dobimo le pozitivne vrednosti, nato izračunamo povprečje, na koncu pa še korenimo. Ker je povprečje kvadrata sinusa enako eni polovici ($\overline{\sin^2(\omega t)} = \frac{1}{2}$), so pri sinusnih spremembah efektivne vrednosti za faktor $\sqrt{2}$ manjše od amplitude:

$$U_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0 \quad \text{oz.} \quad I_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \quad (19.13)$$

V Evropi je efektivna napetost v hišnem električnem omrežju enaka $U_{\text{ef}} = 230 \text{ V}$, v Ameriki pa $U_{\text{ef}} = 110 \text{ V}$.

Čeprav sta povprečni vrednosti toka in napetosti enaki nič, pa to ne velja za moč, ki se troši na upor. Moč je namreč vedno pozitivna ne glede na to, v katero smer teče tok, saj je produkt napetosti in toka (slika 19.3):

$$\overline{P} = \overline{I(t)U(t)} = I_0 U_0 \overline{\sin^2(\omega t)} = \frac{1}{2} I_0 U_0, \quad (19.14)$$

oziroma

$$\overline{P} = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}}. \quad (19.15)$$

Povprečno moč, ki se troši na upor, lahko torej pri izmeničnem toku izračunamo na enak način kot pri enosmernem, le da v formulo za moč (enačba 19.3) vstavimo efektivni vrednosti napetosti in toka.

19.4 Tok skozi kondenzator: reaktanca

Človeško telo električnemu toku ne predstavlja le enostavnega upora, saj so celice obdane z membrano, ki se z električnega stališča obnaša kot kondenzator. Za razumevanje obnašanja toka skozi telo si moramo zato najprej ogledati, kako se v izmeničnem toku obnašajo električni sistemi, ki jih sestavljajo upori in kondenzatorji.

Obnašanje upora v izmeničnem toku smo spoznali v prejšnjem poglavju: napetost na uporu v vsakem trenutku sorazmerna toku, razmerje njunih amplitud pa je po Ohmovem zakonu enako upornosti ($U_0/I_0 = R$). Pri kondenzatorju je drugače: osnovna lastnost kondenzatorja je, da se lahko na njem nabira naboj, pri čemer je električna napetost na kondenzatorju sorazmerna količini nabranega naboja ($e = CU$, enačba 17.13). Ko z električnim tokom na kondenzator priteka naboj, se kondenzator polni. Ob tem na kondenzatorju narašča napetost, s katero pa kondenzator nasprotuje toku (primer 19.2). Za kondenzator ne velja Ohmov zakon, ampak je tok skozi kondenzator sorazmeren odvodu napetosti na kondenzatorju po času ($I = de/dt = CdU/dt$). Če se torej napetost na kondenzatorju spreminja kot sinus, se bo tok spreminjal kot kosinus. Daljši račun pokaže, da za razmerje med amplitudo napetosti in amplitudo toka na kondenzatorju velja (MaFijski primer 19.1):

$$U_0/I_0 = X_C, \quad \text{kjer je} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (19.16)$$

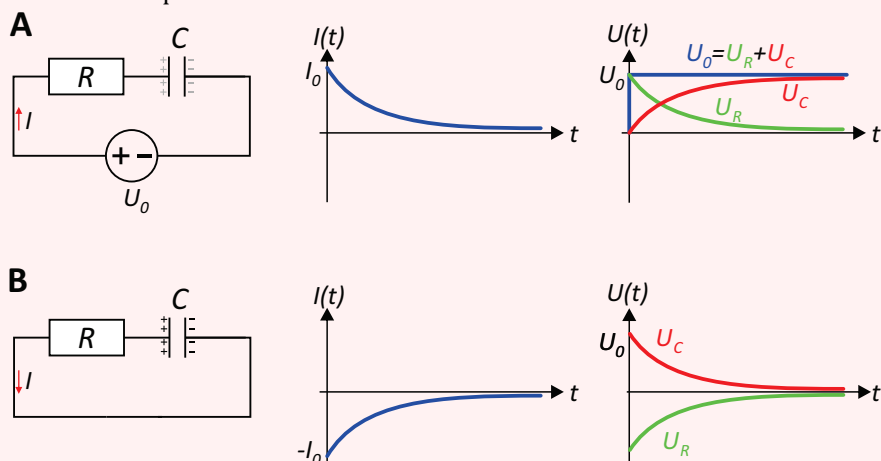
Količino X_C imenujemo *reaktanca* kondenzatorja, saj opisuje, kako močno se kondenzator "upira" toku (večja kot je reaktanca, manjša je amplituda toka pri dani amplitudi napetosti). Enota za reaktanco je enaka kot enota za upornost, tj. ohm. Pri tem je potrebno poudariti, da se kondenzator toku ne upira na enak način kot upor: na uporu se vedno porablja električna energija (enačba 19.15), kondenzator pa se v enem nihaju toka napolni in sprazni ter pri tem energijo najprej sprejme ter nato spet odda, zato je povprečna moč na kondenzatorju enaka 0.

Reaktanca je obratno sorazmerna frekvenci izmeničnega toka, kar si lahko intuitivno dobro predstavljamo: če na kondenzator priključimo enosmerni tok (pri njem je frekvenca enaka nič, reaktanca pa je torej neskončno velika), se bo kondenzator napolnil in nato toka sploh ne bo prepuščal (primer 19.2). Če je po drugi strani frekvenca toka visoka, se bo kondenzator polnil in praznil in bo izmenični tok skozi njega tekkel brez težav (reaktanca kondenzatorja je v tem primeru majhna).

Primer 19.2: polnjenje in praznjenje kondenzatorja

Osnovna značilnost kondenzatorja je, da se na njemu lahko nabere električni naboj, ki je z napetostjo na kondenzatorju povezan preko $e = CU$, kjer je C kapaciteta kondenzatorja. Za kondenzator zato ne velja Ohmov zakon, saj tok skozi kondenzator ni sorazmeren napetosti na kondenzatorju, temveč odvodu napetosti po času: $I = de/dt = CdU/dt$. Oglejmo si obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju, če

prazen kondenzator priključimo na izmenično napetost in če poln kondenzator praznimo skozi upor.



Če prazen kondenzator priključimo na izvor enosmerne napetosti (slika A), po tokokrogu steče električni tok, s katerim na kondenzator priteka naboj in kondenzator se začne polniti. Zaradi tega na kondenzatorju narašča napetost (U_C), ki pa je ravno nasprotna napetosti izvora in zato nasprotuje toku. Ko se napetost na kondenzatorju po velikosti približuje napetosti na izvoru, se električni tok zmanjšuje proti nič. Na začetku je torej polnjenje hitro, potem pa vedno počasnejše. Natančnejši račun pokaže, da se kondenzator polni eksponentno s časom, $U_C = U_0(1 - e^{-t/\tau})$, tok pa pada eksponentno s časom, $I = I_0 e^{-t/\tau}$, pri čemer je značilni čas enak produktu upora in kapacitete, $\tau = RC$. Tok skozi kondenzator zares ni sorazmeren napetosti temveč njenemu odvodu. Napetost na uporu (U_R) je sorazmerna toku in tudi eksponentno pada s časom, vsota napetosti na uporu in kondenzatorju pa je vseskozi enaka napetosti na izvoru $U_R + U_C = U_0$.

Oglejmo si še obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju, če napolnjen kondenzator iz primera A izpraznimo (slika B). Izvor izključimo iz tokokroga, zato skozi upor steče električni tok s katerim naboj odteka s kondenzatorja in kondenzator se začne prazniti (tok sedaj teče v obratni smeri, zato je negativen). Napetost na kondenzatorju se počasi približuje vrednosti 0, hkrati pa se manjša tudi električni tok, zato se kondenzator prazni vse počasneje. Natančnejši račun pokaže, da je tudi praznjenje kondenzatorja eksponentno, $U_C = U_0 e^{-t/\tau}$, pri čemer je značilni čas praznjenja spet enak produktu upora in kapacitete, $\tau = RC$ (MaFijski primer 19.1. Spomnimo se tudi, da smo analogen račun naredili pri obravnavi transporta toplote v poglavju 16.5: MaFijski primer 16.1). Tudi v tem primeru je tok sorazmeren odvodu napetosti na kondenzatorju, vsota napetosti na uporu in kondenzatorju pa je vseskozi enaka 0, saj v tokokrogu ni izvora napetosti.

MaFijski primer 19.1: tok skozi kondenzator

Za vajo izračunajmo, kako se spreminja tok skozi kondenzator ob njegovem praznjenju, nato pa pogledajmo še, kako se kondenzator obnaša v izmeničnem toku.

V primeru 19.2B smo navedli, da se kondenzator prazni eksponentno s časom, sedaj pa bomo ta rezultat tudi izračunali! Ob času 0 je kondenzator poln in je na njem napetost U_0 , nato pa ga priključimo na upor in se začne prazniti. Tok skozi upor je enak toku skozi kondenzator, pri čemer je tok skozi upor po Ohmovem zakonu enak $I = U_R/R$, tok skozi kondenzator pa je $I = de/dt = CdU_C/dt$. Če upoštevamo, da je padec napetosti na uporu nasprotno enak napetosti na kondenzatorju ($U_R = -U_C$), dobimo

$$I = \frac{CdU_C}{dt} = -\frac{U_C}{R}. \quad (19.17)$$

Zgornjo enačbo preuredimo

$$\frac{dU_C}{U_C} = -\frac{dt}{RC} \quad (19.18)$$

in integriramo

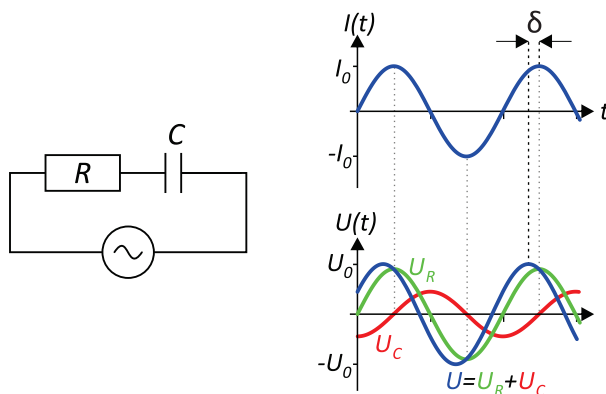
$$\ln U_C/U_0 = -\frac{t}{RC} \quad (19.19)$$

ter rezultat antilogaritmiramo in tako dobimo znano eksponentno odvisnost:

$$U_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (19.20)$$

kjer je značilni čas enak produktu upornosti in kapacitete, $\tau = RC$.

Oglejmo si še obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju če vezje s kondenzatorjem in uporom priključimo na izmenično napetost.



Upor in kondenzator sta vezana zaporedno, zato skozi oba teče isti tok. Za lažji račun predpostavimo, da se tok spreminja kot kosinus:

$$I = I_0 \cos(\omega t) \quad (19.21)$$

Za upor velja Ohmov zakon, zato je napetost na uporu v vsakem trenutku sorazmerna toku in se tudi spreminja kosinusno (zelena krivulja na sliki)

$$U_R = U_{R0} \cos(\omega t) , \quad (19.22)$$

njuni amplitudi pa sta povezani preko $U_{R0} = RI_0$. Za kondenzator po drugi strani velja, da je tok sorazmeren odvodu napetosti. Če se tok spreminja kosinusno, se napetost na kondenzatorju torej spreminja sinusno (rdeča krivulja na sliki):

$$U_C = U_{C0} \sin(\omega t) . \quad (19.23)$$

Napetost in tok na kondenzatorju torej ne nihata v fazi, ampak napetost zaostaja za tokom za fazno razliko $\pi/2$. Povezavo med amplitudo napetosti na kondenzatorju in tokom dobimo, če tok izrazimo kot odvod napetosti po času in torej enačbo 19.23 odvajamo po času:

$$I = \frac{de}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = \omega C U_{C0} \cos(\omega t) . \quad (19.24)$$

S primerjavo enačb 19.21 in 19.24 dobimo ravno izraz za reaktanco kondenzatorja, ki povezuje amplitudi napetosti in toka skozi kondenzator (enačba 19.16).

Skupni padec napetosti na vezju upora in kondenzatorja je enak vsoti padcev na uporu in kondenzatorju, $U = U_R + U_C$ (modra krivulja na sliki). S spretnim seštevanjem kotnih funkcij je mogoče pokazati, da se skupna napetost spreminja z enako frekvenco kot tok, a ima v splošnem glede na tok fazni zamik δ :

$$U = U_0 \cos(\omega t - \delta) \quad (19.25)$$

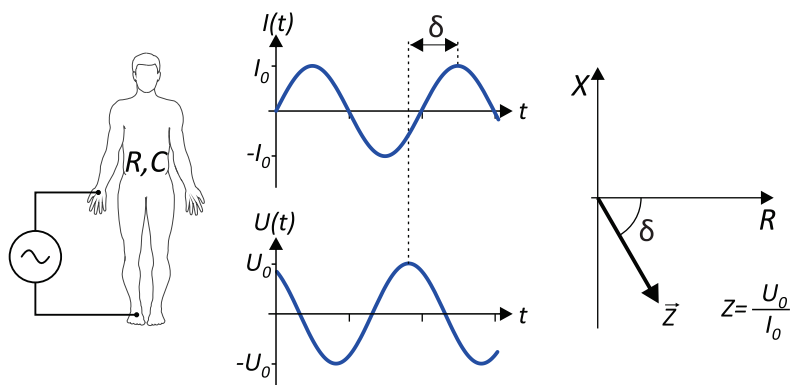
V naslednjem poglavju bomo spoznali, da so napetost in tok skozi sistem ter fazni zamik δ povezani preko električne impedance sistema.

19.5 Tok skozi telo in impedance telesa

Sistemi, ki so sestavljeni iz uporov in kondenzatorjev (npr. človeško telo), imajo v splošnem upornost (R) in reaktanco (X). V takih sistemih napetost in tok ne nihata v fazi in njuni amplitudi nista povezani s preprostim Ohmovim zakonom. Lastnost, ki povezuje napetost in tok v splošnem primeru, imenujemo *električna impedance* (oz. *bioimpedanca*, kadar gre za biološke sisteme, slika 19.4). V splošnem impedance zapišemo kot vektor $\vec{Z}$, pri katerem je ena komponenta enaka upornosti sistema, druga pa njegovi reaktanci¹. Dolžina vektorja impedance podaja razmerje med amplitudama napetosti in toka ($Z = U_0/I_0 = \sqrt{R^2 + X^2}$), njegova smer pa je povezana s faznim zamikom

¹V elektrotehniki impedance opišejo z vektorjem v kompleksni ravnini, a se mi v tak zapis ne bomo spustili, saj računanje s kompleksnimi števili presega naše znanje matematike

med napetostjo in tokom (označimo ga z $\delta = \arctan(X/R)$). Če je ima sistem le upornost, se tok in napetost spreminjata v fazi ($\delta = 0$), če pa ima sistem le kapacitivno reaktanco, napetost za tokom zaostaja za fazno razliko $\delta = \pi/2$.



Slika 19.4: Električna impedanca je posplošitev pojma električna upornost in jo uporabljamo v električnih sistemih, ki niso sestavljeni le iz uporov, ter zato pri njih za opisovanje izmeničnega toka ne moremo uporabiti enostavnega Ohmovega zakona. Tak sistem je tudi človeško telo, ki ima poleg upornosti tudi kapaciteto. Če na telo priključimo izmenični tok, se tok in napetost spreminjata s faznim zamikom (označimo ga z δ). Impedanca je vektor $\vec{Z}$, katerega dolžina (Z) opisuje razmerje med amplitudama napetosti in toka, smer pa fazno razliko med napetostjo in tokom (če napetost zaostaja za tokom, je δ po dogovoru negativen). Ena komponenta impedance je upornost sistema, druga pa njegova reaktanca (enačba 19.16). Impedanca telesa je odvisna od oblike in sestave telesa (deleža maščobe, razmerja telesnih tekočin...), pa tudi od frekvence izmeničnega toka.

Impedanca tkiv je odvisna od mnogih faktorjev, npr. od velikosti, oblike, od njihove sestave, pa tudi od frekvence izmeničnega toka (spomnimo se, da je reaktanca sistema odvisna od frekvence toka). Specifična upornost krvi je približno $1,5 \Omega\text{m}$, upornost maščobnega tkiva pa približno 25 krat večja. Obe tkivi se obnašata skoraj kot idealna upora, zato je njuna impedanca praktično enaka njuni upornosti ni odvisna od frekvence toka. Drugače je pri mišičnem tkivu, kjer ima kapaciteta celičnih membran večjo vlogo. Specifična upornost mišičnega tkiva je pri frekvenci 100 Hz nekajkrat večja od upornosti krvi, pri frekvenci 1 MHz pa pade na praktično enako vrednost.

Človeško telo si lahko z električnega stališča predstavljamo kot zapleteno vezje vzporedno in zaporedno vezanih tkiv, ki imajo vsaka svojo električno impedanco. Skupno impedanco telesa bi lahko izračunali podobno, kot smo

izračunali skupno upornost vezja več uporov (slika 19.1), a je račun v praksi zapleten in ga raje prepustimo elektrotehnikom. Omenimo le, da se v medicini intenzivno raziskuje uporabnost meritve impedance telesa za določanje deleža telesnih maščob in razmerja telesnih tekočin, kar bi bilo lahko zelo uporabno pri sledenju stanja pacientov na dializi (primer 19.3).

Za konec si pogledjmo še, kakšne poškodbe lahko v telesu povzroči električni udar. Električni tok na telo deluje predvsem preko dveh mehanizmov. Prvi je termični, saj se tkivo zaradi električnega toka segreva (toplota, ki se sprosti zaradi toka, je produkt moči in časa izpostavljenosti toku, $Q = Pt = RI_{ef}^2 t$). Ožganine in opekline so zato pogoste spremljevalke električnega udara.

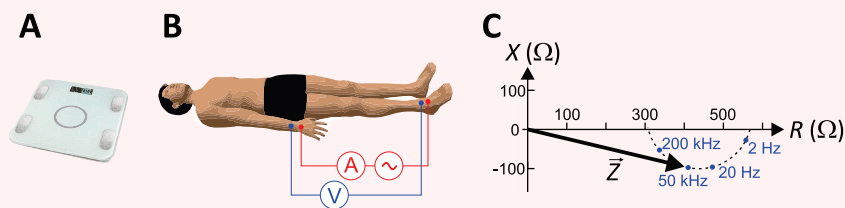
Drugi pomemben učinek toka na tkiva je biološki, saj tok vpliva na vzdraženje celic (predvsem nevronov in mišičnih celic). Če je tok majhen, ga zaznamo le kot ščemenje, večji tok pa lahko povzroči nehoteno krčenje mišic (ponesrečenec zaradi tega npr. ne more izpustiti žice, iz katere ga je streslo, ko jo je prijel z roko) ali celo fibrilacijo srčnih ventriklov (tabela 19.2). Velik delež smrtnih primerov zaradi električnega udara je povezan prav s srčnim zastojem. Po drugi strani lahko ventrikularno fibrilacijo prekinemo ravno z dovolj močnim tokom skozi srce, ki srce za hip "resetira" in mu omogoči, da začne spet normalno biti (ta postopek imenujemo defibrilacija, aparat, ki ga pri tem uporabljamo pa defibrilator).

vpliv	enosmerni tok	izmenični tok (60 Hz)
meja zaznave	3,5 mA	0,7 mA
meja bolečine	41 mA	6 mA
popoln krč mišice	60 mA	15 mA
ventrikularna fibrilacija	500 mA	100 mA

Tabela 19.2: Pregled vplivov električnega toka na človeško telo. Vrednosti so približne, saj je dejanski vpliv odvisen od mnogih dejavnikov, poleg tega je zaradi etičnih razlogov težko izvajati natančne in kontrolirane meritve vplivov toka na telo. Po nekaterih drugih podatkih lahko do fibrilacije srčnih ventriklov pride že pri nižjem toku in je tok 500 mA dovolj velik že za njihovo defibrilacijo.

Primer 19.3: bioimpedanca

V poglavju 19.5 smo spoznali, da na prevajanje električnega toka skozi telo ne vpliva le njegova električna upornost, temveč tudi električna reaktanca, ter da skupaj ti dve lastnosti združimo v električno impedanco. Ker je električna impedanca človeškega telesa (včasih jo imenujemo tudi bioimpedanca) odvisna od njegove sestave, bi bilo mogoče z natančno meritvijo bioimpedance sklepati na sestavo telesa, npr. na delež maščobnega tkiva. Zaradi vse cenejših električnih inštrumentov je meritev impedanc vse dostopnejša in jo pogosto srečamo kar na stojnicah v malo večjih nakupovalnih središčih, delež maščobe v telesu pa naj bi nam znala izmeriti tudi že vsaka malo bolj "pametna" osebna tehtnica (slika A, taka tehtnica ima vgrajene elektrode, na katere moramo stopiti z bosimi nogami). Kljub temu pa meritev bioimpedance klinično veljavo dobiva le počasi. Bioimpedanco namreč največkrat merijo le pri eni frekvenci (50 kHz) in z našim znanjem fizike takoj razumemo, da je le iz dveh izmerjenih parametrov (Z in δ) nemogoče natančno določiti delež maščobnega tkiva v telesu. Na skupno impedanco telesa namreč ne vpliva le delež maščob v telesu, ampak tudi vsa druga tkiva, njihova razporeditev, oblika in velikost, prevodnost kontakta med elektrodami in kožo... Rezultatom meritev bioimpedance na stojnicah in tehtnicah zato ne moremo zaupati.



Klinično bolj perspektivna je morda meritev bioimpedance za sledenje uspešnosti terapije na posameznem bolniku (npr. med dializo ali prehransko terapijo), saj se geometrijski faktorji, ki vplivajo na impedanco, na posamezniku med terapijo ne spreminjajo bistveno. Pri klinični meritvi bioimpedance na pacientovo roko in nogo po navadi priključimo štiri elektrode: skozi dve v telo dovajamo izmenični tok z amplitudo nekaj μA , na drugih dveh pa merimo amplitudo in fazni zamik napetosti (slika B).

Meritve kažejo, da se impedanca telesa z zviševanjem frekvence toka spreminja približno po krožnici (slika C): pri nizkih frekvencah je upornost največja, reaktanca pa majhna, saj večino toka teče mimo celic po medceličnem prostoru in se kapaciteta membran sploh ne opazi. Z višanjem frekvence se večja delež toka, ki teče tudi skozi celice, zato se začne upornost manjšati, reaktanca pa večati. Pri zelo velikih frekvencah se začne reaktanca spet manjšati, saj je kapacitivna reaktanca membran obratno sorazmerna frekvenci. V kliniki se zato intenzivno raziskuje uporabnost meritve bioimpedance pri večih vrednostih frekvence toka, kar bi lahko skupaj z natančnejšimi meritvami oblike telesa dalo natančnejše informacije o sestavi telesa.

Primer 19.4: električni udar

Kako visoka napetost je smrtno nevarna? To vprašanje nima enostavnega odgovora, saj vpliv električnega udara na telo ni odvisen le od napetosti temveč tudi od poti toka skozi telo, njegove frekvence, trajanja udara in še mnogih drugih dejavnikov. Vseeno poskusimo oceniti najnižjo nevarno enosmerno napetost. Raziskave kažejo, da je upornost telesa, ki je preko velike površine v dobrem kontaktu z izvorom (npr. z mokro kožo), približno $500\ \Omega$. Iz tabele 19.2 razberemo, da je z nekaj smole in ob dolgem kontaktu za resne težave dovolj že približno tok $30\ \text{mA}$. Napetost, ki povzroči tak tok, je

$$U = RI = 500\ \Omega \cdot 0,03\ \text{A} = 15\ \text{V} , \quad (19.26)$$

kar je že blizu napetosti na avtomobilskem akumulatorju! Čeprav v praksi pogosto ni tako hudo, saj kontakt z izvorom ponavadi ni tako dober in po telesu steče bistveno nižji tok (suha koža lahko upor telesa npr. poveča na več tisoč Ω), je zgornji račun dober dokaz, zakaj je pri delu z električnimi izvori potrebna ustrezna previdnost.

Kaj pa udar strele? Pri streli so napetosti lahko tudi več $100.000\ \text{V}$, zato bi po zgornjem izračunu udar strele lahko povzročil ogromne tokove in nepopravljive poškodbe. Na srečo je udar strele pogosto zelo kratek (lahko traja tudi le nekaj μs), poleg tega pa lahko pri njem velik del toka steče po površini kože. Obnašanja toka skozi telo pri udaru strele še ne razumemo v celoti, dolgoletna statistika pa presenetljivo kaže, da je verjetnost za preživetje ob udaru strele več kot $50\ \%$.

Poglavje 20

Izvori električne napetosti in toka v telesu

Čeprav nas lahko visoka električna napetost ubije, pa brez elektrike tudi ne bi mogli živeti. Električna napetost namreč neprestano nastaja v telesu in poganja veliko celičnih procesov, ključna pa je tudi za delovanje živcev in mišic. Napetosti, ki nastanejo v telesu, so sicer relativno majhne (do približno desetinke volta), a vseeno dovolj velike, da jih lahko izmerimo in na njihovi osnovi sklepamo o delovanju procesov v telesu. V tem poglavju bomo spoznali, da je v telesu glavni izvor električne napetosti prekomembranski električni potencial, ki nastane kot posledica koncentracijskih gradientov ionov preko selektivno prepustnih celičnih membran. Najprej si bomo s pomočjo znanja termodinamike razložili nastanek t. i. *mirovnega prekomembranskega potenciala*, ki je prisoten v nevzdraženih celicah, nato pa še nastanek *akcijskega potenciala*, do katerega pride med vzdraženostjo. Na koncu bomo opisali, kako lahko sinhrona depolarizacija celic privede do merljivih električnih tokov v telesu.

20.1 Prekomembranski potencial

Mirovni prekomembranski električni potencial je v prvi vrsti povezan z dvema pojavoma: a) koncentracija nekaterih ionov je na eni strani membrane drugačna kot na drugi in b) membrana je selektivno prepustna in nekatere ione prepušča bolje kot druge. Na prekomembranski potencial najbolj vplivajo tisti ioni, pri katerih je koncentracijska razlika največja in za katere je membrana najbolj prepustna. Pri živčnih in mišičnih celicah v mirovnem stanju so to kalijevi ioni, katerih koncentracija je zaradi aktivnega prekomembran-

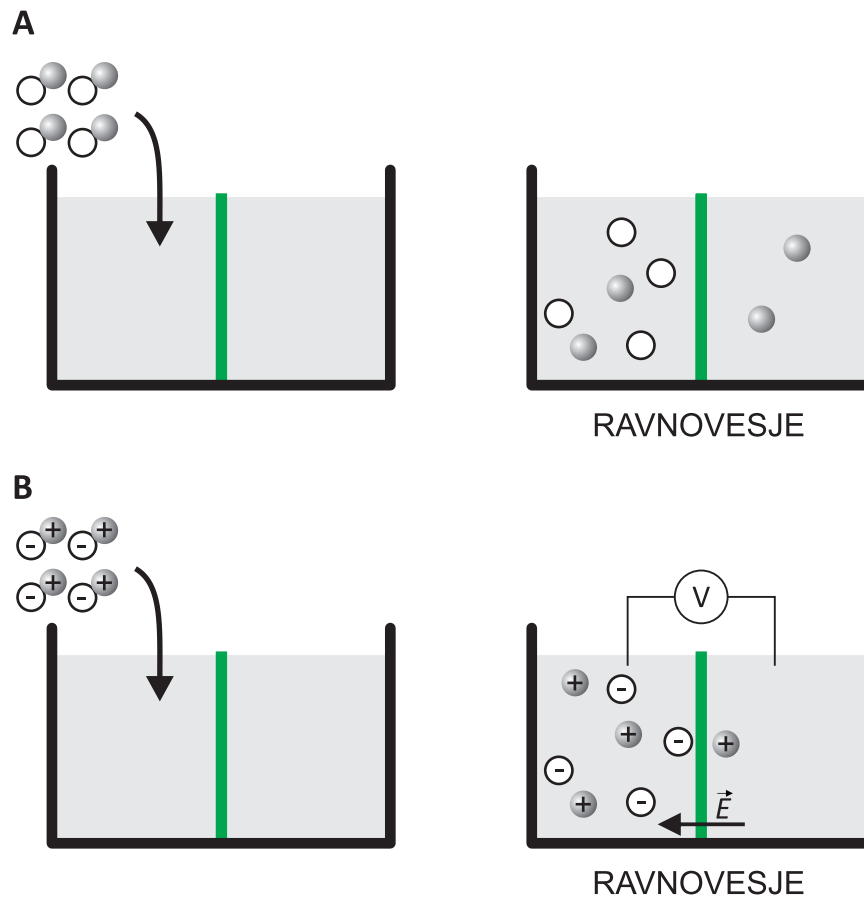
skega transporta v celici večja kot zunaj (tabela 20.1). Električni potencial v celici v mirovnem stanju je zato približno 100 mV nižji kot zunaj nje. To je na prvi pogled presenetljivo – kalijevi ioni so pozitivno nabiti, a je električni potencial bolj negativen na strani membrane, kjer je njihova koncentracija večja. Poglejmo si, zakaj je tako.

ion	K ⁺	Na ⁺	Cl ⁻
c_{not} [mM]	135	12	4
c_{zun} [mM]	4	140	116
P [cm/s]	10^{-7}	10^{-9}	10^{-8}

Tabela 20.1: Tipične koncentracije ionov v živčnih celicah in izven njih ter tipične prepustnosti membrane.

Izvor mirovnega prekomembranskega potenciala je najlažje razumeti v okviru t. i. *Nernstove enačbe*, ki opisuje kemijsko ravnovesje ionov na obeh straneh membrane. Za lažji začetek se spomnimo, kako smo opisovali kemijsko ravnovesje za nenabite raztopljene delce. Če na eni strani membrane raztopimo dve vrsti topljencev, membrana pa je prepustna le za eno vrsto, bodo le-ti zaradi koncentracijske razlike prehajali na drugo stran vse dokler ne bo njihov kemijski potencial enak na obeh straneh membrane (slika 20.1A). Ker je kemijski potencial za nenabite topljence odvisen le od koncentracije (spomnimo se enačbe 15.8 pri termodinamiki: $\mu = \mu_0 + RT \ln c/c_0$), bo v ravnovesju koncentracija teh topljencev na obeh straneh membrane enaka. Za topljence, ki preko membrane ne morejo, ravnovesja kemijskih potencialov seveda ne velja.

Situacija se zelo spremeni, če so topljenci nabiti. Če je na eni strani membrane raztopljena sol, membrana pa prepušča le katione, bodo le ti začeli prehajati na drugo stran membrane, a se bo pri tem hitro vzpostavil prekomembranski električni potencial, ki bo njihovemu prehajanju nasprotoval. Ko namreč kationi prehajajo preko membrane, za seboj puščajo presežek anionov, ki katione vlečejo nazaj (slika 20.1B). Ob tem se spomnimo primera 17.1, pri katerem smo videli, da mora za vzpostavitev prekomembranskega potenciala membrano prečkati zelo malo naboja (razmerje med njima določa kapaciteta



Slika 20.1: Do mirovnega (ravnovesnega) prekomembranskega potenciala pride, ko sta raztopini z različnima koncentracijama ionov pregrajeni s selektivno prepustno membrano (polprepustna membrana na sliki je označena z zeleno in prepušča le sive topljence). A) Primer, ko so topljenci električno nevtralni. Če je na eni strani membrane večja koncentracija topljencev, ki lahko prehajajo membrano, bodo ti topljenci membrano prehajali vse dokler njihova koncentracija na obeh straneh ne bo enaka. B) Če so topljenci električno nabiti, se že pri prehodu majhnega števila topljencev preko membrane ustvari električni potencial, ki njihovo prehajanje zaustavlja. V ravnovesju se torej koncentraciji topljencev ne izenačita, preko membrane pa se ustvari mirovni prekomembranski potencial.

membrane), tako malo, da se koncentracija ionov na obeh straneh membrane praktično ne spremeni. V primeru nabitih topljencev se ravnovesje vzpostavi zelo hitro in ne šele, ko je njihova koncentracija enaka na obeh straneh mem-

brane. Nernstovo enačbo dobimo, ko zapišemo pogoj za ravnovesje nabitih topljencev.

Kemijski potencial nabitih topljencev (ionov) ni odvisen le od njihove koncentracije, temveč tudi od električnega potenciala. Spomnimo se namreč, da je kemijski potencial snovi enak prosti entalpiji na mol, prosta entalpija pa je povezana z notranjo energijo. Ioni imajo v električnem potencialu tudi električno energijo, ki je enaka $W_e = e\varphi$ (enačba 17.6), zaradi česar bodo imeli ob prisotnosti električnega potenciala v kemijskem potencialu dodaten člen

$$\mu_e = \frac{W_e}{n} = \frac{NZe_0\varphi}{n} = ZF\varphi, \quad (20.1)$$

kjer je φ električni potencial, Z je valenca ionov, F pa je Faradayeva konstanta, ki opisuje naboj enega mola osnovnega naboja in smo jo spoznal že v en. 19.9, $F = e_0N_A$ (v zgornjem računu smo upoštevali še, da je $n = N/N_A$). Kemijski potencial v prisotnosti električnega polja včasih imenujemo tudi *elektrokemijski potencial*. V ravnovesju je torej elektrokemijski potencial ionov, ki lahko prehajajo membrano, enak na obeh straneh membrane:

$$\mu_0 + RT \ln \frac{c_{\text{not}}}{c_0} + ZF\varphi_{\text{not}} = \mu_0 + RT \ln \frac{c_{\text{zun}}}{c_0} + ZF\varphi_{\text{zun}}, \quad (20.2)$$

Če iz zgornje enačbe izrazimo prekomembranski potencial ($U = \varphi_{\text{not}} - \varphi_{\text{zun}}$), se členi z μ_0 in c_0 pokrajšajo in dobimo Nernstovo enačbo

$$U = -\frac{RT}{ZF} \ln \frac{c_{\text{not}}}{c_{\text{zun}}}, \quad (20.3)$$

ki opisuje zvezo med ravnovesnim prekomembranskim potencialom in koncentracijama ionov na obeh straneh membrane. V fiziologiji Nernstovo enačbo pogosto zapišemo tudi v bolj praktični obliki, pri kateri v zgornjo enačbo vstavimo fiziološko temperaturo ($T = 37^\circ\text{C} = 310\text{ K}$) in logaritem zapišemo z desetiško osnovo (upoštevamo tudi $\ln x = \log x / \log e$).

$$U \approx -\frac{60\text{ mV}}{Z} \log \frac{c_{\text{not}}}{c_{\text{zun}}}. \quad (20.4)$$

Iz tega zapisa Nernstove enačbe takoj vidimo, da 10-kratna razlika koncentracij enovalentnih ionov povzroči prekomembranski potencial 60 mV, 100-kratna pa prekomembranski potencial 120 mV.

Če v Nernstovo enačbo vstavimo koncentracije kalija (tabela 20.1), za mirovni prekomembranski potencial dobimo $U = -60 \text{ mV} \cdot \log(135/4) \approx -92 \text{ mV}$, kar približno ustreza dejanski vrednosti v celicah. Koncentracij ostalih ionov pri tem ni potrebno upoštevati, saj ti ioni ne morejo preko membrane in za njih ne velja ravnovesje elektrokemijskih potencialov na obeh straneh membrane. Čeprav je Nernstova enačba le približek, saj predpostavlja, da je membrana prepustna le za eno vrsto ionov, pa je zelo uporabna za hitro ocenjevanje prekomembranskega potenciala (primer 20.1).

Primer 20.1: hiperkalemija

V nekaterih bolezenskih stanjih lahko pride do spremembe koncentracije kalija v izven celični raztopini. Če je kalija preveč, govorimo o hiperkalemiji, v nasprotnem primeru pa o hipokalemiji. Ker je kalij ključen za mirovni prekomembranski potencial, ima lahko sprememba njegove koncentracije hude posledice. Poleg tega je njegova normalna izvencelična koncentracija majhna, zaradi česar lahko že majhna sprememba koncentracije povzroči veliko spremembo v električnem potencialu. Za hitro oceno vpliva spremembe koncentracije kalija na mirovni prekomembranski potencial lahko uporabimo kar Nernstovo enačbo (en. 20.4). Ocenimo, koliko se spremeni potencial, če se koncentracija kalija zunaj celice iz 4 mM poveča na 8 mM:

$$U = -60 \text{ mV} \cdot \log(135/8) \approx -74 \text{ mV} . \quad (20.5)$$

Majhna sprememba v koncentraciji kalija lahko torej bistveno vpliva na mirovni prekomembranski potencial. Vbrizganje kalijeve raztopine v žilo je lahko zato smrtno nevarno.

V živčnih in mišičnih celicah je za velike prekomembranske koncentracijske gradiente in s tem tudi za nastanek prekomembranskega potenciala v prvi vrsti odgovoren aktivni prekomembranski transport (npr. K^+/Na^+ črpalke). Do prekomembranskega potenciala pa lahko pride tudi brez aktivnega prekomembranskega transporta, saj je v celicah pogosto veliko nabitih makromolekul, ki pomembno prispevajo k celotnemu naboju v celici, a ne morejo preko membrane. V rdečih krvničkah je npr. veliko negativno nabitega hemoglobina (pH v rdečih krvničkah je malo nad 7), njihova membrana pa je najbolj prepustna za klorove ione. Ker je v celicah veliko negativnega naboja že na hemoglobinu, je negativnih klorovih ionov v njihovi notranjosti manj kot zunaj. Po Nernstovi enačbi je torej električni potencial v rdečih krvničkah nekaj manjši kot zunaj njih (za klorove ione je $Z = -1$). Na svoji poti po krvnem obtoku rdeče krvničke srečujejo z neprestanim spreminjanjem koncentracij ionov v krvni plazmi, poleg tega se spreminja tudi pH, zaradi česar preko membrane stalno prehajajo tudi klorovi ioni (pa tudi voda, saj mora biti med uravnavanjem elektrokemijskih potencialov topljencev vseskozi uravnan tudi osmotski

tlak). Elektrokemijsko in osmotsko ravnovesje, pri katerem pomembno vlogo igrajo makromolekule, imenujemo tudi *Donnanovo ravnovesje*.

Nernstova enačba dobro velja v približku, ko je membrana prepustna le za eno vrsto ionov. Zahtevnejši račun pokaže, da je razširitev Nernstove enačbe za realne celice t. i. *Goldmanova enačba*, ki upošteva vse tri glavne vrste ionov in njihove prepustnosti:

$$U = -60 \text{ mV} \log \frac{P_K \cdot c_{K \text{ not}} + P_{Cl} \cdot c_{Cl \text{ zun}} + P_{Na} \cdot c_{Na \text{ not}}}{P_K \cdot c_{K \text{ zun}} + P_{Cl} \cdot c_{Cl \text{ not}} + P_{Na} \cdot c_{Na \text{ zun}}} . \quad (20.6)$$

V enačbi so znotrajcelične koncentracije kationov v števcu, znotrajcelične koncentracije anionov pa v imenovalcu. Če bi predpostavili, da je prepustnost kalija veliko večja od prepustnosti ostalih ionov, bi se Goldmanova enačba poenostavila v Nernstovo. Če v Goldmanovo enačbo vstavimo podatke iz tabele 20.1, dobimo vrednost -84 mV , iz česar vidimo, da je Nernstova enačba v tem primeru kar dober približek.

Do sedaj smo govorili le o mirovnem prekomembranskem potencialu. V celicah, ki se lahko vzdražijo (npr. v živčnih celicah), lahko poleg tega med vzdraženjem nastopi tudi *akcijski potencial*, pri čemer se prekomembranski potencial iz negativnega za kratek čas spremeni v pozitivnega. Do akcijskega potenciala pride, ko se prepustnost membrane za Na^+ ione hipno poveča za več kot 1000-krat, zaradi česar nekaj natrijevih ionov preide v celico in se potencial spremeni na nekaj $+10 \text{ mV}$ (če bi povečano prepustnost za natrij vstavili v Goldmanovo enačbo, bi dobili vrednost $+42 \text{ mV}$, če pa bi upoštevali, da so sedaj natrijevi ioni najbolj prepustni in bi jih vstavili v Nernstovo enačbo, bi dobili celo $+62 \text{ mV}$). Ob tem se spomnimo primera 17.1, v katerem smo pokazali, da spremembo potenciala povzroči že prehod majhne količine natrija, zaradi česar se med akcijskim potencialom koncentracija natrija v celici praktično ne spremeni.

20.2 Tkiva kot izvori električnega toka

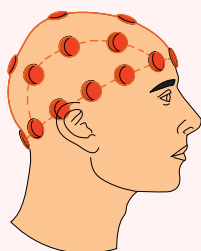
Depolarizacija celice (nastanek akcijskega potenciala) povzroči nastanek majhnega električnega toka v njeni okolici. Pri delovanju mišic in živcev se sinhrono depolarizira veliko število celic, zato se ti tokovi seštevajo in povzročijo majhne, a merljive spremembe električnega potenciala v okoliških tkivih in tudi na površini telesa. V medicini to dejstvo izrablja vrsta diagnostičnih metod, pri katerih z merjenjem električne napetosti na površini telesa dobimo

informacijo o delovanju organov v telesu (primer 20.2).

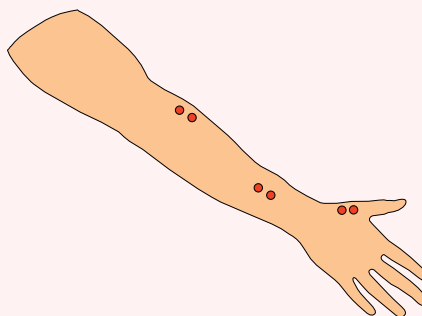
Primer 20.2: Merjenje napetosti na telesu: EKG, EEG in EMG

Med aktivnostjo mišic in živcev se v telesu prožijo majhni električni tokovi, ki jih lahko zaznamo kot spremembe električne napetosti na površini telesa. Z meritvijo napetosti na površini telesa lahko zato dobimo informacijo o delovanju organov v notranjosti telesa. Najbolj znana tovrstna metoda je elektrokardiografija (EKG), s katero dobimo informacije o električni aktivnosti srčne mišice. Z elektroencefalografijo (EEG) analiziramo delovanje možganov, z elektromiografijo (EMG) pa delovanje mišic in motoričnih živcev. Vse metode, pri katerih merimo napetost na površini telesa so povsem neinvazivne in za pacienta ne predstavljajo neprijetnosti. Metodo EKG bomo podrobneje spoznali v naslednjem poglavju, postavitev elektrod za EEG in EMG roke pa je shematično prikazana na spodnji sliki.

A



B

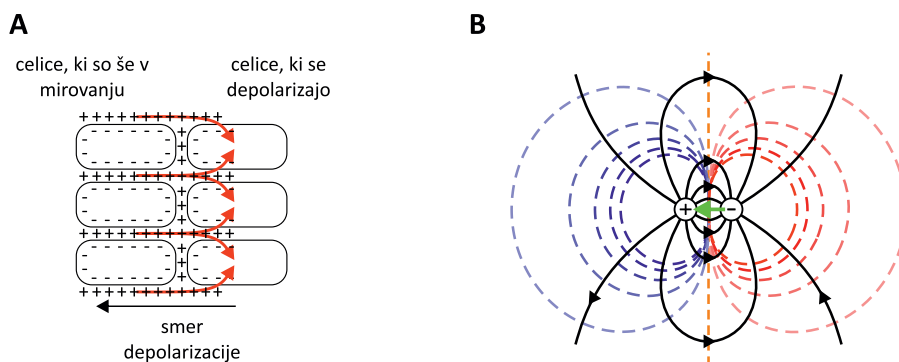


Pri vseh elektrofizioloških metodah je zelo pomembno, da je električni stik med elektrodami in kožo čim boljši. Med površinsko elektrodo in kožo zato nanese poseben gel, ki je električno dobro prevoden in poskrbi za to, da med kovinsko elektrodo in kožo ni zraka, ki je slab električni prevodnik. Če si želimo še posebej natančne meritve, lahko uporabimo tudi elektrode v obliki tankih igel, ki jih zapičimo neposredno v preiskovano tkivo.

Pri metodi EMG lahko elektrode uporabimo ne le za detekcijo napetosti ampak tudi za dovajanje napetostnih sunkov. S temi lahko mišice in živce umetno vzdražimo ter nato opazujemo potovanje vzdražnega vala vzdolž okončine. Na ta način je mogoče enostavno ugotoviti, kje vzdolž okončine je motorični živec poškodovan.

Preden se v naslednjem poglavju posvetimo delovanju EKG, si oglejmo preprost opis električnih tokov in potencialov, ki nastanejo ob sinhroni depolarizaciji celic v telesu. Ko se po tkivu širi depolarizacijski val, steče električni tok iz območja ne-vzbujenih celic proti območju celic, ki se depolarizirajo (slika 20.2A). Podobno steče električni tok tudi pri re-polarizaciji celic, le da so spremembe toka v tem primeru počasnejše, električno polje pa je manjše. V

primeru depolarizacije si lahko prvem približku ne-vzbujeno stran tkiva predstavljamo kot izvor, območje depolarizacij pa kot ponor električnega toka, pri čemer električni tok steče tudi po okoliškem tkivu. Tokovnice električnega toka v tkivu imajo ob tem podobno obliko kot silnice v okolici električnega dipola (slika 20.2B). Podobno kot pri elektrostatiki lahko torej tudi v primeru depolarizacije celic definiramo vektor dipola, ki ga v tem primeru imenujemo *tokovni dipol*. Če izvor toka označimo s $+$, ponor pa z $-$, kažejo tokovnice od $+$ proti $-$, vektor tokovnega dipola pa kaže od $-$ proti $+$, kar je analogno definiciji električnega dipola pri elektrostatiki. Velikost vektorja tokovnega dipola je sorazmerna z velikostjo toka, ki ga izvor in ponor poganjata po telesu.



Slika 20.2: Depolarizacija celic v mišicah in živcih je izvor električne napetosti, ki jo lahko zaznamo tudi na površini telesa. A) Shematični prikaz nastanka električnega toka v tkivu ob sinhroni depolarizaciji večjega števila celic. Depolarizacija povzroči električni tok, katerega izvor je v ne-vzbujenem delu tkiva, ponor pa v tkivu, ki se depolarizira. Pri tem je smer električnega toka nasprotna smeri širjenja depolarizacije. B) Prikaz električnega potenciala in toka v homogenem tkivu, v katerem sta izvor in ponor toka. Izvor ($+$) in ponor ($-$) električnega toka predstavljata t. i. električni tokovni dipol. Vektor tokovnega dipola je označen zeleno in kaže od $-$ proti $+$ (v smer premikanja depolarizacijskega vala v tkivu), tokovnice električnega toka pa so narisane črno in tečejo od izvora proti ponoru. Skupaj z električnim tokom se v tkivu pojavi tudi električni potencial, ki se niža vzdolž tokovnic (najvišji je v pri $+$ in najnižji pri $-$). Ekvipotencialne črte so na sliki označene črtkano (pri višjih potencialih so bolj modre, pri nižjih pa bolj rdeče barve, potencial 0 V je na sredini in je označen z oranžno). Električni potencial okoli tokovnega dipola ima enako obliko kot pri dipolu, ki smo ga srečali pri elektrostatiki. Velikost vektorja tokovnega dipola je tem večja, čim večji tok in potencialne razlike ustvarjata izvor in ponor.

Na osnovi dipolne slike si lahko nazorno predstavljamo električni poten-

cial, ki ga izvor in ponor toka ustvarita v okoliškem tkivu. Podobno kot v navadnem električnem krogu tudi pri tokovnem dipolu električni potencial pada vzdolž vsake tokovnice, pri čemer je najvišji v izvoru, najnižji pa v ponoru. Ekvipotencialne črte okoli tokovnega dipola bodo imele torej enako obliko kot ekvipotencialne črte okoli dipola pri elektrostatiki (slika 20.2B). Ob spreminjanju območja depolarizacije in repolarizacije celic v tkivu, se spreminjajo položaj, usmerjenost in velikost vektorja tokovnega dipola, ob tem pa se se ustrezno spreminja tudi potencial v telesu in na njegovi površini.

Poglavje 21

EKG

Celice v srčni mišici se neprestano periodično depolarizirajo in repolarizirajo in so glavni glavni izvor električne aktivnosti v telesu. Električna aktivnost srca lahko na površini telesa povzroči do nekaj mV velike spremembe električnega potenciala, ki jih je mogoče enostavno izmeriti. To meritev imenujemo *elektrokardiografija*, grafični prikaz spreminjanja napetosti med točkami na površini telesa v odvisnosti od časa imenujemo *elektrokardiogram*, oboje pa označimo s kratico EKG.

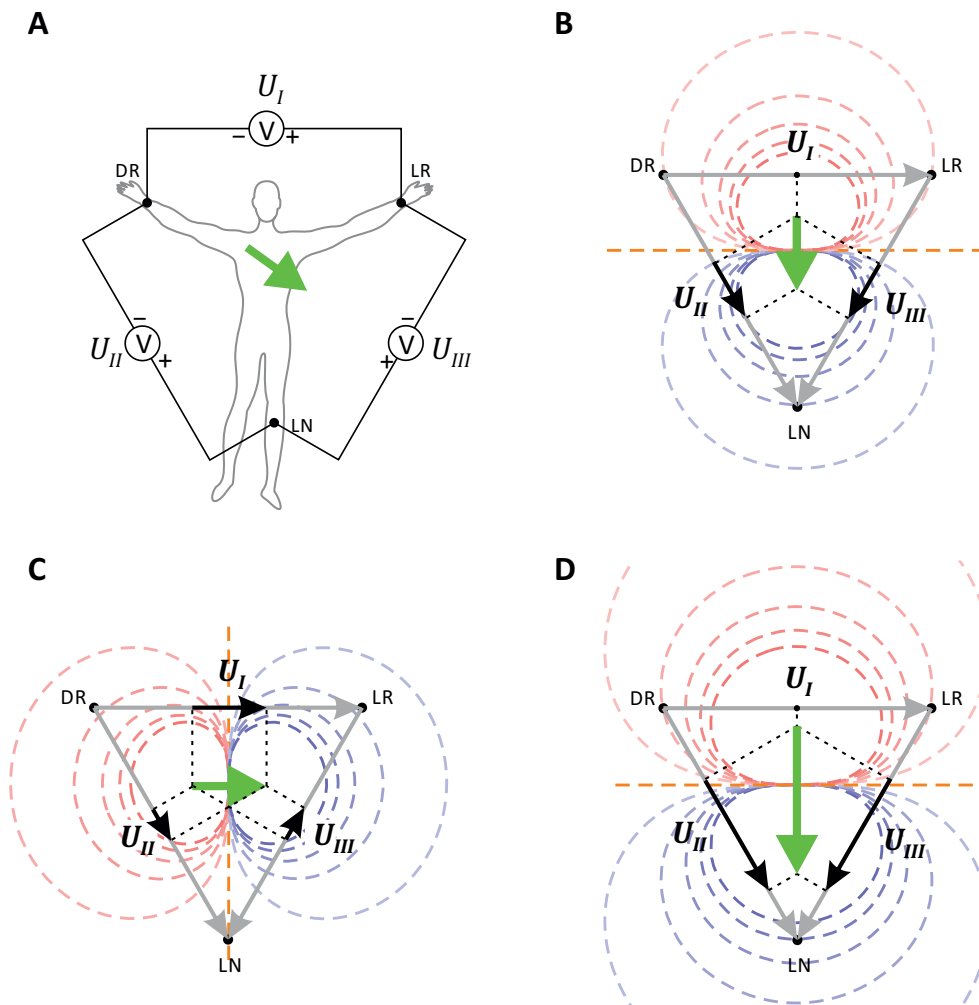
Pri osnovnem EKG merimo časovne odvisnosti napetosti med rokama in levo nogo, ki jih imenujemo tudi *standardni bipolarni odvodi*¹. Napetost med levo in desno roko imenujemo prvi odvod, napetost med levo nogo in desno roko drugi odvod ter napetost med levo nogo in levo roko tretji odvod (slika 21.1A). Zveze med odvodi in potenciali na rokah in nogi so torej

$$\begin{aligned}U_I &= \varphi_{LR} - \varphi_{DR}, \\U_{II} &= \varphi_{LN} - \varphi_{DR}, \\U_{III} &= \varphi_{LN} - \varphi_{LR}.\end{aligned}\tag{21.1}$$

Ker tri elektrode pri standardnih bipolarnih odvodih tvorijo zaključeno zanko, ti odvodi med seboj niso neodvisni in med njimi velja zveza $U_I + U_{III} = U_{II}$, ki jo lahko enostavno izpeljemo iz zgornjih enačb.

V prejšnjem razdelku smo videli, da lahko trenutno električno aktivnost srca opišemo z vektorjem tokovnega dipola. Odvisnost standardnih odvodov od velikosti in smeri dipola si lahko nadzorno prikažemo ob predpostavki, da

¹Izraz *odvod* pri EKG ni povezan z matematičnim odvodom, temveč opisuje način namestitve in vezave elektrod. V angleškem jeziku se npr. odvod pri matematiki imenuje *derivative*, pri EKG pa *lead*.

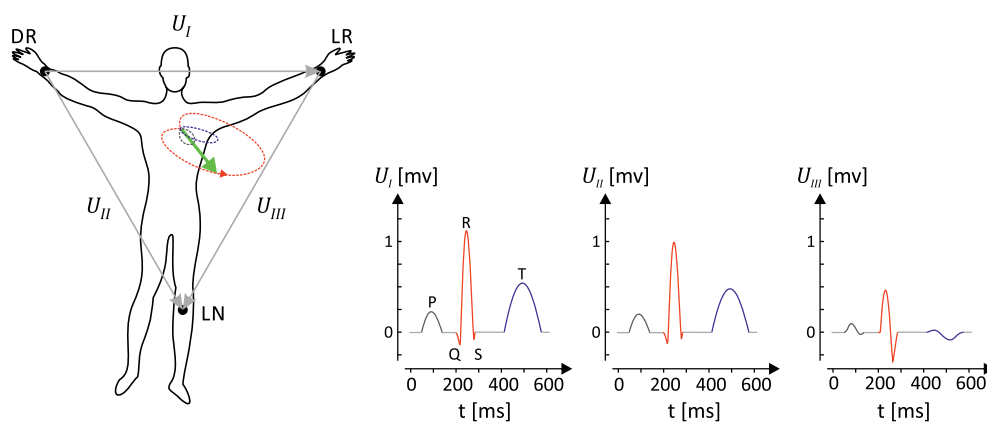


Slika 21.1: A) Pri osnovnem EKG merimo časovno spreminjanje treh napetosti med rokama in nogo, ki jih imenujemo *bipolarni standardni odvodi*: U_I je napetost med levo in desno roko, U_{II} med levo nogo in desno roko ter U_{III} med levo nogo in levo roko. Slike B, C in D prikazujejo vrednosti teh odvodov pri treh vrednostih električnega dipola v približku t. i. Einthovenovega trikotnika (dipol je v težišču, elektrode pa v ogliščih enakostraničnega trikotnika). Iz slik vidimo, da je vrednost posameznega odvoda enaka projekciji dipola na veznico med ustreznima elektrodama. A) Električni dipol kaže navzdol, zaradi česar sta roki na negativnih potencialih, noga pa na pozitivnem. Potenciala rok sta enaka, zato je $U_I = 0$ mV. B) Električni dipol ima enako velikost kot pri sliki A, obrnjen pa je v desno. C) Električni dipol srca ima še enkrat večjo vrednost kot na sliki A in je obrnjen navzdol. Vrednosti potencialov in napetosti so v primerjavi s sliko B podvojene.

so elektrode nameščene približno v oglišča enakostraničnega trikotnika s srcem v središču (slike 21.1 B, C in D, tak prikaz se po nizozemskem fiziologu imenuje *Einthovenov trikotnik*). Iz slik je lepo razvidno, da bosta v primeru, ko dipol kaže pravokotno na veznico med dvema elektrodama, elektrodi na isti ekvipotencialni črti in bo napetost med njima enaka nič. Po drugi strani bo napetost med elektrodama največja, če je dipol vzporeden veznici med elektrodama. Iz opisanega se nam izlušči preprosto pravilo, ki velja v približku Einthovenovega trikotnika: **napetost med elektrodama je sorazmerna s projekcijo dipola srca na veznico med njima**. Ob tem opazimo tudi omejitve meritve EKG na rokah in nogi: ker elektrode ležijo na frontalni ravnini telesa, tudi vrednosti odvodov predstavljajo projekcije v tej ravnini, zato celotnega 3D vektorja dipola zgolj z merjenjem na rokah in nogi ne moremo določiti. Za natančnejše določanje obnašanja depolarizacij srčne mišice v sagitalni in transverzalni ravnini je potrebno uporabiti 12-kanalni EKG, pri katerem so elektrode razporejene tudi po prsnem košu (MaFijski primer 21.1).

Oglejmo si še primer obnašanja normalnega dipola srca med enim srčnim utripom in ustrezne vrednosti standardnih bipolarnih odvodov (slika 21.2). V grobem ima normalni EKG tri odseke: najprej se depolarizirata atrija (P val), nato ventrikla (odsek QRS), na koncu pa se zazna tudi repolarizacijo ventriklov (T val). V vseh treh primerih se vektor dipola najprej poveča in nato zmanjša, vmes pa se mu spreminja tudi smer, zaradi česar vrh vektorja v vsakem intervalu opiše približno obliko elipse. Do največje električne aktivnosti pride med depolarizacijo ventriklov, zato v tej fazi dipol srca najbolj naraste in so spremembe napetosti najbolj izrazite v odseku QRS. V primeru na sliki so pri vsakem odseku največje spremembe dipola srca v smeri pravokotno na veznico med levo roko in nogo, zato sta U_I in U_{II} podobna, U_{III} pa je bistveno manjši. Signal repolarizacije atrijev je šibek in se največkrat prekriva z odsekom QRS, zato ga EKG težje zazna.

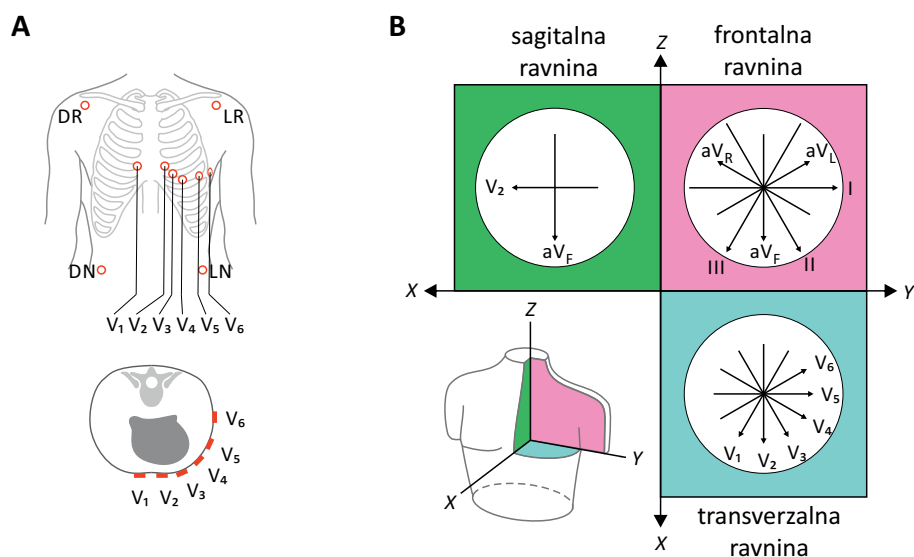
Na koncu velja opozoriti, da se lahko zaradi anatomske in funkcionalne razlike med ljudmi tudi njihovi normalni EKG do neke mere razlikujejo, spreminja pa se tudi s starostjo in fizično aktivnostjo. Poleg tega ne smemo pozabiti, da iz EKG dobimo le informacijo o električni aktivnosti srca, ki je sicer zelo povezana s njegovo mehansko aktivnostjo, vendar pa teh pojmov ne smemo kar enačiti. Izkušen zdravnik lahko na osnovi nenormalnega EKG sklepa o nepravilnosti delovanja srca, za celotno sliko njegovega delovanja in njegove zmožnosti črpanja krvi pa mora izmeriti tudi druge relevantne informacije, npr. krvni tlak in ultrazvočno sliko delovanja srca.



Slika 21.2: Shematični prikaz normalnega EKG. Leva slika prikazuje obnašanje dipola srca med enim srčnim utripom, desne slike pa ustrezne standardne bipolarne odvo-de. V enem utripu srca se njegov dipol trikrat izrazito poveča in pomanjša: prvi val ustreza depolarizaciji atrijev (P val, narisan sivo), drugi nastane zaradi depolarizacije ventriklov (QRS, narisan rdeče), tretji pa ob repolarizaciji ventriklov (T val, narisan modro). Iz relativne višine odvodov lahko razberemo, v kateri smeri se je dipol srca najbolj spreminjal — v prikazanem primeru je tretji odvod najmanjši, prva dva pa sta si podobna, zato lahko sklepamo, da je glavna os elipse QRS intervala pravokotna na veznico med nogo in levo roko.

MaFijski primer 21.1: 12-kanalov za 3D EKG

S tremi standardnimi bipolarnimi odvodi lahko določimo le obnašanje dipola srca v frontalni ravnini. Sodobne EKG naprave zato največkrat merijo 12-kanalni EKG, s katerim dobimo informacijo o 3D obnašanju dipola: poleg treh standardnih bipolarnih odvodov izmerijo še 9 *unipolarnih odvodov*. Pri unipolarnih odvodih ne merimo napetosti med dvema točkama na telesu ampak napetost med eno točko na telesu in nekim standardnim potencialom (standardni potencial je ponavadi kar povprečne potencialov rok in noge). Trije od unipolarnih odvodov so ponavadi t. i. *ojačani unipolarni odvodi* rok in leve noge (označimo jih z angleškimi okrajšavami aV_R , aV_L in aV_F – ojačan = augmented), šest pa je prekordialnih in imajo elektrode razporejene po prsnem košu (označimo jih z V_1 do V_6 , slika A). S prekordialnimi odvodi lahko bolje analiziramo nekatere detajle v električnem obnašanju srca, predvsem pa tudi usmerjenost dipola srca pravokotno na frontalno ravnino, česar z odvodi na rokah in nogi ne moremo. Za meritev 12-kanalnega EKG namestimo skupaj deset elektrod: elektrode za standardne bipolarne odvode namestimo na začetek okončin (pri tem uporabimo tudi elektrodo za desno nogo, ki služi za meritev referenčne napetosti), šest elektrod pa na prsni koš. S pomočjo teh elektrod lahko izmerimo vseh 12 odvodov (I , II , III , aV_R , aV_L , aV_F , V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 , V_6).



Unipolarni odvodi so definirani tako, da merijo projekcije vektorja dipola srca na veznico med središčem trikotnika in izbrano elektrodo. Unipolarne odvode rok in noge je tako mogoče izraziti s standardnimi bipolarnimi odvodi in so kar srednje vrednosti sosednjih standardnih bipolarnih odvodov. Unipolarni odvod noge je npr. definiran kot

$$U_{aV_F} = \varphi_{LN} - \frac{(\varphi_{DR} + \varphi_{LR})}{2} = \frac{1}{2}(U_{II} + U_{III})$$

Preprosto geometrijsko predstavo EKG z Einthovenovim trikotnikom lahko sedaj do-

polnimo. Videli smo, da so standardni bipolarni odvodi sorazmerni s projekcijami dipola na veznice med dvema ustreznimi elektrodami, ki ležijo na stranicah trikotnika. Podobno si lahko predstavljamo, da so unipolarni odvodi sorazmerni s projekcijami dipola na veznice med središčem srca in ustrezno unipolarno elektrodo. Ojačani unipolarni odvodi so tako sorazmerni s projekcijami na višine trikotnika v smeri okončin, prekordialni odvodi pa merijo velikost dipola v smeri od središča srca do posamezne prekordialne elektrode (slika B).

Zavedati se moramo, da je razumevanje EKG preko Enthovenovega trikotnika sicer zelo nazorno, a je kljub vsemu le približek in vseh detajlov z njim ne moremo razložiti (približkov je pravzaprav veliko: da je mogoče trenutno električno aktivnost srca opisati z dipolno sliko, da je središče električne aktivnosti srca vedno na sredini med elektrodami, da je telo homogena snov...). Po preprosti sliki bi moral biti npr. odvod I sorazmeren z odvodom V_5 , saj sta smeri obeh odvodov vzporedni, a v praksi ni povsem tako.

Poglavje 22

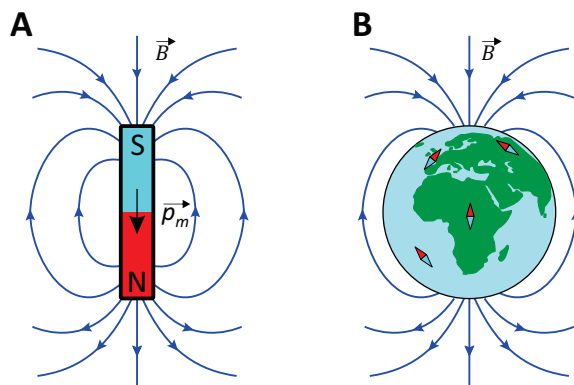
Magnetizem

V vsakdanjem življenju imamo z magnetizmom največ izkušenj preko različnih trajnih magnetov, npr. s kompasom, ki nam kaže smer proti severu, ali pa z magneti, ki jih pritrdimo na hladilnik v kuhinji. V tem poglavju bomo poleg tega spoznali, da so magnetni pojavi tesno povezani z električnimi ter da imajo veliko uporabno vrednost v medicini.

22.1 Magnetno polje

Pri obravnavanju električnih pojavov smo spoznali, da električna sila med električnimi naboji deluje »na daljavo« in jo lahko zato elegantno opišemo s pojmom električnega polja. Tudi magneti se med seboj odbijajo in privlačijo »na daljavo«, zato bomo lahko tudi magnetne pojave opisovali s pomočjo polja. Količino, ki opisuje kako močno je magnetno polje, imenujemo *gostota magnetnega polja* in jo označimo z $\vec{B}$, enota za gostoto magnetnega polja pa se po Nikoli Tesla imenuje tesla, T. Občutek za to količino lahko dobimo iz podatkov, da se velikost gostote magnetnega polja na Zemlji giblje v intervalu od $25 \mu\text{T}$ do $60 \mu\text{T}$ (v Sloveniji je približno $48 \mu\text{T}$), v napravah za slikanje z magnetno resonanco pa je polje veliko nekaj T. Enota tesla je z električnim enotami povezana preko zvez $\text{T} = \text{Vs}/\text{m}^2 = \text{N}/\text{Am}$.

Električno in magnetno polje sta med seboj tesno povezana, vendar pa je med njima tudi pomembna razlika: izvori električnega polja so točkasti električni naboji, pri magnetizmu pa točkastih izvorov magnetnega polja ne poznamo. Za vse trajne magnete velja, da polje na eni strani magneta izvira, na drugi pa ponika. Magneti so torej dipolni izvor magnetnega polja (slika 22.1A), pri katerem imajo silnice enako obliko, kot smo jo srečali pri električ-



Slika 22.1: A) Izvori magnetnega polja imajo vedno dva pola, točkastih izvorov pa ne poznamo. Magnetno polje trajnega magneta ima dipolno obliko: izvira na t. i. severnem magnetnem polu magneta (severni pol je označen z N, north) in ponika na južnem (S, south). Analogno električnemu dipolu, tudi magnetni dipol opišemo z vektorjem magnetnega dipola $\vec{p}_m$, ki kaže od južnega proti severnemu magnetnemu polu. B) Zemlja je tudi trajni magnet. Njen južni magnetni pol je na severnem geografskem tečaju, zato silnice magnetnega polja $\vec{B}$ kažejo proti severnemu geografskemu polu. Magnetne igle v kompasu zato s svojim severnim polom kažejo proti severnemu geografskemu polju zemlje ($\vec{p}_m$ igle kaže v smeri $\vec{B}$).

nem dipolu (slika 17.3). Če bi magnet prelomili na pol, bi dobili dva manjša dipolna magneta in ne izoliranih magnetnih monopolnih izvorov. Neobstoje magnetnih nabojev ima pomembno posledico: magnetno polje v snov prodira lažje od električnega, zato je dobro Faradayeva kletka za magnetno polje je zelo težko narediti (spomnimo se, da je bila za delovanje Faradayeve kletke nujna zmožnost hitrega prerazporejanja električnega naboja). Poleg tega pri magnetnem polju tudi ni efekta senčenja, ki smo ga srečali v ionskih raztopinah.

Podobno kot smo v razdelku 17.4 polarnim molekulam pripisali vektor električnega dipola $\vec{p}_e$, lahko magnetom pripišemo vektor magnetnega polja $\vec{p}_m$, ki opisuje kako močan izvor magnetnega polja je magnet in v katero smer je obrnjen. Po dogovoru vektor magnetnega dipola kaže od južnega proti severnemu polu magneta, magnetno polje pa izvira na severnem polu magneta ter ponika južnem. Magnetni dipol se v magnetnem polju obnaša podobno kot električni dipol v električnem polju – če je polje homogeno, v njem čutite navor, ki ga obrne v smer polja. Analogno enačbam za električno polje (en. 18.1) lahko torej tudi za magnetni dipol v homogenem magnetnem polju zapišemo

z vektorskim produktom

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \quad \text{oz.} \quad M = p_m B \sin \alpha, \quad (22.1)$$

kjer je α kot med magnetnim dipolom in smerjo gostote magnetnega polja. Zaradi navora se magneti v magnetnem polju torej obrnejo tako, da njihov severni pol kaže v smeri gostote magnetnega polja (v ravnovesju $\vec{p}_m$ kaže v smer $\vec{B}$). Magnetni severni pol Zemlje je tako na južnem geografskem polu, igla kompasa pa s svojim severnim polom kaže proti severnemu geografskemu polu (slika 22.1 B).

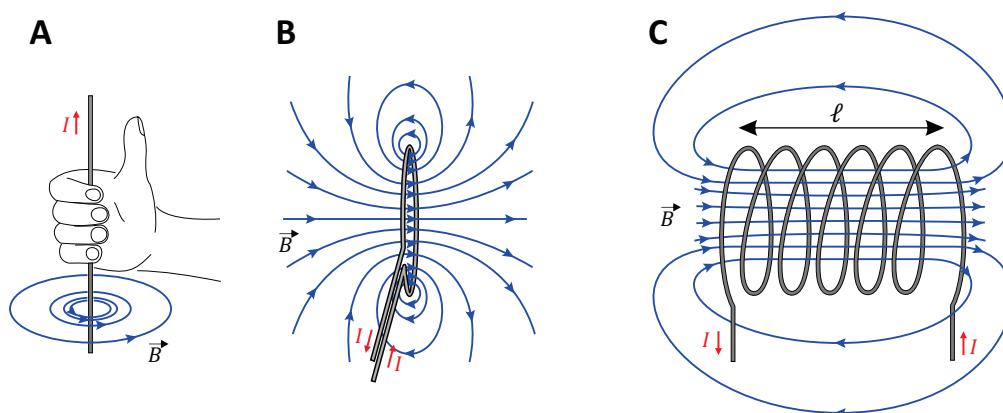
22.2 Izvor magnetnega polja je tudi električni tok

V poskusih z elektriko so kmalu ugotovili, da trajni magneti niso edini izvor magnetnega polja. Izkazalo se je namreč, da lahko magnetno polje ustvarimo tudi z električnim tokom in da se okoli dolge ravne žice, po kateri teče električni tok, ustvarijo vrtinci magnetnega polja (slika 22.2A). Pri tem gostota magnetnega polja pada obratno sorazmerno z oddaljenostjo od žice. Velja

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (22.2)$$

kjer je I električni tok v žici, r je oddaljenost od žice, μ_0 pa je *indukcijska konstanta*, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$. Smer silnic magnetnega polja lahko določimo s t. i. Oerstedovim pravilom: če palec desne roke usmerimo v smer toka, prsti kažejo v smer magnetnega polja. Zgornja zveza je eden od zapisov *Amperovega zakona*, ki je eden od osnovnih zakonov elektromagnetizma in opisuje nastanek magnetnega polja z električnim tokom.

V poglavju o elektriki smo spoznali, da med delovanjem živcev in mišic po naših telesih neprestano tečejo majhni električni tokovi. Zaradi Amperovega zakona so vsi ti tokovi tudi izvori magnetnih polj, ki jih lahko zaznamo na površini telesa. Ker pa so ta magnetna polja izjemno majhna (reda velikosti pT in manj), za njihovo detekcijo potrebujemo izjemno natančne detektorje, ki niso poceni. V medicini se zato naravni magnetizem telesa uporablja v glavnem le pri analizi delovanja možganov z metodo *magnetoencefalografijo* - MEG (primer 22.1). Za analizo električnih signalov v telesu so tako mnogo dostopnejše in zato tudi bolj razširjene elektrofiziološke metode, ki smo jih spoznali v prejšnjih poglavjih (EKG, EMG, EEG).

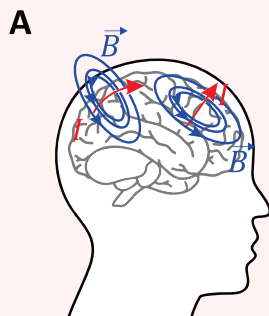


Slika 22.2: Električni tok je izvor magnetnega polja. A) V okolici dolge ravne žice, po kateri teče električni tok, se vzpostavijo vrtinci magnetnega polja. Smer vrtincev lahko določimo po naslednjem pravilu: če s palcem desne roke kažemo v smer električnega toka, nam prsti kažejo v smer magnetnega polja. B) Če žico navijemo v zanko, se prispevki posameznih kratkih odsekov žice seštevajo in zanka ustvarja dipolno obliko magnetnega polja. C) Če zaporedoma navijemo več zank, dobimo tuljavo, ki je uporaben elektromagnet, saj lahko njegovo jakost uravnavamo z električnim tokom.

Primer 22.1: MEG – magnetoencefalografija

V primeru 20.2 smo predstavili elektrofiziološke metode EKG, EEG in EMG, s katerimi lahko analiziramo električno aktivnost srca, možganov in skeletnih mišic oz. živcev. Po Amperovem zakonu (en. 22.2, slika 22.2A) je vsak električni tok tudi izvor magnetnega polja, zato se ob vsaki električni aktivnosti v telesu na njegovi površini pojavi tudi magnetno polje. V praksi ta pojav najpogosteje uporabljamo pri analizi delovanja možganov, z metodo imenovano magnetoencefalografija, MEG.

Slika A shematično prikazuje nastanek magnetnega polja zaradi električnih tokov v možganih. Vidimo, da največje magnetno polje na površini glave ustvarjajo tangencialni tokovi, radialne električne tokove v možganih pa z metodo MEG težje zaznavamo. V primerjavi z EEG lahko MEG zazna tudi znotrajcelične električne tokove, v obeh primerih pa lahko tokove zaznamo le, če je hkrati aktivnih zelo veliko nevronov (vsaj nekaj 1000).



B



Detektorje magnetnega polja po površini glave razporedimo podobno kot pri EEG, pri čemer tudi tu velja, da čim več detektorjev razporedimo po glavi, tem bolj natančno sliko možganske aktivnosti dobimo. Sodobne naprave za MEG uporabljajo tudi več kot 100 detektorjev. Ker električna aktivnost v možganih ustvarja le zelo šibko magnetno polje (reda velikosti pT in manj), moramo za detekcijo magnetnega polja uporabiti izjemno natančne detektorje. Po navadi uporabljamo t. i. SQUID detektorje (superconducting quantum unit interference device), ki morajo biti ohlajeni na nekaj stopinj K. Zaradi tega so naprave za MEG velike in drage (slika B).

Ocenimo še, kako velik električni tok v možganih povzroči nastanek magnetnega polja z gostoto 1 pT na površini glave! Če predpostavimo, da tok v glavi nastanejo v globini 4 cm, lahko s pomočjo Amperovega zakona izračunamo

$$I = \frac{2\pi r B}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 0,04 \text{ m} \cdot 10^{-12} \text{ Vs/m}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}} = 0,2 \mu\text{A} ,$$

kar je zares zelo majhen tok.

Amperov zakon lahko zelo koristno uporabimo za kontrolirano ustvarjanje magnetnega polja. Pri tem pa največkrat ne uporabljamo dolge ravne žice, ampak žico raje zavijemo v zanko, saj s tem dobimo dipolni izvor magnetnega polja (slika 22.2B). Če potrebujemo še močnejše polje, lahko žico navijemo večkrat in s tem naredimo *tuljavo* (slika 22.2C). Natančnejši račun pokaže, da je gostota magnetnega polja v notranjosti tuljave homogena (ni odvisna od oddaljenosti od žic) ter sorazmerna toku I , ki teče skozi tuljavo, in številu navojev N , ki jih navijemo na enoto dolžine tuljave ℓ :

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} . \quad (22.3)$$

Tuljava je zelo uporaben izvor magnetnega polja, saj lahko pri njej gostoto

magnetnega polja enostavno uravnavamo s spreminjanjem električnega toka. Tuljavo, ki jo uporabimo kot izvor magnetnega polja, imenujemo tudi *elektromagnet* (tuljave imajo poleg tega v elektromagnetizmu tudi še druge uporabne lastnosti). Glavna omejitev pri uporabi tuljav za ustvarjanje magnetnega polja je električna upornost žic – če namreč po žici spustimo prevelik tok, se bo žica zaradi svojega upora preveč segrela in lahko celo stalila (primer 22.2). Za doseganje velikih magnetnih polj, ki jih potrebujemo v napravah za slikanje z magnetno resonanco, moramo zato uporabiti superprevodne tuljave, ki imajo praktično zanemarljiv električni upor, a jih je težko izdelati in vzdrževati, zaradi česar niso poceni.

Primer 22.2: tuljava za slikanje z magnetno resonanco

Ocenimo, kolikšen tok bi moral teči po tuljavi iz bakrene žice, da bi v njej ustvarili magnetno polje, ki je potrebno za slikanje z magnetno resonanco ($B \approx 1 \text{ T}$). Tuljava naj ima premer 1 m in dolžino 1 m, uporabili pa bomo žico s premerom 1 mm. Potrebni električni tok lahko izrazimo iz enačbe 22.3:

$$I = \frac{\ell B}{\mu_0 N},$$

pri čemer vidimo, da bomo za izračun potrebovali tudi število navojev žice v tuljavi. V tuljavo z dolžino $\ell = 1 \text{ m}$, lahko žico, ki je debela 1 mm, navijemo približno 1000 krat. Za tok torej dobimo rezultat:

$$I = \frac{1 \text{ m} \cdot 1 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 1000} = 796 \text{ A}.$$

Za doseganje velikega magnetnega polja mora torej skozi tuljavo teči ogromen električni tok.

Ocenimo še, kolikšno moč bi ta tuljava trošila za ustvarjanje magnetnega polja. Če bi za tuljavo uporabili bakrene žice s specifično prevodnostjo $\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, bi bila električna upornost celotne žice v tuljavi (spomnimo se enačbe 19.4):

$$R = \frac{x}{S\sigma} = \frac{3142 \text{ m}}{6 \cdot 10^7 (\Omega\text{m})^{-1} \cdot 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} = 66 \Omega,$$

kjer smo celotno dolžino bakrene žice, navite v tuljavo, izračunali iz podatka za obseg tuljave in število navojev: $x = N \cdot 2\pi r = 1000 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m} = 3142 \text{ m}$, površino preseka žice pa smo izračunali iz njenega radija: $S = \pi r^2 = \pi \cdot (0,5 \text{ mm})^2 = 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$. Čeprav se električna upornost žice v tuljavi ne zdi velika, pa je moč, ki bi bila potrebna za ustvarjanje polja enaka (enačba 19.3):

$$P = RI^2 = 66 \Omega \cdot (796 \text{ A})^2 = 42 \text{ MW},$$

kar je ogromna moč. Za vzdrževanje take moči bi potrebovali izjemno močan izvor električnega toka, poleg tega pa bi se v žici sproščala ogromno toplote, ki bi žico hitro stalila. Tuljave v napravah za slikanje z magnetno resonanco so zato izdelane iz superprevodnih materialov, ki imajo praktično zanemarljivo električno upornost.

22.3 Sila na električni naboj v magnetnem polju

Elektrika in magnetizem sta na več ravneh tesno prepletena. V prejšnjem razdelku smo videli, da premikanje električnega naboja (električni tok) ustvari magnetno polje, velja pa tudi obratno: magnetno polje lahko z magnetno silo deluje na električni naboj. V primerjavi z električno silo (en. 17.3) je magnetna sila malo bolj zapletena, saj deluje le na električno nabite delce, ki se gibljejo pravokotno na magnetno polje. Z enačbo lahko magnetno silo napišemo kot

$$\vec{F}_m = e \vec{v} \times \vec{B}, \quad (22.4)$$

kjer je e električni naboj delca, $\vec{v}$ njegova hitrost, $\vec{B}$ pa gostota magnetnega polja. V enačbi za magnetno silo je vektorski produkt hitrosti in gostote magnetnega polja, zato je velikost magnetne sile sorazmerna sinusu kota med hitrostjo in poljem $F_m = evB \sin \alpha$, njena smer pa je pravokotna tako na $\vec{v}$ kot tudi na $\vec{B}$ (spomnimo se definicije vektorskega produkta na sliki 1.5 v uvodnem poglavju). Magnetna sila torej nabitemu delcu spreminjala le smer hitrosti ne pa tudi njene velikosti. Delec, ki se giblje pravokotno na magnetno polje, bo torej v njem krožil z enakomerno hitrostjo (slika 22.3A).

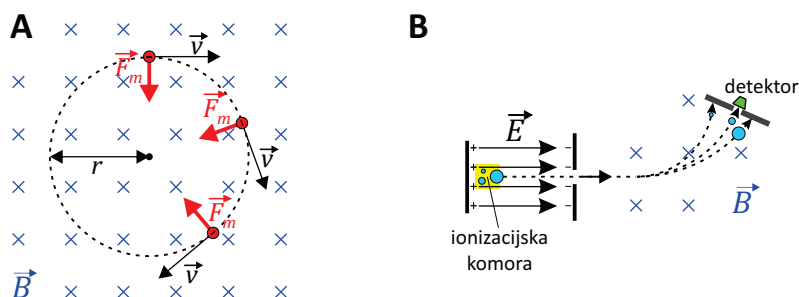
Z našim znanjem fizike lahko brez težav izračunamo radij kroženja nabitega delca v magnetnem polju: magnetna sila je namreč ravno radialna sila, ki ustvarja radialni pospešek za kroženje (enačba 2.5). Zapišemo lahko torej

$$evB = ma_r = mv^2/r. \quad (22.5)$$

Če iz zgornje enačbe izrazimo radij kroženja, dobimo

$$r = \frac{mv}{eB}. \quad (22.6)$$

Radij kroženja nabitega delca v magnetnem polju je torej odvisen od razmerja med njegovo maso in nabojem, kar s pridom izrabljamo v *masnih spektrometrih*, to je napravah, ki s katerimi lahko analiziramo molekularno sestavo vzorcev (slika 22.3B). Kroženje nabitih delcev v magnetnem polju izkoriščajo tudi v velikih pospeševalnikih, v katerih nabite delce v velikih krogih pospešujejo do velikih energij (npr. v CERNu v Švici, pa tudi v Sinhrotronu Elettra v Bazovici nad Trstom, v katerem s pomočjo sinhrotronskega sevanja preučujejo molekularno strukturo bioloških materialov).

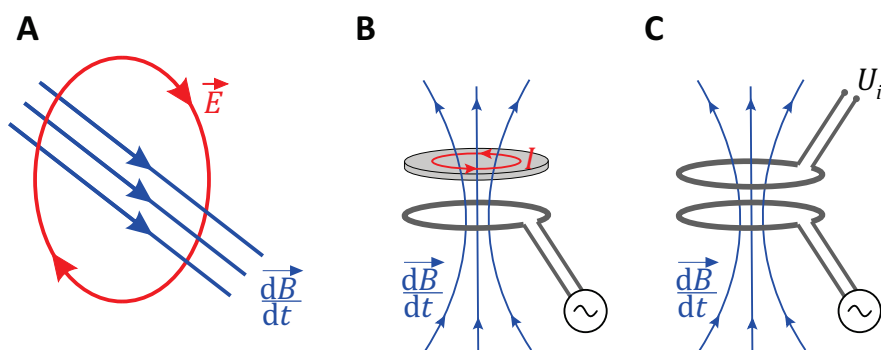


Slika 22.3: A) Shematični prikaz gibanja negativno nabitega delca v magnetnem polju (gostota magnetnega polja kaže pravokotno v površino strani). Magnetna sila na gibajoči se nabiti delec je pravokotna na hitrost (enačba 22.4), zato naboj v magnetnem polju enakomerno kroži. Smer sile določimo s pomočjo pravila za vektorski produkt (slika 1.5), upoštevati pa moramo tudi predznak naboja. B) Shematični prikaz magnetnega analizatorja v masnem spektrometru, s katerim lahko določimo molekularno sestavo vzorca. Molekule v vzorcu ioniziramo, jih pospešimo v električnem polju ter jih usmerimo skozi magnetno polje z izbrano gostoto. Radij zavijanja ioniziranih molekul v danem magnetnem polju je odvisen od razmerja med njihovo maso in nabojem (enačba 22.6), zato do detektorja pridejo le molekule z izbranim razmerjem. S spreminjanjem gostote magnetnega polja v analizatorju lahko torej določimo prisotnost različnih molekul v vzorcu oz. določimo njegov *masni spekter*.

22.4 Magnetna indukcija

Poglavje o magnetizmu zaključimo z opisom pomembnega pojava imenovanega *magnetna indukcija*, ki je nepogrešljiv za delovanje mnogih električnih naprav, srečamo pa ga tudi v medicini. Magnetno indukcijo opisuje Faradayev zakon, ki pravi, da se okoli magnetnega polja, ki se s časom spreminja, inducirajo vrtinci električnega polja. Grafično je ta zakon predstavljen na sliki 22.4A. V nadaljevanju si bomo pogledali dva primera uporabe indukcije.

Osnovni pogoj za indukcijo je magnetno polje, ki se s časom spreminja. Z našim znanjem elektromagnetizma že znamo narediti tako polje: na tuljavo priključimo izmenično napetost. Skozi tuljavo bo tako tok tekel izmenjaje v eno in v drugo smer, zaradi česar se bo tudi magnetno polje v tuljavi stalno spreminjalo in izmenjaje kazalo v eno in v drugo stran. Če ob tako tuljavo postavimo prevodno snov, bo izmenično magnetno polje v snovi induciralo vrtince električnega polja, ki bodo poganjali izmenične vrtince električnega toka (slika 22.4B). Na tak način deluje npr. indukcijska kuhalna plošča (tuljava je v kuhalni plošči, v dnu posode, ki jo postavimo na ploščo, pa nastajajo

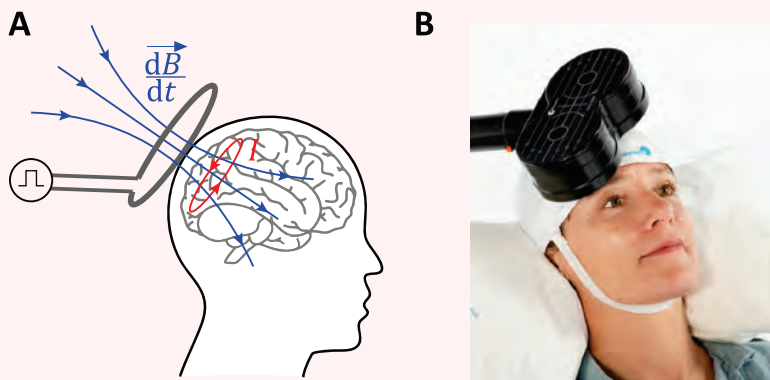


Slika 22.4: Shematični prikaz magnetne indukcije. A) Magnetna indukcija je eden od osnovnih pojavov v elektromagnetizmu: magnetno polje, ki se spreminja s časom, okoli sebe inducira nastanek vrtincev električnega polja. B) Časovno spreminjajoče magnetno polje ustvarimo s tuljavo, ki jo priključimo na izmenično napetost. Če v tako magnetno polje postavimo električni prevodnik, se v njem inducirajo vrtinci električnega toka. Ta pojav izrabljajo indukcijske kuhalne plošče, pa tudi transkraniialna magnetna stimulacija (primer 22.3). C) Če v izmenično magnetno polje postavimo sprejemno tuljavo, se v njej inducira izmenična napetost U_i . Na tak način lahko električno energijo brezžično prenesemo iz oddajne v sprejemno tuljavo.

vrtinci električnega toka, zaradi česar se dno posode segreje), v medicini pa magnetno indukcijo izkorišča transkraniialna magnetna stimulacija (TMS), pri kateri na enak način induciramo električne tokove v možganih (primer 22.3).

Primer 22.3: TMS – transkraniialna magnetna stimulacija

Izkušnje kažejo, da lahko nekatere duševne motnje zdravimo z električno stimulacijo možganov, čeprav mehanizem takega zdravljenja še ni poznan. V preteklosti se je v ta namen uporabljalo elektrokonvulzivno terapijo (t. i. elektrošoke), ki pa je zaradi svojih stranskih učinkov (in negativne slike v medijih) prišla na slab glas in se v Sloveniji ne uporablja več (v mnogih državah jo še vedno uporabljajo, saj je pri nekaterih stanjih edina učinkovita terapija).



Novejša metoda za električno stimulacijo možganov je transkranijska magnetna stimulacija, ki uporablja magnetno indukcijo in je mnogo manj invazivna od klasičnih elektrošokov. Pri tej metodi pacientu na glavo namestimo tuljavo in skozi njo spustimo sunelektrične napetosti. Tuljava za kratek čas ustvari magnetno polje, ki prodre v notranjost možganov, in ker se to polje s časom spreminja, se okoli njega inducira električni tok, ki stimulira možgane (slika A). Naprave za TMS ponavadi uporabljajo celo dve tuljavi, v katerih tok teče v nasprotnih smereh, s čimer je mogoče inducirani električni tok bolje fokusirati na določen predel možganov (slika B).

Če v spreminjajoče se magnetno polje postavimo prevodno zanko ali tuljavo, bodo inducirani vrtinci električnega polja v njej povzročili nastanek električne napetosti, ki se bo sledila spreminjanju magnetnega polja (slika 22.4C). Če magnetno polje ustvarjamo s tuljavo, priključeno na izmenično napetost, se bo tudi v sprejemni tuljavi inducirala izmenična napetost z isto frekvenco. Ker magnetno polje deluje na daljavo, tesen fizičen kontakt med oddajno in sprejemno tuljavo ni potreben, zaradi česar lahko magnetno indukcijo uporabimo za brezžičen prenos energije na daljavo (uporabne razdalje v praksi so nekaj cm). Indukcijo tako že uporabljajo nekateri prenosni telefoni za brezžično polnjenje baterije (sprejemna tuljava je v telefonu in je priključena na baterijo, oddajna tuljava pa je poseben podlogi, na katero položimo telefon), intenzivno pa se raziskuje tudi možnost uporabe te tehnologije za brezžično polnjenje baterij električnih implantantov, npr. srčnih spodbujevalnikov.

Z enačbo lahko v tuljavi inducirano napetost zapišemo kot

$$U_i = -\frac{d\phi_m}{dt}, \quad (22.7)$$

kjer je ϕ_m magnetni pretok skozi tuljavo, ki je definiran kot

$$\phi_m = N S B \cos \alpha. \quad (22.8)$$

Pri tem je N število navojev v tuljavi, S je površina preseka tuljave, B gostota magnetnega polja v tuljavi, kot α pa kot med gostoto magnetnega polja in osjo tuljave (magnetni pretok je največji, če je gostota magnetnega polja vzporedna osi tuljave). Iz enačbe vidimo, da se v tuljavi inducira napetost, če se s časom spreminja katera koli od zgornjih količin, ki definirajo magnetni pretok. Pri brezžičnem polnjenju baterij se s časom spreminja gostota magnetnega polja, v elektrarnah pa izmenično napetost ustvarjajo tako, da tuljavo vrtijo v statičnem magnetnem polju (ali obratno) in tako spreminjajo kot α .

Del V

Valovanje

Poglavje 23

Valovni pojavi

V naravi srečujemo valovanja na vsakem koraku: valove na vodni gladini, zvočno valovanje (zvok in ultrazvok), elektromagnetno valovanje (vidna svetloba, radijski valovi, rentgensko sevanje...), žarek elektronov v elektronskem mikroskopu itd. Čeprav so vsa ta valovanja na prvi pogled različna, imajo tudi veliko skupnih lastnosti, kot so npr. lom, uklon, sipanje in interferenca. Pomembna skupna lastnost je tudi, da se z valovanjem po prostoru prenaša energija, ki izvira iz njegovega izvora. Energija valovanja se lahko v snovi absorbira, zaradi česar imajo lahko valovanja vpliv na tkivo in jih lahko zaznamo s čutili ali z ustreznimi detektorji. V tem poglavju bomo najprej opisali splošne valovne pojave, ki so enaki za vse vrste valovanj, v naslednjih pa si bomo nato od bližje ogledali dve vrsti valovanja, ki sta pri medicini še posebej pomembni: to sta zvočno in elektromagnetno valovanje.

23.1 Osnovne značilnosti valovanj

Valovanje nastane, ko so deli prostora med seboj sklopljeni in se zaradi tega nihanje na enem mestu širi v okolico. Na primer: ko v vodo pade kamen, voda na mestu padca kamna zaniha gor in dol, njeno gibanje pa se zaradi interakcij med sosednjimi molekulami prenaša tudi na vodo v okolici in valovanje se razširi po vodni gladini. Podobno je pri zvočnem valovanju: nihanje izvora se prenese na okoliški zrak, ta povzroči nihanje svoje sosesčine in tako naprej. Pri tem je zanimivo, da molekule zraka ne potujejo po prostoru, ampak le nihajo okoli svojih ravnovesnih leg. Pri elektromagnetnem valovanju nihata jakost električnega polja in gostota magnetnega polja, zato se elektromagnetno valovanje lahko širi tudi po praznem prostoru (vakuumu). Ker je

z vsakim nihanjem povezana energija, se s širjenjem valovanja po prostoru prenaša energija.

Širjenja valovanja v prostor je povezano s sklopitvijo med sosednjimi deli prostora, zato je tudi hitrost širjenja valovanja c v splošnem odvisna od lastnosti prostora, tj. od snovi, po kateri se valovanje prenaša. Na primer: hitrost zvoka in hitrost svetlobe sta v zraku drugačni kot v vodi.

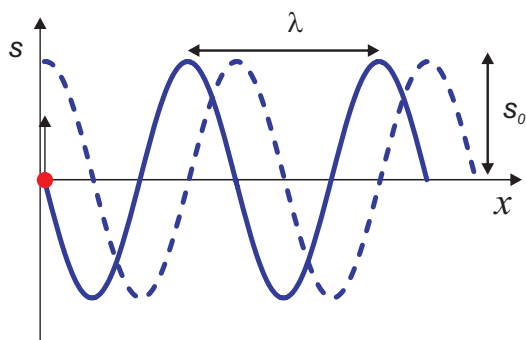
Če izvor valovanja niha sinusno, bo sinusne oblike tudi valovanje (sl. 23.1). Ko izvor opravi en nihaj, se valovanje razširi za eno valovno dolžino λ . Valovna dolžina je enaka razdalji med dvema sosednjima vrhoma ali med dvema sosednjima dolinama. Enako kot pri nihanju tudi pri valovanju velja zveza med nihajnim časom in frekvenco valovanja: $\nu = 1/t_0$. Nihajni čas nam pove trajanje enega nihaja, frekvenca pa število nihajev na časovno enoto. Enota za frekvenco je *hertz*, $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

Pot, ki jo valovanje s hitrostjo c opravi v času enega nihaja, je po eni strani enaka ct_0 , po drugi strani pa je to ravno valovna dolžina, zato velja med frekvenco, valovno dolžino in hitrostjo valovanja naslednja zveza

$$\lambda = ct_0 = c/\nu \quad \text{oziroma} \quad c = \lambda\nu. \quad (23.1)$$

Za valovanja v splošnem velja, da njihovo frekvenco določa frekvenca nihanja izvora, hitrost valovanja je odvisna od snovi, po kateri se valovanje širi, valovna dolžina pa je podana z zgornjo enačbo in je torej obratno sorazmerna frekvenci.

Slika 23.1: Shematični prikaz sinusnega valovanja. Izvor (na sliki je označen s piko) sinusno niha v navpični smeri, od njega pa se v smeri x širi valovanje. S polno črto je narisana val po dveh nihajnih časih od začetka nihanja ($t = 2t_0$, izvor se v tem trenutku giblje navzgor), s črtkano pa isti val četrto nihajnega časa kasneje ($t = 2,25t_0$). Odmik od ravnovesja označimo s s , valovno dolžino valovanja z λ , maksimalen odmik od ravnovesja (amplitudo) pa s s_0 .



Pri harmoničnem nihanju lahko časovno odvisnost odmika od ravnovesja ($s(t)$) opišemo s sinusno funkcijo. Pri sinusnem valovanju je podobno, le da je odmik od ravnovesja odvisen tudi od položaja v prostoru, $s(t, x)$. Primerjajmo enačbo za opis nihanja z enačbo za opis valovanja, ki se širi v eni dimenziji, v desno po osi x in ima konstantno amplitudo:

$$\text{Nihanje:} \quad s(t) = s_0 \sin(\omega t - \delta) . \quad (23.2)$$

$$\text{Valovanje:} \quad s(t, x) = s_0 \sin(\omega t - kx - \delta) . \quad (23.3)$$

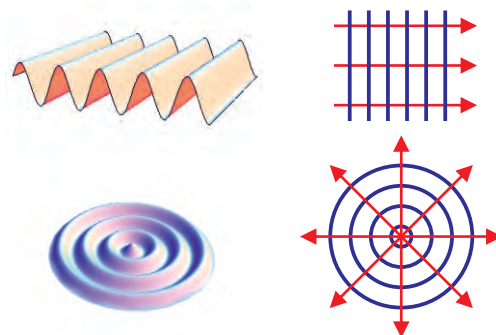
V obeh primerih je s_0 amplituda, celotno vrednost v oklepaju imenujemo *faza*, δ pa je fazni premik. Krožna frekvenca (ω) poskrbi za to, da se v času enega nihaja pri izbrani vrednosti x faza spremeni ravno za eno periodo (2π). Iz poglavja o nihanju se spomnimo, da velja $\omega = 2\pi\nu$. Pri valovanju analogno krožni frekvenci vpeljemo tudi valovni vektor (k), ki je povezan z valovno dolžino, $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ (v treh dimenzijah je k zares vektor, ki kaže v smeri širjenja valovanja), ki poskrbi za to, da se faza spremeni za eno periodo (za en val) tudi, če se ob izbranem času premaknemo po osi x za eno valovno dolžino.

Enačba 23.3 opisuje valovanje, ki potuje v desno (proti pozitivnim vrednostim x). O tem se prepričamo, če opazujemo na primer vrh vala, ki ima fazo $\pi/2$. Če naj ta vrh vala potuje v desno, se mu mora ob večanju časa t večati tudi koordinata x . Ker se mu ob tem faza ne sme spremeniti (opazujemo vrh vala z izbrano fazo), mora biti v oklepaju enačbe 23.3 pred x zato predznak minus. Valovanje, ki potuje v levo (proti negativnim vrednostim x), pa bo torej opisala enačba s pozitivnim predznakom pred k : $s(t, x) = s_0 \sin(\omega t + kx - \delta)$. Pri tej enačbi se z večanjem t faza ohranja z zmanjševanjem x .

Širjenje valovanja po prostoru si lahko najlažje ponazorimo, če narišemo *valovne fronte* ali pa *žarke* valovanja (sl. 23.2). Valovne fronte so črte, ki povezujejo dele prostora, ki nihajo v fazi, žarki pa kažejo v smeri širjenja valovanja in so pravokotni na valovne fronte. V splošnem je lahko širjenje valovanja po prostoru zelo zapleteno, pogosto pa se srečamo z dvema preprostima primeroma. O *ravnem valu* govorimo, če se valovanje širi le v eno smer in so žarki vzporedni (ravni val opisuje en. 23.3). Če pa so žarki radialno divergentni (če jih npr. oddaja točkast izvor), govorimo v dvodimenzionalnem prostoru o *krožnem valu* (valovne fronte so krožnice), v tridimenzionalnem prostoru pa o *krogelnem valu* (valovne fronte so površine krogle). Krožni val se na primer pojavi na vodni gladini po padcu kamna v vodo, krogelne valove pa oddaja vsako točkasto svetilo, ki sveti v prostor.

Pregled osnovnih valovnih pojmov zaključimo z razčlenitvijo vrst valovanj glede na smer nihanja. Valovanju, pri katerem je nihanje pravokotno na smer

Slika 23.2: Shematični prikaz ravnega vala (zgoraj) in krožnega vala (spodaj). Desno so narisani ustrezni žarki in valovne fronte. Žarki kažejo v smer širjenja valovanja, valovne fronte pa so pravokotne glede na žarke.



valovanja, pravimo *transverzalno* valovanje, če pa je smer nihanja enaka smeri širjenja valovanja, je valovanje *longitudinalno*. V splošnem se lahko smer nihanja pri transverzalnem valovanju neprestano spreminja, če pa je smer nihanja vseskozi dobro definirana, pravimo, da je valovanje *polarizirano*. V nadaljevanju bomo spoznali, da je zvočno valovanje longitudinalno, saj molekule zraka pri njem nihajo v smeri širjenja valovanja, elektromagnetno valovanje pa je transverzalno, saj jakost električnega in gostota magnetnega polja nihata v smeri, ki je pravokotna na smer širjenja valovanja.

23.2 Energija valovanja

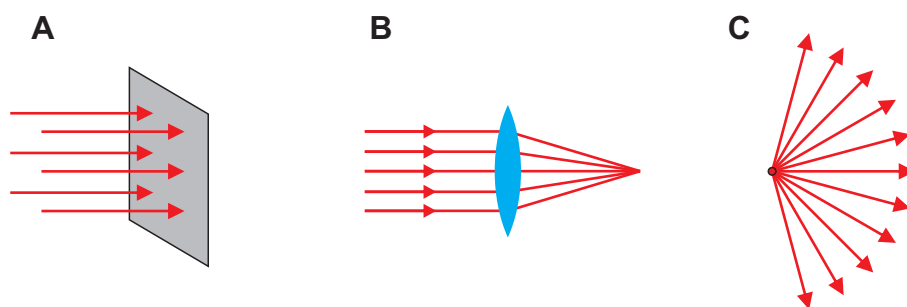
Vsa energija, ki jo valovanje nosi po prostoru, prihaja iz njegovega izvora. *Energijski tok* valovanja je tako kar enak moči, ki jo oddaja izvor. Na primer: 10 W žarnica vsako sekundo odda 10 J energije, zato bo tudi celotni energijski tok oddanega elektromagnetnega valovanja enak 10 W. Ponavadi tako moč kot tudi energijski tok označimo kar z enakim simbolom P . Podobno kot pri ostalih vrstah tokov (masnem, difuzijskem, toplotnem ...) tudi energijskemu toku pripišemo *gostoto energijskega toka*

$$j = \frac{P}{S}, \quad (23.4)$$

ki pove, koliko energije pride na časovno enoto skozi površino, ki je pravokotna na smer širjenja valovanja (sl. 23.3A). Enota za gostoto energijskega toka je W/m^2 . Če površina ni pravokotna na smer širjenja valovanja, moramo pri računu gostote toka skozi površino upoštevati še kot med površino in smerjo

žarkov. Smer žarkov glede na površino ponavadi definiramo s kotom glede na pravokotnico na površino (α), zato se zveza med j in P v splošnem zapiše kot $j = \cos \alpha P/S$. To formulo lahko preverimo s preprostim miselnim poskusom: če so žarki vzporedni površini ($\alpha = 90^\circ$), je gostota energijskega toka skozi površino očitno enaka 0, kar se ujema s formulo, saj je $\cos(90^\circ) = 0$.

Vsi učinki valovanja so neposredno povezani z njegovo energijo. Tako sta na primer od gostote energijskega toka odvisni glasnost zvoka in jakost svetlobe, ki ju zaznavamo. Tudi svetli deli na rentgenski sliki se od temnih ločijo ravno po tem, da so bili svetli osvetljeni z manjšo gostoto energijskega toka rentgenskih žarkov kot temni (in so zato na filmu povzročili šibkejšo kemijsko reakcijo). Gostota energijskega toka je torej zelo pomemben parameter valovanja, zato je v medicini nujno dobro poznavanje dejavnikov, ki nanjo vplivajo. V tem razdelku bomo spoznali najosnovnejša dejavnika, zaradi katerih se valovanju spreminja gostota energijskega toka, to sta konvergenca oz. divergenca žarkov in pa zmanjševanje gostote energijskega toka zaradi absorpcije, kasneje pa še kako na gostoto energijskega toka vplivajo ostali valovni pojavi.



Slika 23.3: (A) Gostota energijskega toka (j) opisuje, koliko energije pride na časovno enoto skozi določeno pravokotno površino. Če ni izgub energije zaradi absorpcije, si lahko gostoto energijskega toka nazorno predstavljamo z gostoto žarkov na sliki. (B) Če so žarki konvergentni (npr. ko jih zberemo z lečo), se gostota energijskega toka povečuje. (C) Če so žarki divergentni (npr. pri izvoru, ki valovanje oddaja na vse strani okoli sebe), gostota energijskega toka z razdaljo od izvora pada.

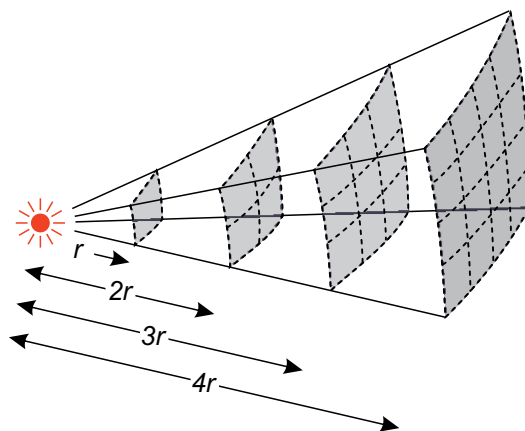
Med potovanjem valovanja skozi prostor se lahko gostota energijskega toka spreminja zaradi konvergence oz. divergence žarkov. Kvalitativno si spreminjanje gostote energijskega toka najbolje predstavljamo s pomočjo gostote žarkov na sliki. Če so žarki vzporedni (npr. pri ravnem valu oz. pri laserju), je njihova gostota vseskozi enaka, zato se tudi gostota energijskega toka z razdaljo ne spreminja. Če so žarki konvergentni (npr. če jih zberemo z lečo, sl. 23.3B), se gostota energijskega toka z razdaljo povečuje, če pa so žarki

divergentni (npr. če izvor oddaja valovanje na vse strani oz. pri krogelnem valovanju, sl. 23.3C), gostota energijskega toka z razdaljo pada.

Kvantitativno lahko gostoto energijskega toka izračunamo, če znamo določiti površino, skozi katero potuje valovanje z določenim energijskim tokom. Na primer: če se valovanje iz točkastega izvora širi v prostor, so žarki z oddaljevanjem od izvora vse bolj redki, saj prebadajo vse večje površine (sl. 23.4). Če se valovanje širi na vse strani od izvora, žarki prebadajo kar površine krogel s središčem v izvoru, ki imajo površino $S = 4\pi r^2$. Če ni absorpcije, je celotni energijski tok vseskozi enak, zato lahko gostoto energijskega toka izračunamo kot

$$j = \frac{P}{4\pi r^2}, \quad (23.5)$$

kjer je P moč izvora oziroma celoten energijski tok, ki ga oddaja izvor. Podoben razmislek nam pove, da gostota energijskega toka pada s kvadratom razdalje, $j \propto 1/r^2$, tudi v primeru, ko se krogelno valovanje ne širi na vse strani in torej osvetljuje le del površine krogle okoli sebe.



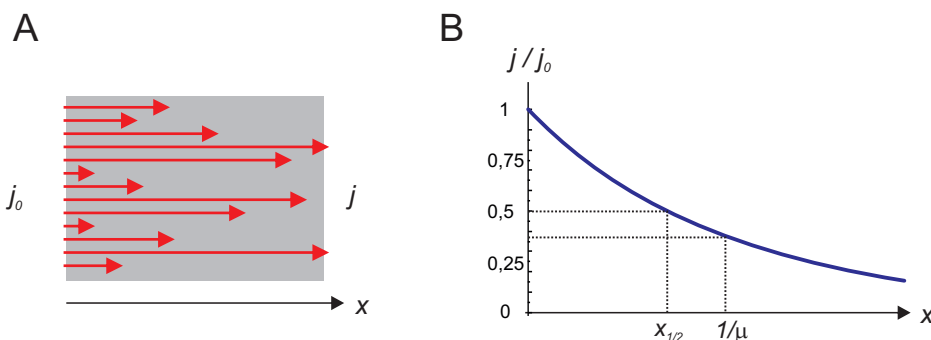
Slika 23.4: Ko točkasti izvor valovanje oddaja na vse strani, se površina, skozi katero potujejo žarki, večja s kvadratom oddaljenosti od izvora. Gostota energijskega toka valovanja zato pada s kvadratom oddaljenosti od izvora.

Na zmanjševanje gostote energijskega toka lahko vpliva tudi *absorpcija*, saj se lahko pri potovanju valovanja skozi snov del energije valovanja absorbira v snovi. Pogosto velja, da se na določeni razdalji vedno absorbira enak *delež* energijskega toka, ne glede na njegovo začetno velikost. Če na primer skozi 1 cm snovi pride ena četrtnina energijskega toka, bo skozi naslednji 1 cm spet

prišla ena četrtnina preostalega. Skozi 2 cm snovi tako pride ena šestnajstina vstopnega energijskega toka. S formulo lahko tako obnašanje lepo opišemo s pomočjo eksponentne funkcije, pri čemer lahko uporabimo različne osnove (primer 1.6):

$$j = j_0 e^{-\mu x} = j_0 2^{-x/x_{1/2}}. \quad (23.6)$$

Konstanta μ v zapisu z naravno osnovo se imenuje *absorpcijski koeficient*, konstanta $x_{1/2}$ pa *razpolovna debelina*, saj je to debelina, v kateri se absorbira ravno polovica vpadnega energijskega toka. Zvezo med obema konstantama smo izračunali že v primeru 1.6 – spomnimo se, da velja $x_{1/2} = \ln 2 / \mu$. Večja kot je absorpcija v neki snovi, večji je absorpcijski koeficient in krajša je razpolovna debelina. Spomnimo se tudi, da sta oba zgornja zapisa absorpcije ekvivalentna, včasih nam bolj prav pride prvi, včasih pa drugi. Račun absorpcije rentgenskih žarkov je predstavljen v primeru 23.1.

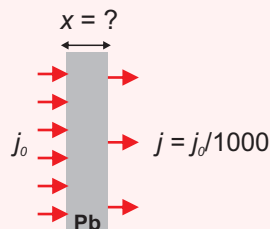


Slika 23.5: A) Shematični prikaz absorpcije valovanja v snovi. Če si gostoto energijskega toka predstavljamo z gostoto žarkov, lahko absorpcijo ponazorimo z naključnim izgubljanjem žarkov v snovi – ko žarek izgine, preda svojo energijo molekulam v snovi. B) Zaradi absorpcije se na določeni razdalji vedno absorbira enak delež gostote energijskega toka, zaradi česar se gostota energijskega toka eksponentno zmanjšuje s prepotovano potjo v snovi x . Po prepotovani dolžini, ki je enaka razpolovni debelini $x_{1/2}$, se gostota energijskega toka prepolovi, pri dolžini, ki je enaka obratni vrednosti absorpcijskega koeficienta μ , pa se zmanjša za faktor $1/e \approx 0,37$ (en. 23.6).

Primer 23.1: razpolovna debelina za rentgenske žarke v svincu

Rentgenski žarki so ionizirajoče sevanje in so škodljivi za zdravje. Pri uporabi rentgenskih žarkov se moramo zato ustrezno zaščititi, pri čemer lahko kot najbolj enostavno zaščito uporabimo kar zaslon iz svinca, ki rentgenske žarke dobro absorbira. Absorpcija rentgenskih žarkov v svincu je sicer odvisna od valovne dolžine: za žarke, ki se uporabljajo v mamografiji, je razpolovna debelina v svincu npr. približno $10\ \mu\text{m}$, za žarke, ki se uporabljajo pri CT slikanju, pa je razpolovna debelina v svincu nekaj večja kot $100\ \mu\text{m}$ (več o absorpciji rentgenskih žarkov bomo spoznali kasneje v poglavju o rentgenskem slikanju).

Za vajo izračunajmo, kako debela mora biti zaščita iz svinca, da se bo v njej absorbiralo 99,9 % vpadnih rentgenskih žarkov. Račun naredimo za žarke, ki se uporabljajo pri mamografiji ($x_{1/2} = 10\ \mu\text{m}$).



Preden sežemo po kalkulatorju, se problema lotimo na pamet. Iz podatka o razpolovni debelini lahko brez razmisleka razberemo, da se v $10\ \mu\text{m}$ debeli zaščiti absorbira 50 % žarkov, 50 % pa jih pride skozi. Če je zaščita debela dve razpolovni debelini, tj. $20\ \mu\text{m}$, se v prvih $10\ \mu\text{m}$ absorbira polovico vpadnih žarkov, v drugih $10\ \mu\text{m}$ pa še polovica preostalih. Taka zaščita torej prepušča $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ oz. 25 % žarkov, absorbira pa 75 % žarkov. Z enakim razmislekom pridemo do zaključka, da tri razpolovne debeline debela zaščita ($x = 30\ \mu\text{m}$) prepušča le še 12,5 %, absorbira pa 87,5 % žarkov. S tem smo si pridobili osnovni občutek za absorpcijo in znamo že kar na pamet zaključiti, da snov, ki je debela n razpolovnih debelin, prepušča $(\frac{1}{2})^n$ vpadnih žarkov.

Naša naloga je, da izračunamo debelino, v kateri se absorbira 99,9 %, kar pomeni, da prepušča $0,1\ \% = 1/1000$ žarkov. Iz našega znanja računalništva se spomnimo, da je $2^{10} = 1024$, iz česar lahko hitro zaključimo, da tisočino žarkov prepušča zaščita z debelino približno 10 razpolovnih debelin, oz. v našem primeru približno $100\ \mu\text{m}$ svinca.

S pomočjo kalkulatorja lahko to debelino izračunamo še bolj natančno. Ko absorpcijski zakon (en. 23.6) logaritmiramo, dobimo

$$\ln \frac{j}{j_0} = \ln 2^{-x/x_{1/2}} = -\frac{x}{x_{1/2}} \ln 2,$$

iz česar lahko brez težav izrazimo debelino x , ki prepušča $1/1000$ žarkov:

$$x = -x_{1/2} \ln \frac{j}{j_0} / \ln 2 = -10\ \mu\text{m} \ln(1/1000) / \ln 2 = 99,7\ \mu\text{m}.$$

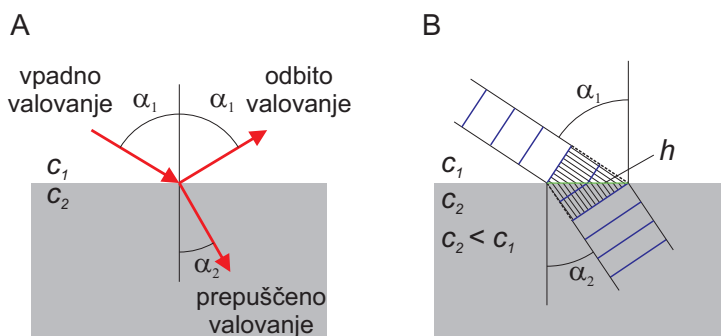
Za absorpcijo 99,9 % rentgenskih žarkov je torej potrebna plast svinca, debela le desetinko milimetra. Za primerjavo: absorpcijski koeficient rentgenskih žarkov v betonu je približno 30 krat manjši, v mehkem tkivu pa približno 300 krat manjši kot v svincu, torej je za absorpcijo 99,9 % žarkov, ki se uporabljajo za mamografijo, potrebnih približno 3 mm betona oz. 30 mm mehkega tkiva.

23.3 Odboj in lom

Ko valovanje pride na mejo med dvema snovema, se ga v splošnem en del odbije, en del pa se na meji med snovema lomi ter nadaljuje svojo pot v spremenjeni smeri. Smeri odbitega in prepuščenega valovanja določata *odbojni zakon*, ki pravi, da je odbiti kot enak vpadnemu, ter *lomni zakon* (*Snellov zakon*), ki opisuje lomni kot (sl. 23.6):

$$\frac{c_1}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{\sin \alpha_2} . \quad (23.7)$$

Pri razumevanju lomnega zakona si lahko pomagamo s sliko 23.6B. Izvor valovanja v drugi snovi je valovanje, ki trči na mejo med snovema. Frekvenca valovanja je torej v obeh snoveh enaka, hitrost pa je različna. Razdalji, ki sta na sliki označeni črtkano, valovanje tako prepotuje v istem času t , dolžina ustreznih poti v prvi in drugi snovi pa je $c_1 t$ in $c_2 t$. Do lomnega zakona pridemo, ko upoštevamo, da sta črtkani črti kateti trikotnikov z isto hipotenuzo in zato velja zveza $h = c_1 t / \sin \alpha_1 = c_2 t / \sin \alpha_2$ (dolžino hipotenuze smo označili s h).



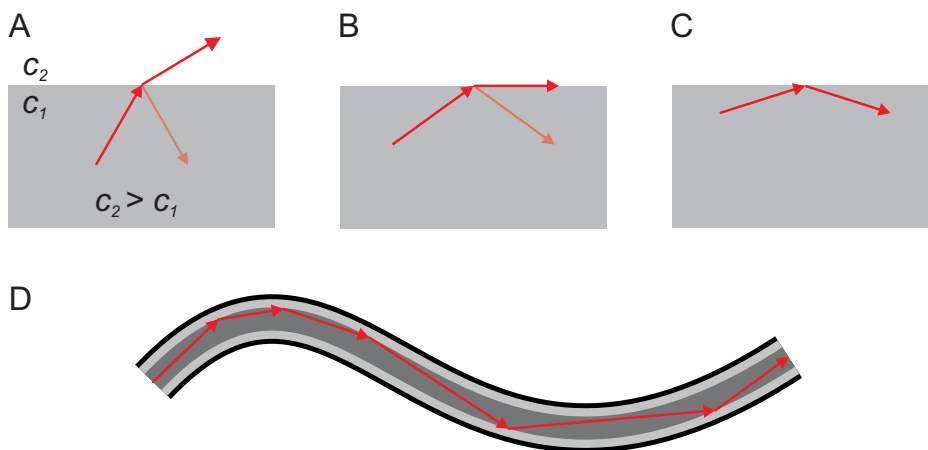
Slika 23.6: (A) Na prehodu iz ene snovi v drugo se del valovanja odbije, del pa se ga lomi. (B) Shematični prikaz valovnih front valovanja na prehodu med snovema. Valovanje ima v obeh snoveh enako frekvenco, zato valovanje v obeh snoveh razdaljo med dvema valovnimi frontama prepotuje v enakem času. Osenčena trikotnika z črtkastima katetama imata zato isto hipotenuzo (njena dolžina je h).

Vidimo, da se pri prehodu v snov, kjer je hitrost širjenja manjša, valovanje lomi proti pravokotnici ter obratno. Pri velikem vpadnem kotu pri prehodu v snov, v kateri je hitrost večja, lahko zato pride do *totalnega odboja*, saj lomni kot ne more biti večji od 90° , oz. sinus lomnega kota ne more biti večji kot 1 (sl.

23.7). Totalni odboj opazimo na primer pri potapljanju v vodi, ko pogledamo poševno navzgor proti gladini — gladina vode v tem primeru deluje kot zrcalo. Ko v enačbo 23.7 vstavimo pogoj za največji možni lomni kot ($\sin \alpha_{2m} = 1$), dobimo mejni vpadni kot, pri katerem se pojavi totalni odboj:

$$\sin \alpha_{1m} = \frac{c_1}{c_2} . \quad (23.8)$$

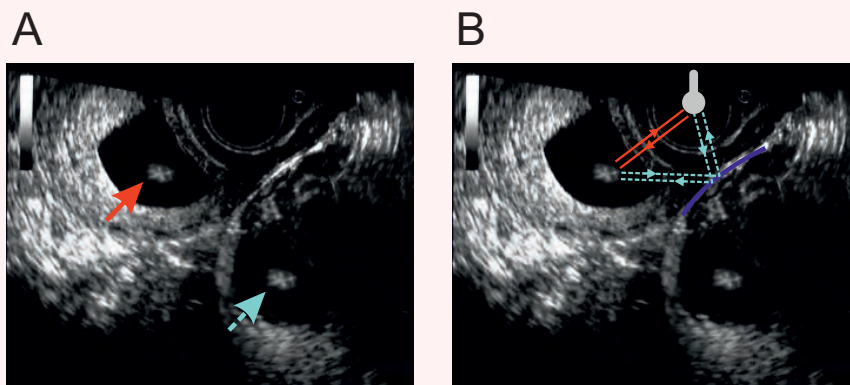
V praksi pojav totalnega odboja izkoriščamo pri *valovnem vodniku*, po katerem lahko valovanje potuje po zavitih poteh. Valovne vodnike za svetlobo imenujemo *optična vlakna*. Sestavljena so iz prozorne sredice in plašča, pri čemer pa je hitrost svetlobe večja v plašču kot v sredici. Svetloba, ki potuje vzdolžno po sredici, se na meji s plaščem odbije nazaj in sredice ne more zapustiti. Ker so optična vlakna upogljiva, lahko z njihovo pomočjo svetlobo usmerjamo po poljubno zavitih poteh. Optična vlakna so osnovni sestavni del endoskopskih metod, ki nam omogočajo gledanje v notranjost telesa.



Slika 23.7: Shematični prikaz totalnega odboja. (A) Pri prehodu v snov, kjer je hitrost večja, se valovanje lomi stran od pravokotnice (del valovanja pa se na prehodu odbije). (B) Če vpadni kot povečujemo, bo lomni kot slej kot prej dosegel 90° . (C) Do totalnega odboja pride, če je vpadni kot prevelik in bi moral biti izstopni kot po lommnem zakonu večji kot 90° . (D) Optično vlakno je sestavljeno iz prozorne sredice in plašča, ki sta narejena tako, da je hitrost svetlobe v plašču večja kot v sredici (sredica je na sliki označena s temno sivo, plašč pa s svetlo sivo barvo). Na meji med sredico in plaščem zato pride do totalnega odboja in žarki, ki v sredico vstopajo pod ustreznim kotom, iz nje ne morejo več pobegniti.

Primer 23.2: zrcala v naših telesih in ultrazvočni artefakti

Ultrazvok je valovanje kot vsako drugo, zato tudi zanj veljajo vsi valovni zakoni. Iz mnogih primerov optičnih iluzij vemo, da se valovni pojavi z nami včasih tudi poigrajo. Na spodnji sliki je prikazan primer ultrazvočne iluzije, ki jo je povzročil odbojni zakon [14].



Na sliki A je prikazana transvaginalna ultrazvočna slika, ki prikazuje zdrav plod v maternici (rdeča puščica), na sliki pa se vidi tudi podoben plod izven maternice (modra črtkana puščica). Natančnejša analiza primera je pokazala, da je šlo pri tej sliki za t. i. *zrcalni ultrazvočni artefakt*, do katerega lahko pride zaradi odbojev ultrazvočnih žarkov na velikih zelo odbojnih površinah v telesu. Nastanek artefakta pojasni slika B. Ultrazvočna sonda (prikazana je s sivo barvo) zarodek zazna na osnovi ultrazvočnega žarka, ki se odbije od zarodka (oddani in odbiti žarek sta označena z rdečo barvo). Vendar pa sonda odboj od zarodka zazna tudi iz druge smeri, saj žarek v tisti smeri naleti na zelo odbojno površino (v tem primeru gre za steno mehurja, ki je prikazana z modro barvo), ki deluje kot zrcalo in žarkom spremeni smer (pot tega žarka je prikazana z svetlo modro barvo). Drugi zarodek na sliki je torej le zrcalna slika pravega zarodka. Nepazljivost bi v tem primeru lahko vodila do napačne diagnoze, saj lahko v redkih primerih zares pride do t. i. heterotopne nosečnosti, pri kateri je en zarodek v maternici, drugi pa izven nje. Izkušeni radiologi poleg zrcalnih poznajo še veliko drugih ultrazvočnih artefaktov, vsi pa so povezani s katerim od valovnih pojavov.

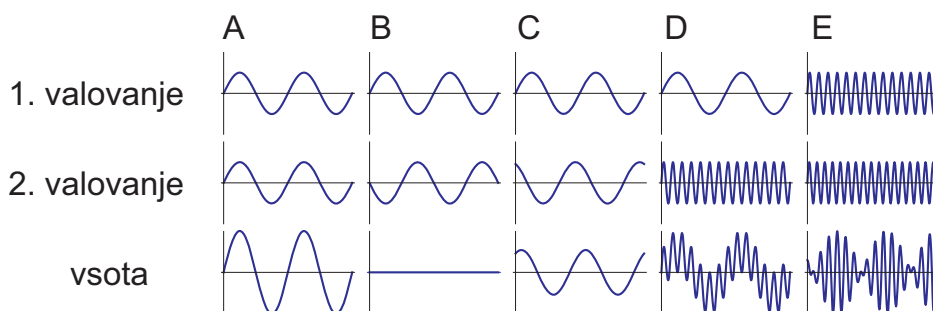
23.4 Seštevanje valovanj – interferenca

Če se v eni točki prostora srečata dve valovanj, je nihanje v tisti točki vsota nihanj obeh valovanj. Valovanja se lahko torej seštevajo, kar strokovno imenujemo *interferenca*. V splošnem je lahko rezultat interference valovanj zelo raznolik, saj se nihanja v prostoru lahko npr. ojačajo ali oslabijo, rezultat pa je odvisen od njihove amplitude, frekvence in faznega zamika. Vsi, ki so spretni

v računanju s kotnimi funkcijami, lahko rezultat interference dveh valovanj izračunajo kar kot vsoto $s(t, x) = s_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x - \delta_1) + s_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x - \delta_2)$ (če gre za valovanji v eni dimenziji).

Slika 23.8 prikazuje nekaj primerov interference dveh valovanj v eni dimenziji. Če se seštejeta valovanji z enako frekvenco in amplitudo, je rezultat interference valovanje z nespremenjeno frekvenco, amplituda pa je odvisna od fazne razlike $\delta_1 - \delta_2$ (sl. 23.8 A, B in C). Če je faza valovanj enaka (tj. če se bodo vrhovi enega valovanja ujeli z vrhovi drugega, $\delta_1 - \delta_2 = 0$), bo rezultat interference valovanje s dvojno amplitudo (sl. 23.8A). Če se po drugi strani seštevata valovanji z nasprotno fazo ($\delta_1 - \delta_2 = \pi$), se bosta valovanji med seboj ravno odšteli (sl. 23.8B). V primeru neke vmesne fazne razlike je rezultat interference valovanje z neko vmesno amplitudo (sl. 23.8C). V splošnem torej zaradi interference dveh valovanj z enako frekvenco pride do *ojačitev* in *oslabitev* valovanja.

Zanimiva sta tudi primera, ko se seštejeta valovanji z zelo različnima frekvencama (sl. 23.8D) ter ko se seštejeta valovanji s podobnima frekvencama (sl. 23.8E). V drugem primeru (sl. 23.8E) dobimo značilno *utripanje*, saj je frekvenca končnega valovanja povprečje začetnih, hkrati pa njegova amplituda utripa s frekvenco, ki je enaka polovični razliki začetnih frekvenc (spomnimo se adicijskega izreka za seštevanje dveh sinusnih funkcij: $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$).

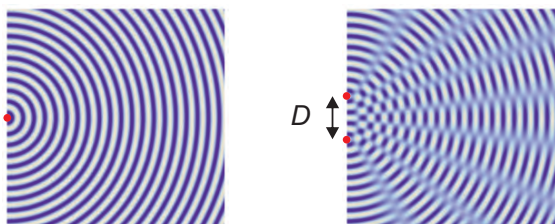


Slika 23.8: Shematični prikaz interference (seštevanja) dveh valovanj v eni dimenziji. V zgornjih dveh vrsticah sta valovanji, ki se seštevata, v spodnji pa je njuna vsota. (A) Seštevanje valovanj z enako frekvenco in enako fazo. (B) Seštevanje valovanj z enako frekvenco in nasprotno fazo. (C) Seštevanje valovanj z enako frekvenco in neko vmesno fazo. (D) Seštevanje valovanj z zelo različnima frekvencama. (E) Seštevanje valovanj z podobnima, a ne enakima frekvencama.

Zgornji primeri kažejo, da je lahko interferenca zelo raznolika že v eni dimenziji. V dveh in treh dimenzijah pa je interferenčna slika lahko še mnogo

bolj zapletena. Slika 23.9 na primer prikazuje interferenco dveh krožnih valovanj, katerih izvora sta blizu skupaj in nihata z isto frekvenco. Na sliki vidimo, da pride na veliki oddaljenosti od izvorov v nekaterih smereh do ojačitev, v drugih pa do oslabitev.

Slika 23.9: Shematični prikaz krogelnega (ali krožnega) valovanja in interference dveh takih valovanj z isto frekvenco, ki sta med seboj oddaljeni za razdaljo D . Izvora valovanj sta označena s pikama. V interferenčni sliki so značilne različne smeri ojačitev in oslabitev valovanja.



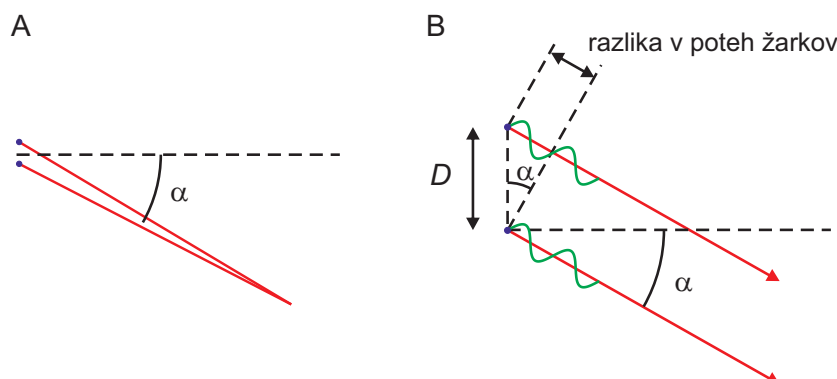
Čeprav zgornja interferenčna slika ni enostavna, pa z našim znanjem lahko določimo, v katerih smereh se bosta valovanji ojačali in v katerih izničili. Interferenca, ki jo bosta žarka iz izvorov povzročila na veliki oddaljenosti od izvorov, bo odvisna od njune fazne razlike, ta pa je odvisna od razlike dolžin poti, ki sta jih žarka prepotovala. Iz slike 23.10 razberemo, da je razlika poti žarkov v smeri α enaka $D \sin \alpha$, kjer je D razdalja med izvoroma. Če je razlika poti ravno cel večkratnik valovne dolžine, se bosta žarka v tej smeri ujela v fazi in se zato seštelata, če pa je razlika poti lih večkratnik polovice valovne dolžine, se bosta žarka v tej smeri izničila. Če izvora nihata v fazi, sta pogoja za ojačitev oz. oslabitev v smeri kota α torej:

$$\text{Ojačitev: } D \sin \alpha = N\lambda \quad (23.9)$$

$$\text{Oslabitev: } D \sin \alpha = \left(N + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (23.10)$$

kjer je N celo število. Ker je lahko $\sin \alpha$ največ 1, je vseh ojačitev največ toliko, kolikokrat gre valovna dolžina v razdaljo med izvoroma, $N \leq D/\lambda$.

Valovanja, ki imajo natanko enako frekvenco in stalno fazno razliko, so med seboj *koherentna*. Časovno nespremenljivo interferenčno sliko dajo le koherentna valovanja. V praksi pa vsa valovanja iz enakih izvorov niso nujno koherentna. Ko se seštejeta dve nekoherentni valovanji, se rezultat njune interference na nekem mestu stalno spreminja in interferenčne slike pogosto ne moremo zaznati. Pri žarnici, na primer, nihanje v različnih delih žarilne nitke ni vedno v isti fazi in zato tudi krogelni valovi, ki izhajajo iz različnih točk v



Slika 23.10: (A) Žarka, ki izhajata iz dveh bližnjih izvorov, na veliki oddaljenosti potujeta praktično v isti smeri (na sliki je smer označena s kotom α), vseeno pa zgornji žarek opravi malenkost daljšo pot. Čeprav izvora nihata v fazi, ni nujno, da bosta v točki srečanja tudi valovanji nihali v fazi. Fazna razlika je odvisna od razlike prepotovanih poti. (B) Shematični prikaz razlike dolžin poti dveh žarkov iz sosednjih izvorov, ki potujeta v smeri pod kotom α . Izvora sta označena z modro piko, valovanji pa z zeleno sinusno krivuljo, izvora pa nihata v fazi. Razdalja med izvoroma je D , razlika poti žarkov pa je $D \sin \alpha$ in je torej odvisna od kota α . Če je razlika poti enaka celemu večkratniku valovne dolžine, bosta valovanji iz obeh izvorov nihali v fazi in se zato ojačili. Če pa bosta imeli valovanji nasprotno fazo, se bosta izničili. Na sliki je razlika poti žarkov ravno ena valovna dolžina.

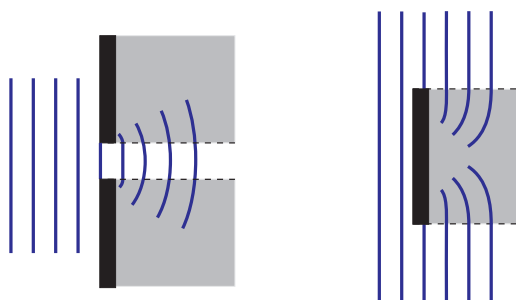
žarnici, nimajo stalne fazne razlike. Svetloba iz žarnic torej ni koherentna in ne more povzročiti interferenčne slike. Po drugi strani je laserska svetloba koherentna in jo lahko zato uporabimo pri različnih pojavih, ki so vezani na interferenco, npr. pri holografiji. Tudi zvoka iz sosednjih zvočnikov sta lahko koherentna, če le oba zvočnika oddajata isti zvok, npr. isto glasbo, ki ni stereo. V takem primeru lahko interferenčno sliko v prostoru tudi zaznamo — v nekaterih delih prostora je glasba glasnejša kot v drugih.

23.5 Uklon

Iz vsakdanjega življenja vemo, da se zvok brez težav širi tudi za vogale. Ta valovni pojav imenujemo *uklon*. Uklon bomo lažje razumeli, če se spomnimo osnovne značilnosti valovanja: valovanje se širi tako, da se nihanje v vsaki točki prostora prenaša na bližnjo okolico. Ko na primer val pride skozi odprtino v steni, se nihanje točk na robu vala širi na vse strani v prostoru in torej tudi

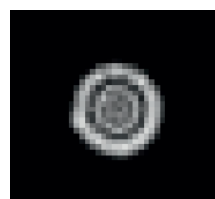
za vogal, tj. v območje geometrijske sence (sl. 23.11). Situacija je podobna tudi, ko valovanje zadane ob oviro in se nato za oviro razširi v območje njene geometrijske sence.

Slika 23.11: Shematični prikaz uklona valovanja. Ko ravni val pride do odprtine ali ovire, se na drugi strani uklanja tudi v območje geometrijske sence (na sliki je označena s sivo). Uklon si lahko nazorno predstavljamo na osnovi Huygensovega načela, po katerem je vsaka točka valovne fronte izvor krogelnega valovanja. Vsako naslednjo valovno fronto dobimo, ko seštejemo vsa ta krogelna valovanja. Na sliki smo Huygensovo načelo uporabili za konstrukcijo valovne fronte, ki je tik za odprtino.



Kvalitativno je pojav uklona torej lahko razumeti, bolj zapleteno pa je razumevanje natančnega obnašanja vala za odprtino. Ko val pride na odprtino in se nihanje pojavi v točkah odprtine, je vsaka točka v odprtini izvor krogelnega valovanja in končna oblika vala za odprtino bo rezultat interference vseh teh krogelnih valovanj. V splošnem je tako uklon tesno povezan z interferenco in je uklonska slika za odprtino ali oviro lahko zelo zapletena (sl. 23.12).

Slika 23.12: Uklonska slika, ki nastane za majhno okroglo odprtino. Na njej so vidni temni in svetli koncentrični krogi, ki so posledica interference krogelnih valovanj, ki izhajajo iz vsake točke odprtine.



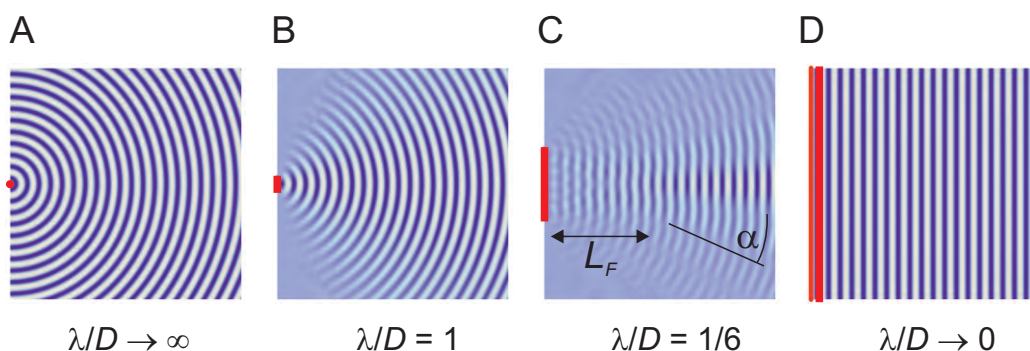
Izkaže se, da je za izrazitost uklonskih pojavov ključno razmerje med valovno dolžino in velikostjo odprtine (oz. ovire). Intuitivno si lahko predstavljamo dva skrajna primera: če je odprtina zelo majhna v primerjavi z valovno dolžino, deluje kot izvor krogelnega valovanja, če pa je odprtina zelo velika, gre valovanje skozi praktično brez uklona (sl. 23.13 A in D). V vmesnem območju, ko je velikost odprtine primerljiva z valovno dolžino, se na drugi strani

odprtine pojavi interferenčna slika, ki je lahko tudi zelo zapletena (sl. 23.13 B in C). V splošnem velja, da bo takoj za odprtino območje, kjer bo val približno raven, na veliki oddaljenosti pa se bo valovanje širilo v prostor z divergenčnim kotom α . Z analizo, ki presega obseg tega učbenika, je mogoče pokazati, da je globina bližnjega območja (imenuje se tudi *Fresnelovo območje*) za odprtino s premerom D podana z izrazom

$$L_F \approx \frac{D^2}{4\lambda}, \quad (23.11)$$

divergenčni kot v oddaljenem območju (to območje se imenuje tudi *Fraunhoferjevo območje*) pa je podan z izrazom

$$\sin \alpha \approx \frac{\lambda}{D}. \quad (23.12)$$



Slika 23.13: Shematični prikaz uklona ravnega vala na različno velikih odprtinah. Odprtine so na levi, val pa potuje proti desni. Če je odprtina zelo majhna, deluje kot točkast izvor (A) če pa je zelo velika, gre valovanje skozi brez uklona (D). V splošnem je slika za odprtino odvisna od razmerja med valovno dolžino valovanja λ in velikostjo odprtine D . Če je λ nekaj manjša od D , nastane takoj za odprtino območje, kjer je val približno raven (globina tega območja je L_F), na veliki razdalji za odprtino pa valovanje divergira z divergenčnim kotom α .

Zaradi uklona je pomembno tudi razmerje med velikostjo izvora in valovno dolžino valovanja. Če je izvor valovanja majhen v primerjavi z valovno dolžino, se bo valovanje že na izvoru močno uklanjalo in bo izvor deloval kot točkast izvor, ki valovanje oddaja na vse strani. Če si želimo valovanje usmeriti v ozek snop žarkov, potrebujemo izvor, ki je veliko večji od valovne dolžine valovanja. Uklon je torej razlog, da se zvoki iz naših ust "razlijejo" po celem

prostoru: valovna dolžina tipičnih frekvenc zvoka v zraku je namreč nekaj deset cm, kar je več od velikosti ust (primer [23.3](#)).

Za vse uklonske pojave je torej značilno, da je njihova izrazitost sorazmerna razmerju med valovno dolžino in velikostjo ovir oz. odprtin. Uklon bo velik, če je valovna dolžina velika v primerjavi z dimenzijo objekta. Na predmetih iz vsakdanjega življenja ($D \approx 10$ cm) je tako uklon zvoka ($\lambda \approx 30$ cm) velik, uklona svetlobe ($\lambda \approx 500$ nm) pa sploh ne opazimo. Zaradi uklona z valovanjem tudi ne moremo opazovati predmetov, ki so veliko manjši od valovne dolžine, saj valovanje v takem primeru predmet oblije in skoraj nemoteno potuje mimo. Uklon je torej razlog, da z vidno svetlobo ne moremo slikati npr. posameznih molekul ($\lambda \approx 500$ nm, $D \approx$ od 0.2 nm do nekaj nm), z ultrazvokom pa ne posameznih celic v telesu ($\lambda \approx 200$ μ m, $D \approx 10$ μ m).

Primer 23.3: uklon zvoka na ustih in ušesih

Za vajo izračunajmo, kolikšen je uklon zvoka, ki prihaja iz naših ust, če ima frekvenco 200 Hz (ta frekvenca približno ustreza najnižji tipični frekvenci, ki jo oddajamo med govorjenjem). Hitrost zvoka v zraku pri sobni temperaturi je $c = 343 \text{ m/s}$, zato lahko hitro izračunamo valovno dolžino

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{343 \text{ m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot 200} = 1,7 \text{ m}.$$

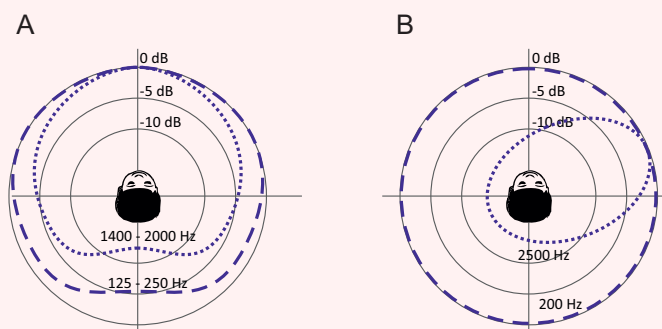
Ta valovna dolžina je večja od velikosti ust ($D \approx 5 \text{ cm}$), zato pričakujemo, da bo uklon zvoka na ustih zelo velik. Izračunajmo dolžino bližnjega območja (en. 23.11) in divergenčni kot (en. 23.12):

$$L_F \approx \frac{D^2}{4\lambda} = \frac{0,25 \text{ m}^2}{4 \cdot 1,7 \text{ m}} \approx 4 \text{ cm in}$$

$$\sin \alpha \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{1,7 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} = 34 \Rightarrow \alpha > 90^\circ.$$

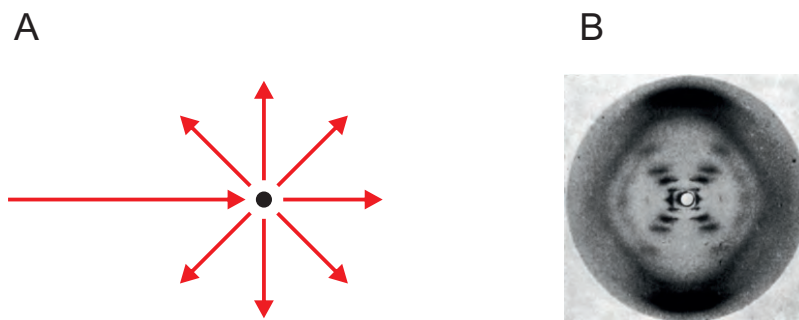
Vidimo, da se zvok s frekvenco 200 Hz iz ust zares takoj "razlije" po vsem prostoru. Če dvignemo glas, tako da se frekvenca zviša na 2000 Hz (ta frekvenca približno ustreza najvišji frekvenci, ki jo oddajamo med govorjenjem), bo uklon sicer malo manjši, a ne bistveno. Zaradi desetkrat višje frekvence bo valovna dolžina sicer desetkrat krajša ($\lambda = 0,17 \text{ m}$), a bo bližnje območje še vedno dolgo le 40 cm, divergenčni kot pa bo tudi v tem primeru več kot 90° .

Spodnja slika prikazuje dejansko izmerjeno smerno karakteristiko zvoka iz ust (A) ter smerno občutljivost desnega ušesa (B). Zvoki iz ust, ki imajo nizko frekvenco, se za nami slišijo le 5 dB šibkeje kot spredaj (enoto dB bomo podrobneje spoznali v naslednjem poglavju). Višje frekvence se uklanjajo malo manj, zato je ta razlika pri njih malenkost večja, približno 12 dB. Pri sluhu je vloga uklona še bolj izrazita, saj nizke frekvence, ki se najbolj uklanjajo, slišimo enako dobro, ne glede na to iz katere smeri prihajajo.



23.6 Sipanje

Pojav, ko valovanje interagira z delci snovi in se zaradi tega razprši na vse strani, imenujemo *sipanje* (sl. 23.14A). Sipanje je torej eden od pojavov, zaradi katerega se zmanjšuje gostota energijskega toka žarkov na poti skozi snov (podobno kot pri absorpciji, le da se pri slednji energija absorbira v snovi, pri sipanju pa se žarki le razpršijo).



Slika 23.14: (A) Shematičen prikaz sipanja na delcu snovi. (B) Interferenčna slika, nastala po sipanju rentgenskih žarkov na molekulah DNK, ki jo je posnela Rosalind Franklin. Na osnovi te slike sta Watson in Crick določila strukturo DNK.

V vsakdanjem življenju sipanje največkrat srečamo pri prehodu svetlobe skozi snov. Če je neka raztopina na pogled motna, je to najverjetneje zaradi sipanja svetlobe na delcih v raztopini. Mleko je npr. motno in belo ravno zaradi sipanja svetlobe na raztopljenih delcih (proteinskih in lipidnih skupkih oz. kapljicah). Drugi vsakdanji primer sipanja svetlobe srečamo, ko podnevi pogledamo v nebo in ne vidimo črnega vesolja in zvezd ampak modro nebo. V tem primeru namreč vidimo svetlobo s sonca, ki se siplje na molekulah v atmosferi. Ker se na majhnih delcih modra svetloba siplje bolj kot ostale, je ta sipana svetloba modrikasta (na večjih delcih, npr. na kapljicah v mleku ali oblakih, je sipanje drugačno, zato je v teh primerih sipana svetloba bele barve).

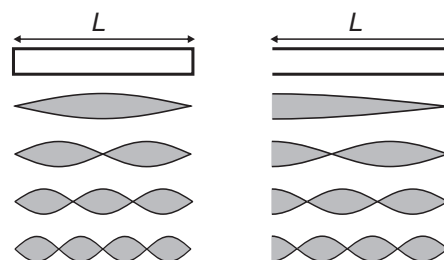
Sipanje srečamo tudi povsod v znanosti in v medicini, kjer uporabljamo valovanje. Sipanja ultrazvoka in rentgenskih žarkov v tkivu lahko povzroči manj jasne slike. Pri rentgenskem slikanju sipanje povzroča še dodatne težave, saj razpršeni žarki iz preiskovanca sevajo na vse strani in se je potrebno pred njimi dodatno zaščititi. Po drugi strani lahko sipanje izkoristimo tudi v svoj prid. Z analizo sipanja rentgenskih žarkov na atomih v snovi lahko namreč določimo njeno strukturo. Pojav je še posebej izrazit če so atomi v snovi

razporejeni periodično (npr. v kristalih), saj sipani žarki med seboj interferirajo, nastala interferenčna slika pa je odvisna od medsebojnih atomskih razdalj. Tudi znamenita Watson in Crick sta strukturo molekule DNK določila na osnovi interferenčnih slik rentgenskega sipanja na kristalu DNK, ki jih je posnela Rosalind Franklin (sl. 23.14B). Veda, ki s pomočjo rentgenskega sipanja preučuje strukturo snovi, se imenuje *kristalografija*. Brez nje si ne moremo predstavljati sodobne biologije in medicine, saj je to osnovna metoda za določanje strukture kompleksnih bioloških makromolekul, npr. proteinov.

23.7 Stoječe valovanje

V omejenih prostorih, kjer se valovanje odbija na stenah, lahko nastane *stoječe valovanje*. V takem primeru pride do interference med vpadnim in odbitim valovanjem in v prostoru nastanejo področja, kjer je amplituda nihanje velika (t. i. hrbti stoječega valovanja) in območja brez nihanja (t. i. vozli stoječega valovanja). Do stoječega valovanja pride npr. v struni na kitari, ko jo zanihamo. Stoječe valovanje si lahko nazorno predstavljamo tudi v piščali (sl. 23.15). Ko valovanje pride do konca piščali, se odbije v nasprotno smer, pri čemer vpadno in odbito valovanje interferirata. Na zaprtih koncih piščali zrak ne more nihati, zato so tam vozli stoječega valovanja. Na sliki vidimo, da nastanek stoječega valovanja ni možen za valovanja s poljubno valovno dolžino temveč le za tiste, ki imajo na zaprtem koncu piščali vozle. Če je piščal na eni strani odprta, pa je tam hrbet stoječega valovanja.

Slika 23.15: Shematični prikaz stoječega valovanja v zaprti piščali (levo) in v piščali, ki je odprta na eni strani (desno). Na mestu, kjer je piščal zaprta, je vozle stoječega valovanja, saj zrak tam ne more nihati. Na odprti strani piščali je hrbet stoječega valovanja. Piščal je torej resonator, v katerem se ojačijo osnovna frekvenca in njeni ustrezni višji harmoniki.



S pomočjo slike 23.15 izračunamo, da so v zaprti piščali možna le stoječa valovanja, pri katerih je večkratnik polovice valovne dolžine enak dolžini piščali: $N \frac{\lambda}{2} = L$, v odprtih piščalih pa mora biti izpolnjen pogoj $\frac{\lambda}{4} + N \frac{\lambda}{2} = L$.

Z uporabo zveze med valovno dolžino, frekvenco in hitrostjo valovanja lahko izračunamo tudi ustrezne frekvence:

$$\text{Zaprta piščal: } \nu = \frac{c}{2L}N, \quad (23.13)$$

$$\text{Odprta piščal: } \nu = \frac{c}{2L}\left(N + \frac{1}{2}\right). \quad (23.14)$$

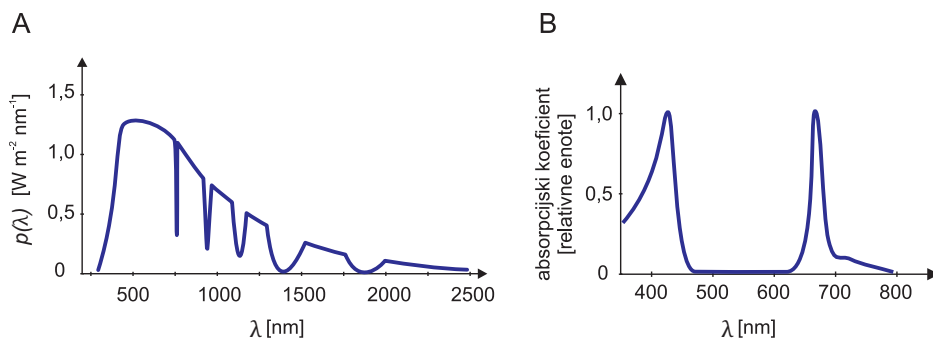
Do stoječega valovanja lahko torej pride le pri določenih frekvencah, pri t. i. *lastnih oz. resonančnih* frekvencah.

Podobno kot piščal ima vsak omejen prostor svoje lastne frekvence, ki so odvisne od njegove velikosti in oblike. Valovanja z ustreznimi frekvencami se lahko v takem prostoru ojačijo, tista s drugačnimi pa ne, zato tak prostor imenujemo tudi *resonator*. Akustična resonatorja sta npr. tudi govorni trakt (sapnik, usta z jezikom...) in uho (več o tem v nadaljevanju). Pri glasbenem inštrumentu kot resonator deluje trup inštrumenta (npr. pri violini ali klavirju), stoječe valovanje pa nastane tudi v struna inštrumenta in v stenah trupa. Poleg akustičnih resonatorjev poznamo tudi elektromagnetne, v katerih se lahko ojači elektromagnetno valovanje.

23.8 Spekter

Valovanja pogosto nimajo le ene same frekvence temveč so vsota valovanj z različnimi frekvencami. Ko na primer zaigramo določen ton na glasbenem inštrumentu, so v zvoku inštrumenta poleg osnovne frekvence tona tudi višje frekvence, ki dajo zvoku inštrumenta njihovo značilno barvo oz. *zven* (zvoki različnih inštrumentov se med seboj ločijo ravno po teh višjih frekvencah, saj je osnovna frekvenca določenega tona pri vseh inštrumentih vedno enaka). Tudi sončna svetloba je sestavljena iz mnogih frekvenc oz. valovnih dolžin (barv), ki jih razločimo, ko jo razklonimo v mavrico. Informacijo o frekvencah, ki so prisotne v določenem valovanju, lahko razberemo iz *spektra valovanja*, tj. porazdelitve gostote energijskega toka valovanja po različnih frekvencah in ga označimo z $p(\nu)$. Ker je frekvenca tesno povezana z valovno dolžino, lahko spekter seveda prikažemo tudi kot $p(\lambda)$. Kot primer je na sliki 23.16A prikazan spekter sončne svetlobe, ki pade na površino zemlje.

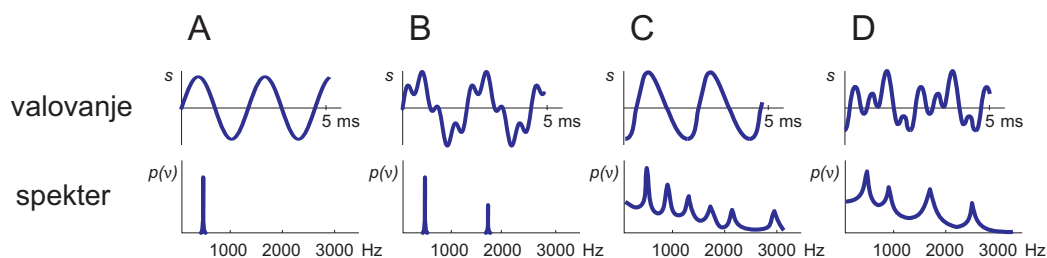
Slika 23.17 prikazuje nekaj primerov spektrov zvoka. Levo na sliki je prikazan zvok čistega tona A_4 , v katerem je le frekvenca 440 Hz, kakršnega lahko na primer ustvarimo z glasbenimi vilicami (te so pripomoček za uglaševanje inštrumentov). Vsa energija takega zvoka je zbrana le v zelo ozkem intervalu frekvenc pri frekvenci 440 Hz. Če čistemu tonu dodamo še enega z višjo



Slika 23.16: Primeri spektrov, tj. porazdelitve gostote energijskega toka valovanja po valovnih dolžinah oz. frekvencah (A) Spekter sončne svetlobe, ki pade na površino zemlje. Valovne dolžine vidne svetlobe (400 nm - 750 nm) so v njem približno enakomerno zastopane. Škrbine v infrardečem delu spektra so posledica absorpcije svetlobe v vodni pari v atmosferi. (B) Shematični prikaz absorpcijskega spektra klorofila A. Spekter je prikazan kot odvisnost relativnega absorpcijskega koeficienta od valovne dolžine. Iz spektra razberemo, da se v klorofilu modra (450 nm) in rdeča (650 nm) absorbirata veliko močnejše kot ostale barve. Ostale barve presevajo skozi liste, zaradi česar so listi zeleni.

frekvenco, bosta v spektru dve črti (sl. 23.17B). V teh dveh primerih je valovanje sestavljeno iz diskretnega števila frekvenc, zato je njun spekter *črtast*. Na slikah 23.17 C in D sta prikazani valovanji, ki ju dobimo, če ton A_4 zaigramo na klavir in orgle. Vidimo, da je valovanje zvoka pri inštrumentih sicer periodično, a je daleč od lepe sinusne oblike. V zvoku inštrumentov je namreč združeno zelo veliko število različnih frekvenc, kar se pozna kot *zvezni spekter*. Ker imajo orgle in klavir drugačno barvo zvoka, se njuna spektra seveda razlikujeta, čeprav v obeh primerih igramo isti ton A_4 in je najvišji vrh (osnovna frekvenca) obeh spektrov pri 440 Hz. Spektri valovanj v naravi so pogosto kombinacija črtastega in zveznega spektra. Na primer: spekter sončne svetlobe, ki pade na površino zemlje na sliki 23.16 je sicer zvezen, a v njem manjkajo določene frekvence ("črte"), ki se absorbirajo v atmosferi.

Spekter valovanja lahko določimo na več načinov. Spekter svetlobe dobimo na primer, ko svetlobo razklonimo v mavrico s pomočjo steklene prizme ali uklonske mrežice (več o tem kasneje v poglavju o elektromagnetnem valovanju). Če pa so frekvence valovanja dovolj majhne, lahko izmerimo časovni potek nihanja valovanja (tj. zgornje vrstice s slike 23.17) in iz njega izračunamo spekter s pomočjo matematične operacije, ki se imenuje *Fourierova transformacija*. Vsaki obliki valovanja namreč pripada natanko določen spekter. Furierovo transformacijo tako npr. uporabljamo pri določanju spektrov zvo-



Slika 23.17: Shematični prikaz valovanj nekaterih zvokov (zgoraj) in njihovih spektrov (spodaj). (A) Čisti ton s frekvenco 440 Hz oz. nihajnim časom 2,3 ms (t. i. *komorni ton* a1), ki pogosto služi pri uglaševanju inštrumentov. (B) Komornemu tonu a1 se pridruži še ton a3, ki je dve oktavi višje in ima frekvenco 1760 Hz. (C) in (D) valovanji, ki ju dobimo, ko komorni ton a1 zaigramo na električni klavir oziroma orgle. Spekter zvoka inštrumentov je zvezen.

ka, ultrazvoka in radijskih valov, ki jih uporabljamo pri slikanju z magnetno resonanco.

Veliko pojavov, ki so povezani z valovanjem, je odvisnih od frekvence oz. valovne dolžine valovanja. Tudi take frekvenčne odvisnosti pogosto prikazujemo na različnih spektrih. Absorpcija v snovi je npr. pogosto odvisna od frekvence valovanja — valovanja z različnimi frekvencami se v snovi absorbirajo različno, kar prikažemo z *absorpcijskim spektrom* snovi (sl. 23.16B, primer absorpcijskega spektra hemoglobina pa bomo srečali pri sl. 26.8).

Poglavje 24

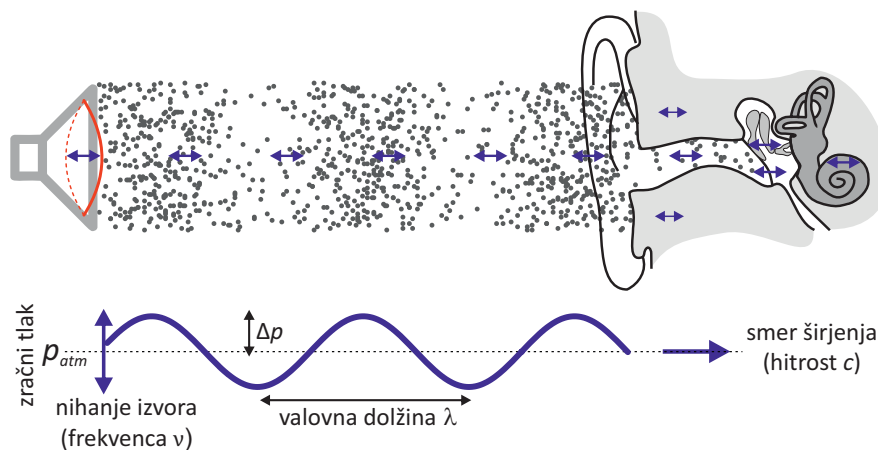
Zvok in ultrazvok

24.1 Osnovne lastnosti

Zvok in ultrazvok sta nihanje snovi, ki se v obliki valovanja širi po prostoru. Nihanje snovi je pri tem tako majhno, da ga z očmi ne vidimo, zaznamo pa ga lahko npr. z ušesi ali mikrofoni. Ker za širjenje potrebujeta snov (po praznem prostoru – vakuumu – se ne moreta širiti, saj v njem ni snovi, ki bi lahko nihale), ju imenujemo tudi mehansko valovanje. Osnovna razlika med zvokom in ultrazvokom je njuna frekvenca: zvočno valovanje lahko ljudje slišimo, frekvenca ultrazvoka pa je tako visoka, da je s svojimi ušesi ne zaznamo. Frekvence slišnega zvoka so od približno 20 Hz do 20 kHz, frekvence ultrazvoka, ki se uporablja v medicini, pa so od približno 1 MHz do 20 MHz.

Zvočno valovanje je longitudinalno, saj pri njem deli snovi med nihanjem odrivajo eden drugega in torej nihajo v smeri širjenja. V trdnih snoveh je možno tudi transverzalno valovanje, pri katerem se nihanje prenaša preko strižnih sil, a takemu mehanskemu valovanju ne rečemo zvok. Jasno sliko o naravi zvoka dobimo, če si predstavljamo, kako potuje od izvora do sprejemnika (sl. 24.1). Izvor zvoka so lahko vse površine, ki nihajo z ustrezno frekvenco in katerih nihanje se prenaša na okolico, na primer glasilke ali pa membrana v zvočnikih. Ko površina odriva molekule zraka v svoji okolici, se nihanje prenese tudi na njih, njihovo nihanje se prenese na njihovo okolico in zvok se tako razširi po prostoru. Ko delci snovi nihajo okoli svoje ravnovesne lege, v snovi izmenično nastajajo razredčine in zgoščine, tj. območja z znižanim in povišanim tlakom. Ko zvok končno pripotuje do ušesa, v njem zaniha bobnič, ta pa svoje nihanje preko kladiivca, nakovalca in stremenca prenese v nihanje tekočine v polžu. V polžu so čutne celice, ki informacijo o nihanju preko slušnega

živca prenesejo v možgane.



Slika 24.1: Shematični prikaz zvočnega valovanja na njegovi poti od izvora do ušesa. Izvor (npr. membrana v zvočniku) niha levo-desno in pri tem odriva molekule zraka v sosesčini. Te zato zanihajo z enako frekvenco kot izvor ter pri tem odrivajo svoje sosedje in nihanje tako potuje naprej po prostoru. Ko nihanje zraka pride do bobniča, zaniha tudi ta in preko srednjega ušesa nihanje prenese v polža v notranjem ušesu, kjer nihanje zaznajo čutnice in o tem po slušnem živcu obvestijo možgane. Zaradi nihanja molekul v snovi izmenično nastajajo razredčine in zgoščine. V razredčinah je tlak manjši v zgoščinah pa večji od normalnega tlaka.

Hitrost zvoka v snovi je odvisna od tega, kako težko je snov stiskati in od mase molekul (spomnimo se 2. Newtonovega zakona: večja, kot je masa, večjo silo potrebujemo, da jo spravimo v gibanje). Iz mehanike se spomnimo, da sta s temi lastnostmi v sorodu stisljivost in gostota snovi. Zahtevnejši račun, ki presega okvire tega učbenika, pokaže, da je hitrost zvočnega valovanja v snovi enaka

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho\chi}}, \quad (24.1)$$

kjer je ρ gostota, χ pa stisljivost snovi. Stisljivost trdnih snovi in tekočin je zelo majhna, zato je hitrost zvoka v njih ponavadi velika.

V plinih se enačba za hitrost zvoka še poenostavi, saj sta gostota in stisljivost idealnih plinov med seboj povezani. Pri izračunu moramo upoštevati adiabatno stisljivost plina, $\chi = 1/\kappa p$, kjer p tlak plina, κ pa je razmerje specifičnih toplot pri konstantnem tlaku in konstantni prostornini ($\kappa = c_p/c_v$),

spomnimo se primera 13.2 pri Termodinamiki), saj se zgoščine in razredčine izmenjujejo tako hitro, da med njimi toplota ne more prehajati. Za zrak, ki je sestavljen v glavnem iz dvoatomnih plinov, velja $\kappa = 1,4$. Ob upoštevanju splošne plinske enačbe $pV = (m/M)RT$ in zveze za gostoto $\rho = m/V$ dobimo

$$c_{\text{plin}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}, \quad (24.2)$$

kjer je R plinska konstanta, M molekulska masa plina, T pa temperatura. Vidimo, da je hitrost zvoka v plinu z dano molsko maso M odvisna le od temperature T , pri čemer je hitrost večja v plinih s manjšo molsko maso (primer 24.1).

Ker so frekvenca, hitrost in valovna dolžina povezane (en. 23.1), je pri dani frekvenci zvoka tudi njegova valovna dolžina odvisna od snovi. Tipične hitrosti in valovne dolžine zvoka in ultrazvoka so prikazane v tabeli 24.1.

Tabela 24.1: Hitrost zvoka v različnih snoveh ter valovne dolžine v zraku in tipičnem mehkem tkivu, v katerem je hitrost zvoka $c = 1540 \text{ m/s}$ (vrednosti so povzete po [16], druga literatura lahko navaja tudi malo drugačne vrednosti).

snov	hitrost zvoka [m/s]	frekvenca		valovna dolžina [mm]
zrak [20 °C]		zrak		mehko tkivo
voda	1498	1000 Hz	343	1540
maščoba	1475	100 kHz	3,4	15
možgani	1560	1 MHz	0,34	1,5
kri	1570	3 MHz	0,11	0,5
ledvice	1560	10 MHz	0,03	0,15
mišica	1580			
kost	3360			

Primer 24.1: smešni glas s helijem in žveplovim heksafluoridom

Vsi poznamo srednješolsko potegavščino, ko se nam po vdihu helija smešno zviša glas, po vdihu žveplovega heksafluorida pa naš glas postane bolj globok. Preden se posvetimo opisu tega pojava, naj opozorimo, da je oboje nevarno početje — če imamo v pljučih helij ali žveplov heksafluorid, v njih ni prostora za kisik in če tako stanje traja predolgo, lahko potegavščina postane zelo nevarna. To še posebej velja za žveplov heksafluorid, ki je težji od zraka in se nam lahko zaradi svoje teže dolgo časa zadržuje v pljučih.

Zakaj se nam ob vdihovanju teh plinov v hipu spremeni glas? Oba plina sta inertna, tako da za spremembo glasu ne more biti odgovorna njuna kemijska reaktivnost. Odgovor moramo torej poiskati v fiziki. Spomnimo se, da je hitrost zvoka v plinu odvisna od njegove molske mase. Povprečna molska masa zraka je 29 g/mol, molska masa helija pa je približno 7-krat manjša ($M_{\text{He}} = 4 \text{ g/mol}$), žveplovega heksafluorida pa 5-krat večja ($M_{\text{SF}_6} = 146 \text{ g/mol}$). Po enačbi 24.2 je torej hitrost zvoka v heliju približno $\sqrt{7}$ -krat večja, v žveplovem heksafluoridu pa $\sqrt{5}$ -krat manjša.

V poglavju o resonatorjih smo povedali, da frekvence glasu po eni strani določa nihanje glasilk, po drugi pa oblika našega govornega trakta, ki deluje kot resonator in ojači le nekatere frekvence. Resonančna frekvenca resonatorja je odvisna od njegove oblike in velikosti, pa tudi od hitrosti zvoka v njem (en. 23.14). Razlog za popačen glas so torej spremenjene resonančne frekvence našega govornega trakta: po vdihu helija so približno $\sqrt{7}$ -krat višje, po vdihu žveplovega heksafluorida pa $\sqrt{5}$ -krat nižje.

24.2 Jakost zvoka in decibeli

Gostoto energijskega toka zvoka imenujemo tudi *jakost zvoka*. Enota za jakosti zvoka je torej W/m^2 . V primerih, ko ima jakost zvoka zelo velik razpon, jo lahko opišemo tudi z *nivojem jakosti zvoka*, ki temelji na logaritemski lestvici:

$$J = 10 \log \frac{j}{j_0}, \quad (24.3)$$

kjer je j_0 neka referenčna jakost zvoka. Enota pri uporabi logaritemске lestvice je decibel (dB). Če se jakost zvoka desetkrat poveča, se nivo poveča za 10 dB, če se jakost stokrat poveča, se nivo poveča za 20 dB itn. Omenimo naj še, da v literaturi ni enotnega imena za nivo jakosti zvoka, ponekod J imenujejo glasnost, drugje kar jakost, v angleški literaturi pa največkrat SPL (sound pressure level).

Logaritemska lestvica pride na primer zelo prav pri opisovanju jakosti slišnega zvoka, saj je uho zelo občutljivo čutilo in lahko zaznava zvoke z jakostjo

od približno 10^{-12} W/m^2 do 1 W/m^2 (še večje jakosti povzročijo okvaro ušesa). Pri definiciji nivoja jakosti slišnega zvoka za j_0 vzamemo najmanjšo slišno jakost pri frekvenci 1 kHz ($j_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$), tako da je v logaritemski lestvici meja slišnosti pri 0 dB, prag bolečine pa pri 120 dB (več o tem še kasneje pri poglavju o sluhu).

Nivo jakosti ultrazvoka se ponavadi meri glede na jakost ob izvoru, tako da je vrednost j_0 pri logaritemski lestvici v tem primeru kar enaka vrednosti jakosti pri izvoru. Izvori ultrazvoka, ki jih srečamo v medicini, imajo j_0 od $0,1 \text{ W/m}^2$ do 700 W/m^2 . Vredno si je zapomniti, da se zaradi absorpcije v tkivu nivo jakosti ultrazvoka pri vsaki prepotovani razpolovni debelini zmanjša za 3 dB ($10 \log \frac{1}{2} \approx -3$).

Primer 24.2: hrup na cesti in računanje z decibeli

Vsak ve, da je hrup tem manjši, čim dalj stran smo od njegovega izvora. Našo intuicijo si sedaj nadgradimo še s kvantitativnim izračunom s pomočjo enačb, ki smo jih spoznali do sedaj. Predstavljajmo si delo na cesti in se vprašajmo kolikšen hrup slišimo na oddaljenosti 1 m od pnevmatičnih kladiv, ki vsaka oddajata hrup z močjo 1 W.

Najprej se vprašajmo, kako se v našem primeru z razdaljo spreminja jakosti hrupa oz. gostota energijskega toka. Predpostavimo, da delavca skupaj oddajata energijski tok P , hrup pa se širi enakomerno na vse strani nad tlemi. V našem primeru se torej hrup širi v obliki pol-sfer stran od izvora. Ker ima pol-sfera površino $2\pi r^2$, lahko torej odvisnost gostote energijskega toka od razdalje zapišemo kot:

$$j(r) = \frac{P}{S} = \frac{P}{2\pi r^2} . \quad (24.4)$$

Na razdalji $r_1 = 1 \text{ m}$ bo torej jakost hrupa enaka

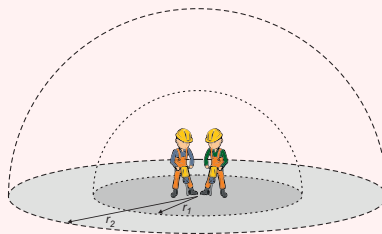
$$j_1 = \frac{P}{2\pi r_1^2} = \frac{2 \text{ W}}{2\pi (1 \text{ m})^2} = 0,3 \text{ W/m}^2 , \quad (24.5)$$

pri čemer smo upoštevali, da je skupna moč, ki jo oddajata dve pnevmatični kladivi, enaka 2 W. Z lestvico jakosti nimamo izkušenj, zato izračunajmo še nivo jakosti hrupa v decibelih (en. 24.3):

$$J_1 = 10 \log \frac{j_1}{j_0} = 10 \log \frac{0,3 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} = 115 \text{ dB} . \quad (24.6)$$

Tak nivo jakosti je torej ravno na meji bolečine, zato se brez glušnikov ni zdravo dalj časa zadrževati v bližini. Kako se bo nivo jakosti spremenil, če se odmaknemo na razdaljo $r_2 = 10 \text{ m}$? Z enakim izračunom kot zgoraj lahko takoj izračunamo:

$$j_2 = \frac{P}{2\pi r_2^2} = \frac{2 \text{ W}}{2\pi (10 \text{ m})^2} = 0,003 \text{ W/m}^2 , \quad (24.7)$$



Jakost se je torej zmanjšala kar za 100-krat (to bi lahko izračunali tudi na pamet, saj je jakost odvisna od razdalje na kvadrat, kar pomeni, da če se razdalja poveča za 10-krat, se bo jakost zmanjšala za $10^2 = 100$ -krat). In koliko je to v dB? Spet uporabimo definicijo nivoja jakosti (en. 24.3)

$$J_2 = 10 \log \frac{j_2}{j_0} = 10 \log \frac{0,003 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} = 95 \text{ dB} . \quad (24.8)$$

Tudi ta rezultat bi lahko izračunali na pamet, saj se spomnimo, da vsaka sprememba energije za 10-krat spremeni nivo jakosti za 10 dB. Ko se jakost zmanjša za 100-krat, se nivo jakosti torej zmanjša za 20 dB.

Za konec se vprašajmo še, kako bi se spremenil nivo jakosti hrupa, ko gre eden od delavcev na malico? Poskusimo to izračunati na pamet! Eno pnevmatično kladivo oddaja pol manj energije kot dve. Jakost hrupa se bo zato v tem primeru prepolovila, nivo jakosti pa se bo zmanjšal le za 3 dB (spomnimo se, da je $10 \log \frac{1}{2} = -3$)!

24.3 Prehajanje med snovmi

Ko zvočno valovanje trči na mejo med dvema snovema, ga del prehaja v drugo snov, del pa se ga odbije nazaj (spomnimo se poglavja 23.3). Zaradi zakona o ohranitvi energije velja, da je jakost vpadnega valovanja enaka vsoti jakosti odbitega in prepuščenega valovanja, $j_{vpad} = j_{odb} + j_{prep}$. Natančna analiza, ki presega okvire tega učbenika, pokaže, da je razmerje med jakostjo odbitega in vpadnega zvočnega valovanja odvisno od razlike t. i. *akustičnih impedanc* snovi:

$$\frac{j_{odb}}{j_{vpad}} = \frac{(z_1 - z_2)^2}{(z_1 + z_2)^2} , \quad (24.9)$$

kjer smo akustično impedanco snovi označili z z . Akustična impedanca snovi je odvisna od njene gostote in hitrosti zvoka v njej:

$$z = \rho c . \quad (24.10)$$

Tipične akustične impedance in tipične deleži odbitega valovanja so prikazani v tabeli 24.2. Vidimo, da sta akustični impedanci zraka in vode zelo različni, zato se na prehodu med zrakom in vodo večino zvoka in ultrazvoka odbije. To zakonitost dobro poznamo iz vsakdanjega življenja: ko glavo potopimo pod vodo, se nam zvoki iz okolice v trenutku zelo stišajo. V tabeli vidimo, da se pri tem prehodu odbije kar 99,9 % vpadnega zvoka, v vodo pa ga torej vstopi

le 0,1 % (slika 24.2). Če se spomnimo še definicije decibelov (en. 24.3), lahko izračunamo, da se zvok in ultrazvok pri prehodu v vodo utišata za 30 dB ($10 \log 0,001 = -30$).

Slika 24.2: Shematični prikaz odboja zvoka in ultrazvoka pri prehodu iz zraka v vodo. Ker se akustična impedanca zraka zelo razlikuje od akustične impedance vode, se večino zvoka odbije. V vodo vstopi le 0,1 % vpadne zvočne energije.

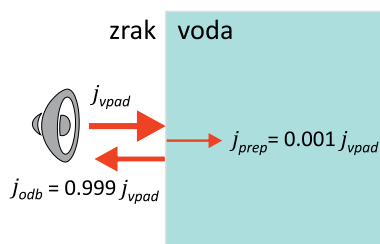


Tabela 24.2: Akustična impedanca različnih snov in deleži odbitega zvočnega valovanja pri nekaterih tipičnih prehodih. Deleži odbitega valovanja so izračunani s pomočjo en. 24.9.

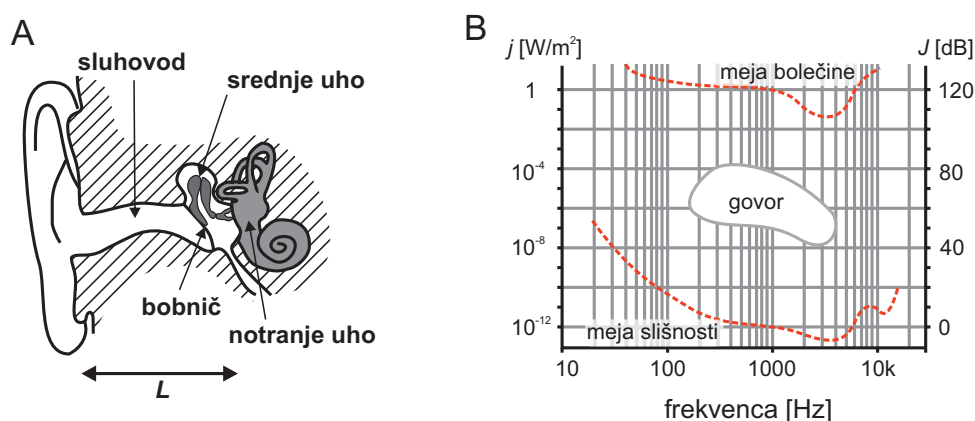
snov	z [$10^{-6} \text{ kg / m}^2 \text{ s}$]
zrak [20 °C]	0,0004
voda	1,5
maščoba	1,38
možgani	1,55
kri	1,61
ledvice	1,62
mišica	1,7
kost	6,1

meja	j_{odb}/j_{vpad}
zrak — voda	99,9 %
zrak — mišica	99,9 %
zrak — kost	99,97 %
maščoba — ledvice	0,6 %
možgani — kost	35 %

24.4 Sluh in govor

Človeško uho je zelo občutljivo in hkrati prilagodljivo čutilo, saj je zmožno razločevati tako izredno tihe kot tudi zelo glasne zvoke (spomnimo se, da smo zato za nivo jakosti zvoka uvedli logaritemsko lestvico z decibeli). Občutljivost ušesa pa je zelo odvisna od frekvence zvoka (sl. 24.3). Frekvenčni meji

slišnosti sta približno 20 Hz in 20 kHz (s starostjo pa se lahko zgornja frekvenca slišnosti zniža celo na 5 kHz), najbolje pa zaznavamo zvok s frekvencama med 3000 Hz in 4000 Hz. Frekvenca vpliva tudi na naš občutek za *glasnost* zvoka, saj se nam dva zvoka z enako jakostjo in različnima frekvencama ne zdita nujno tudi enako glasna. Glasnost zvoka je zato fiziološka količina, ki je definirana tako, da dva zvoka iste glasnosti vzbudita enak občutek v ušesu ne glede na svojo frekvenco. Enota za glasnost je *fon* in je določena tako, da pri frekvenci 1 kHz lestvica fonov ustreza lestvici nivoja jakosti slišnega zvoka v dB (za definicijo dB se spomnimo en. 24.3), pri ostalih frekvencah pa se razmerje ustrezno prilagodi. Ne glede na frekvenco ima zvok na meji slišnosti glasnost 0 fonov, zvok na meji bolečine pa 120 fonov. Na primer, meja slišnosti (glasnost 0 fonov) je za zvok s frekvenco 1 kHz pri nivoju jakosti 0 dB, za zvok s frekvenco 100 Hz pa pri nivoju jakosti 20 dB (sl. 24.3).



Slika 24.3: (A) Shematični prikaz anatomije ušesa. (B) Približni prikaz frekvenčne občutljivosti ušesa. Črtkani črti predstavljata približno frekvenčno odvisnost najmanjše (meje slišnosti) in največje (meje bolečine) jakosti zvoka, ki jo lahko razloči zdrava oseba (na desni osi so označen ustrezen nivo jakosti v decibelih). Občutljivost ušesa je največja med 3000 Hz in 4000 Hz, kak ustreza resonančni frekvenci sluhovoda. Prikazano je še približno območje frekvenc in jakosti pri govoru.

Poglejmo si še osnove delovanja ušesa. Anatomijo ušesa razdelimo na tri dele: v zunanjem in srednjem ušesu je zrak (razmejena sta z bobničem), v notranjem ušesu pa so kanali z vodno raztopino in tkivom, ki vsebuje čutnice za sluh in ravnotežje (sl. 24.3). Zunanje in srednje uho opravljata pomembno "fizikalno" nalogo: zvočno valovanje morata iz zraka prenesti v notranje uho s čim manj izgubami. Spomnimo se namreč, da se akustični impedanci zraka in vode zelo razlikujeta, zato bi se zvok brez pomoči zunanjega in srednjega

ušesa pri prehodu v notranje uho skoraj v celoti odbil (tabela 24.2).

Ko zvok prispe v zunanje uho, zrak v sluhovodu zaniha. Sluhovod je namreč resonator v obliki odprte piščali (sl. 23.15), saj je na eni strani odprt, na drugi pa se zvok odbija od trdih sten notranjega ušesa. Dolžina resonatorja (L) je približno 26 mm, kar ustreza osnovni lastni frekvenci približno 3500 Hz ($L = \lambda/4$, en. 23.14). V sluhovodu se torej relativno najbolj ojača zvok s frekvencami med 3000 Hz in 4000 Hz, in tudi zato je v tem frekvenčnem območju naš sluh najbolj občutljiv (sl. 24.3). Nihanje zraka v sluhovodu povzroči nihanje bobniča, saj je slednji malo odmaknjen od sten notranjega ušesa in se ne nahaja v vozlu stoječega valovanja. Bobnič je preko treh koščic (kladivca, nakovalca in stremenca) mehansko povezan z notranjim ušesom, kar omogoča prenos nihanja bobniča v nihanje raztopine v notranjem ušesu. Kako pomembna je funkcija srednjega ušesa pove podatek, da se ob njegovi okvari občutljivost ušesa poslabša za približno 20 dB.

Slušni del notranjega ušesa predstavlja v polža navit kanal z vodno raztopino, v katerem je tudi membrana iz tkiva s slušnimi čutnicami. Oblika in zgradba kanala se z oddaljenostjo od začetka spreminjata, tako da ima vsak del kanala svojo resonančno frekvenco (resonančna frekvenca pada z oddaljenostjo od stremenca). Ko zvočno valovanje potuje po kanalu, različne frekvence valovanja vzbudijo nihanje membrane v različnih delih kanala. Notranje uho torej deluje kot frekvenčni analizator zvoka. V membrani so čutnice z laski, ki se zaradi nihanja tkiva premikajo in mehansko gibanje pretvarjajo v spremembo prekomembranskega potenciala, ki po živcu potuje do možganov. Čutnice pa niso le pasivni detektorji nihanja, saj se lahko tudi same aktivno premikajo in tako preko zapletenega mehanizma povratnih zank izboljšujejo zaznavanje zvoka. Po drugi strani z aktivnim premikanjem dlačic uho tudi samo oddaja šibek zvok, kar imenujemo otoakuskična emisija (OAE). OAE izkoriščamo pri diagnozi motenj v delovanju notranjega ušesa — sluha novorojenčkov tako ne preizkušajo več s cingljanjem z zvončkom temveč z mikrofonom, s katerim v ušesu izmerijo OAE.

Podobno kot zaznavanje zvoka je tudi produkcija zvoka pri človeku zapleten proces in že majhne motnje v njegovem delovanju lahko vodijo do govornih napak. Z raziskovanjem govora se ukvarja fonetika, mi pa se bomo tega širokega področja le bežno dotaknili. Izvora nihanja pri produkciji zvoka sta nihanje glasilk in pa vrtnčenje zraka ob različnih stenah govornega trakta (žrelo, ustna in nosna votlina, jezik, zobje...). Pri tem energija za nihanja prihaja največkrat iz stiskanja zraka iz pljuč, le pri redkih glasovih tudi od druge — npr. pri tlesku z jezikom. Glede na svojo velikost je govorni organ zelo močan izvor zvoka, saj se lahko npr. operni pevec dobro kosa s celotnim orkestrom.

Glasovi so sestavljeni iz več frekvenc in imajo večinoma zapleteno spektralno sestavo. Nihanje zvoka je namreč lahko zares periodično le pri samoglasnikih, saj le samoglasniki nastanejo z nihanjem glasilk ob povsem odprtem govornem traktu. Osnovno frekvenco samoglasnikov (višino njihovega tona) tako uravnavamo z napetostjo glasilk, ostale značilne frekvence, po katerih se samoglasniki pravzaprav ločijo med seboj, pa z oblikovanjem votlin govornega trakta. Žrelo, ustna in nosna votlina namreč delujejo kot resonatorji, v katerih se glede na njihovo obliko in velikost nekatere frekvence ojačijo bolj kot druge. Pri soglasnikih se oblika govornega trakta med govorom zelo spreminja (v določenem hipu je trakt lahko tudi povsem zaprt, kot npr. pri zapornikih "p", "b" ...) ali pa ni nihanja glasilk (npr. pri "s"), zato je o periodičnosti teh zvokov in o njihovi višini težko govoriti.

Poglavje 25

Ultrazvočno slikanje

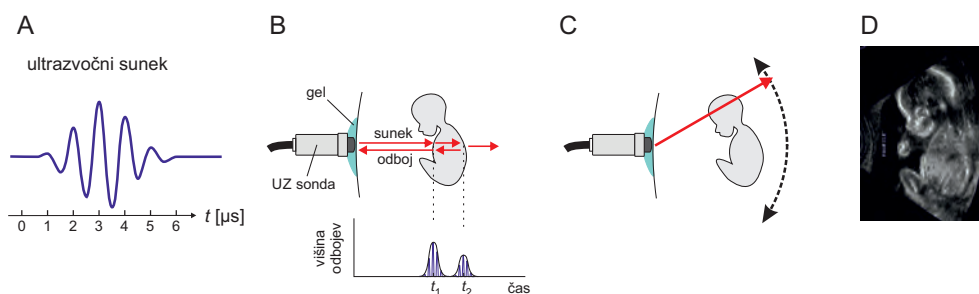
25.1 Osnovne značilnosti

Ultrazvočno slikanje (imenujemo jo tudi *ehografija* oz. *sonografija*) je najpogostejša slikovna diagnostična metoda. Osnovni mehanizem nastanka ultrazvočne slike je enostaven: v telo usmerimo kratke ultrazvočne sunke, nato pa na osnovi njihovih odmevov, ki se odbijajo od različnih tkiv, rekonstruiramo sliko telesa (slika 25.1). V tem poglavju bomo spoznali glavne značilnosti te metode ter nekaj njenih prednosti in slabosti.

Za slikanje se največkrat uporablja ultrazvok s frekvencami od 1 MHz do približno 15 MHz. Za produkcijo in detekcijo tako visokih frekvenc ne moremo uporabljati klasičnih zvočnikov in mikrofонов, saj le ti ne morejo nihati dovolj hitro. Kot izvori in detektorji ultrazvoka se zato uporabljajo *piezoelektrični kristali*. To so kristali, ki se pod vplivom električne napetosti skrčijo in raztezajo. Če na piezoelektrični kristal priključimo visokofrekvenčno izmenično napetost, bo kristal zanihal z isto frekvenco in pri tem oddajal ultrazvok. Mehanizem prenosa deluje tudi v obratno smer: ko mirujoč kristal pod vplivom ultrazvočnih valov zaniha, se na njemu ustvari izmenična električna napetost, ki ima enako obliko kot vpadni ultrazvočni val. Pri sodobnih ultrazvočnih napravah je zato lahko ista sonda hkrati izvor in tudi detektor ultrazvoka.

Ultrazvočna naprava informacijo o položaju struktur v telesu dobi na osnovi časovne zakasnitve zaznanih odbojev (sl. 25.1B), saj velja, da v času med oddanim in zaznanim sunkom le ta prepotuje dvojno razdaljo do strukture (tja in nazaj). Globino, na kateri je struktura (d), lahko izračunamo iz enostavne enačbe

$$d = \frac{ct}{2} . \quad (25.1)$$



Slika 25.1: Shematični prikaz nastanka slike pri ultrazvočnem slikanju. V telo usmerimo kratke ultrazvočne sunke, nato pa na osnovi njihovih odbojev na strukturah v telesu rekonstruiramo sliko notranjosti. (A) Shematični prikaz kratkega ultrazvočnega sunka, ki ga odda sonda. Frekvenca prikazanega ultrazvoka je 1 MHz, nihajni čas je 1 μs , sunek pa traja približno tri nihaje. (B) Ultrazvočna sonda, ki je prislonjena na kožo, oddaja ultrazvočne sunke ter zaznava odboje, do katerih pride na prehodih med tkivi v telesu. Merilo za globino tkiv je kar časovni zamik odbojev. Da se zmanjša odboj ultrazvoka pri vstopu v telo, se med sondo in kožo nanese poseben gel. (C) Sonda oddaja sunke zaporedoma v različnih smereh. (D) Računalnik na osnovi odbojev iz različnih smeri sestavi ultrazvočno sliko, pri čemer je intenziteta na sliki sorazmerna višini odbitih sunkov.

kjer je t zakasnitev med oddanim sunkom in prejetim odmevom, c pa hitrost zvoka v telesu.

Pri najbolj pogostem načinu slikanja sonda oddaja sunke zaporedoma v različnih smereh (sl. 25.1C), računalnik pa nato na osnovi odbojev sestavi celotno sliko, pri čemer je intenziteta na sliki kar sorazmerna višini zaznanih odbojev (sl. 25.1D). Ta način prikaza slike se imenuje *B-način* (angl. brightness mode, B-mode). Včasih se za prikaz slike uporablja tudi starejši *amplitudni* ali *A-način* (angl. amplitude mode oz. A-mode), pri katerem naprava na grafu prikaže le zaznane odboje in njihove višine iz ene smeri (sl. 25.1B).

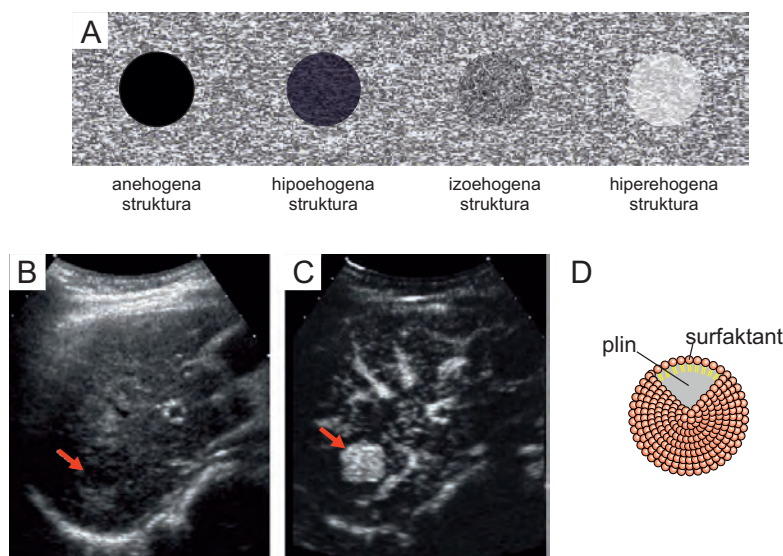
Čeprav hitrost ultrazvoka ni enaka v vseh tkivih (spomnimo se podatkov iz tabele 24.1), pa ultrazvočna naprava ne more vedeti, po katerih tkivih je potoval sunek, zato za izračun globine v enačbi 25.1 uporabi podatek o povprečni hitrosti zvoka v mehkih tkivih, $c = 1540 \text{ m/s}$. Hitrosti v dejanskih tkivih se od te hitrosti sicer ne razlikujejo veliko, a zaradi te predpostavke včasih vseeno pride do popačenja slike.

25.2 Nastanek slike

Ključen pojav za nastanek ultrazvočne slike je odboj ultrazvoka na tkivih. V prejšnjih poglavjih smo spoznali, da je jakost odbitega zvoka na meji med dvema snovema odvisna od razlike njunih akustičnih impedanc (en. 24.9 in en. 24.10). Da si pridobimo občutek za odboj ultrazvoka, se spomnimo vrednosti akustičnih impedanc različnih tkiv, ki so prikazane v tabeli 24.2. Vidimo, da je odboj med mehkim tkivom in kostjo veliko večji, kot med dvema mehkim tkivoma. Po eni strani je tako lobanjska kost na ultrazvočnih slikah zelo dobro vidna (sl. 25.1D), po drugi pa je z ultrazvokom težko slikati skozi kosti (npr. v možgane ali za rebra). Odboj je zelo velik tudi med zrakom in mehkim tkivom, zato se votline napolnjene s plini s stališča ultrazvoka obnašajo podobno kot kosti. Zrak bi nam delal težave tudi že pri vstopu ultrazvoka v telo, zato moramo ultrazvočno sondo prisloniti tik na kožo, vmes pa za vsak slučaj še nanesti poseben gel, katerega akustična impedanca je podobna akustični impedanci kože (sl. 25.1B).

Ultrazvok se ne odbija le na meji med tkivi, ampak tudi na vseh majhnih nehomogenih strukturah v njih, zaradi česar se zdijo ultrazvočne slike polne šumenja ("sneženja"). Radiologi stopnjo jakost odbojev v tkivu opisujejo s pojmom *ehogenost* (slika 25.2A). Strukture, ki odbijajo več ultrazvoka od okolice, so hiperehogene, če pa odbijajo manj, so hipoehogene. Popolnoma anehogene so le povsem homogene strukture; takšne so npr. poln mehur ali druge votline napolnjene s homogeno tekočino. Ehogenost nekaterih struktur lahko izboljšamo z uporabo kontrastnih sredstev, ki jih vbrizgamo preiskovancu v žilo (sliki 25.2B in C). S pomočjo našega znanja akustike, lahko uganemo, da so dobra kontrastna sredstva za ultrazvok raztopine z majhnimi mehurčki plina, saj se na prehodu med raztopino in plinom ultrazvok zelo dobro odbija (slika 25.2D).

Razlog, da se za slikanje uporablja ultrazvok in ne zvok, je njegova visoka frekvenca ter posledično majhna valovna dolžina in s tem tudi manjši uklon (tabela 25.1). V mehkem tkivu ima zvok s frekvenco 1 kHz valovno dolžino 1,5 m, ultrazvok s frekvenco 1 MHz pa tisočkrat manj, t. j. 1,5 mm. Manjša kot je valovna dolžina, manjši so uklonski pojavi in bolje je mogoče ultrazvok usmeriti. Pri dani velikosti ultrazvočne sonde ima torej ultrazvok visoke frekvence večjo globino bližnjega območja L_F in manjši divergenčni kot α (sl. 23.13C in tabela 25.1). Poleg tega do uklona uklona pride tudi na strukturah v telesu (spomnimo se, da zaradi uklona z nobenim valovanjem ne moremo zaznati struktur, ki so manjše od valovne dolžine). Višja, kot je frekvenca ultrazvoka, tem bolj natančna je torej ultrazvočna slika (primer 25.1).



Slika 25.2: Kontrast na ultrazvočni sliki je odvisen od jakosti odbojev na in v strukturah v telesu, t. j. od njihove ehogenosti. (A) Shematični prikaz struktur z različno ehogenostjo. Anehogene so le votline, napolnjene s homogeno tekočino ali plinom. (B) Primer ultrazvočne slike, na kateri se vidi sum tumorja ob jetrih (označeno s puščico), a zanesljive diagnoze zaradi slabega kontrasta ni mogoče postaviti [15]. (C) Slika istega predela po vbrizganju kontrastnega sredstva v žilo preiskovanca. Ker je tumor bolj prekrvavljen od okolice, se mu ehogenost po dodatku kontrastnega sredstva zelo poveča. (D) Kot kontrastno sredstvo za ultrazvok se največkrat uporabljajo raztopine nekaj mikrometrov velikih mehurčkov plina, saj se na njih ultrazvok močno odbija. Obstojnost mehurčkov se poveča s surfaktanti.

Čeprav je za večjo jasnost slike dobro uporabiti čim višje frekvence, pa kljub vsemu ne moremo uporabljati ultrazvoka poljubno visokih frekvenc. Glavni razlog za to je, da z večanjem frekvence narašča tudi absorpcija v tkivu (glej tudi tabelo 25.1). Tako je razpolovna debelina za ultrazvok v tkivu kar obratno sorazmerna frekvenci (absorpcijski koeficient je sorazmeren frekvenci):

$$x_{1/2} \propto \frac{1}{\nu} \quad \text{oz.} \quad \mu \propto \nu. \quad (25.2)$$

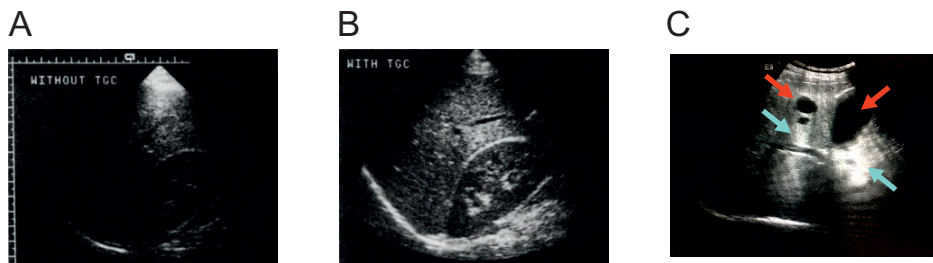
Pri izbiri frekvence ultrazvoka v klinični praksi je tako potreben kompromis: visoke frekvence omogočijo lepšo sliko, a z njimi ne moremo slikati tako globoko v telo kot z nizkimi. Zato se ponavadi pri slikanju podkožnih struktur

Tabela 25.1: Vpliv frekvence ultrazvoka na valovno dolžino λ v mehkem tkivu, globino bližnjega območja L_F , divergenčni kot α ter razpolovno debelino pri absorpciji $x_{1/2}$. Globina bližnjega območja in divergenčni kot sta podana za primer uporabe ultrazvočne sonde s premerom 1 cm (za opis L_F in α glejte poglavje o uklonskih pojavih, en. 23.11 in en. 23.12). Višja kot je frekvenca, manjša je valovna dolžina in manj izraziti so uklonski pojavi. Po drugi strani se z večanjem frekvence večja absorpcija v tkivu.

ν	λ [mm]	L_F [cm]	α [°]	$x_{1/2}$ [cm]
1000 Hz	1540	0,002	90	
1 MHz	1,5	1,6	11	6
5 MHz	0,3	8	2	1,2
10 MHz	0,15	16	1,1	0,6

uporablja čim višje frekvence (> 10 MHz), pri abdominalnem slikanju pa nižje (2 – 5 MHz).

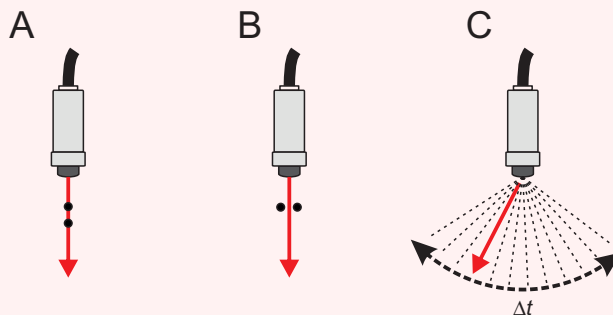
Pozoren bralec se je vprašal, zakaj je v B-načinu intenziteta struktur približno enaka ne glede na globino, na kateri se nahajajo. Pričakovali bi namreč, da so odboji od globljih struktur šibkejši (na sliki temnejši), saj prepotujejo daljšo razdaljo in so se zaradi absorpcije bolj ošibijo. Odgovor na to vprašanje je enostaven - odmevi iz večje globine so v resnici šibkejši, a to razliko ultrazvočna naprava *kompenzira* in jih na zaslonu prikaže svetlejšje, kot so v resnici (sl. 25.3). Pri kompenzaciji slike upošteva povprečno absorpcijo v mehkem tkivu, zato lahko prisotnost struktur z bistveno spremenjenim absorpcijskim koeficientom na sliki povzroči artefakte (sl. 25.3C).



Slika 25.3: Kompenzacija ultrazvočne slike. (A) Primer nekompenzirane slike. Globlje strukture so na sliki temnejše, saj odboji od njih prepotujejo daljšo pot in se zaradi absorpcije bolj ošibijo [16]. (B) Ista slika z vključeno kompenzacijo, ki ustrezno ojači odboji od globljih struktur, tako da so vse strukture na sliki enako svetle. (C) Kompenzacija slike lahko privede do artefaktov [17]. Na sliki sta cisti (označeni z rdečo puščico), v katerih je absorpcija ultrazvoka manjša kot v normalnem tkivu. Ultrazvok, ki potuje skozi njiju, se zato absorbira manj kot v njuni okolici. Odboji iz tiste smeri so zato močnejši in ko jih naprava s kompenzacijo slike še dodatno ojači, postanejo območja za cistama na sliki svetlejša od okolice (označeno z modrimi puščicami).

Primer 25.1: ločljivost ultrazvočne slike

Z našim znanjem fizike lahko ocenimo ločljivost, ki jo je mogoče doseči pri ultrazvočnem slikanju. Opisali bomo le tri glavne vrste ločljivosti, ki so shematično prikazane na spodnji sliki: vzdolžno (A), prečno (B) in časovno ločljivost (C).



Vzdolžna ločljivost opisuje ločljivost v smeri žarka, tj. najmanjšo razdaljo med dvema strukturama, pri kateri strukturi še lahko razločimo. Z malo razmisleka ugotovimo, da je pogojena z dolžino ultrazvočnega sunka, saj dveh struktur v vzdolžni smeri ne bomo razločili, če se bosta odmeva od njiju prekrivala. Tipični sunki so dolgi nekaj valovnih dolžin (sl. 25.1A), le te pa so pri 10 MHz dolge približno 0,15 mm (tabela 25.1). Tudi pri visokih frekvencah vzdolžna ločljivost torej ne more biti bistveno boljša od 1 mm, pri nižjih frekvencah pa je še slabša.

Prečna ločljivost opisuje ločljivost pravokotno na smer žarka in je odvisna od širine ultrazvočnega snopa oz. sunka v lateralni smeri. Zaradi uklona je ta širina lahko najmanj približno valovna dolžina in še to le v bližnjem območju, na večjih oddaljenostih od sonde pa ultrazvočni žarek slej ko prej začne divergirati. Prečna ločljivost bo tako na večjih globinah slabša kot tik pod kožo. V praksi je zato prečna ločljivost pogosto celo malo slabša od vzdolžne.

Časovna ločljivost opisuje čas, ki je potreben za eno sliko (Δt), oz. frekvenco osveževanja slike. V grobem je Δt enak produktu časa, ki je potreben za detekcijo odmevov enega sunka (t_1), in števila sunkov, ki jih potrebujemo, da prečeseemo želeno preiskovano območje (N). Koliko časa pa potrebujemo za detekcijo odmevov sunka v eni smeri? To je ravno čas, ki ga sunek potrebuje za svojo pot od sonde do konca preiskovanega območja in nazaj. Če je preiskovano območje globoko $L = 20$ cm in za eno sliko potrebujemo $N = 200$ sunkov, je torej časovna ločljivost slikanja enaka

$$\Delta t = N t_1 = N \frac{2L}{c} = 200 \frac{0,4 \text{ m}}{1540 \text{ m/s}} = 200 \cdot 0,26 \text{ ms} = 50 \text{ ms}.$$

Z drugimi besedami, frekvenca osveževanja slike je enaka $1/\Delta t = 20$ Hz. Ultrazvočno slikanje ima torej dobro časovno ločljivost in lahko z njim npr. brez težav opazujemo bitje srca.

Kot marsikje v življenju, je torej tudi pri ultrazvočnem slikanju potrebno sklepati kompromise med različnimi omejitvami. Za slikanje struktur, ki so globoko v telesu, moramo uporabiti nižje frekvence ultrazvoka, ki se v tkivu manj absorbirajo, a zaradi tega

izgubimo na ločljivosti slike. Plitkejše, kot je preiskovano področje, višje so lahko ultrazvočne frekvence in boljši sta vzdolžna in prečna ločljivost. Pri časovni ločljivosti je podobno — večje kot je preiskovano področje, več časa potrebujemo za nastanek ene slike in slabša je časovna ločljivost.

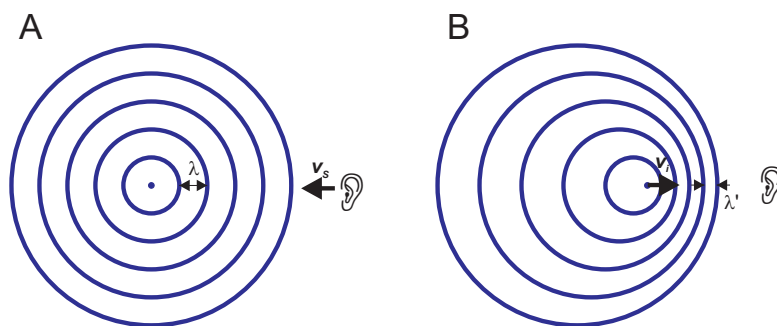
25.3 Dopplersko ultrazvočno slikanje

Z ultrazvokom lahko poleg slike struktur v telesu ocenimo tudi njihovo gibanje, pri čemer nam na pomoč priskoči *Dopplerjev pojav*. Do tega pojava pride, če se izvor in sprejemnik valovanja gibljeta eden glede na drugega, zaradi česar sprejemnik zazna drugačno frekvenco valovanja, kot jo oddaja izvor.

Dopplerjev pojav bomo najbolje razumeli s pomočjo vizualizacije valovnih front. Slika 25.4A prikazuje primer, ko izvor valovanja miruje, sprejemnik pa se mu približuje s hitrostjo v_s . Izvor oddaja valovanje s frekvenco ν , valovi se širijo enakomerno stran od izvora s hitrostjo c in valovno dolžino λ . Ker se sprejemnik giblje proti smeri valovanja, zaznava navidezno večjo hitrost valovanja $c' = c + v_s$, zaznana valovna dolžina valovanja pa se ne spremeni. Frekvenca, ki jo zaznava sprejemnik, je tako

$$\nu' = \frac{c'}{\lambda} = \frac{c + v_s}{\lambda} = \nu \left(1 + \frac{v_s}{c} \right), \quad (25.3)$$

in je višja od oddane frekvence. V primeru, ko se sprejemnik oddaljuje od izvora, je hitrost v_s negativna in je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik, nižja od oddane.



Slika 25.4: Shematičen prikaz Dopplerjevega pojava. (A) izvor valovanja miruje, sprejemnik se premika s hitrostjo v_s . (B) Sprejemnik miruje, izvor valovanja pa se premika s hitrostjo v_i .

Slika 25.4B prikazuje primer, ko sprejemnik miruje, izvor valovanja pa se približuje s hitrostjo v_s . V tem primeru sprejemnik zaznava nespremenjeno hitrost valovanja in zmanjšano valovno dolžino λ' , zato bo zaznana frekvenca višja od frekvence izvora. Zmanjšanje valovne dolžine je enako razdalji, ki jo prepotuje izvor v eni periodi valovanja. Premik izvora valovanja v eni periodi je $L = v_i t_0 = \frac{v_i}{\nu} = \frac{v_i}{c} \lambda$, zato je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik, enaka:

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - L} = \frac{c}{\lambda - \frac{v_i}{c} \lambda} = \nu \frac{1}{1 - \frac{v_i}{c}}, \quad (25.4)$$

Vrednost faktorja $1/(1 - v_i/c)$ je večja od 1, zato je zaznana frekvenca ν' večja od oddane frekvence ν . V primeru, ko pa se izvor oddaljuje od sprejemnika, ima v_i negativno vrednost in je zaznana frekvenca manjša od frekvence izvora.

Hitrosti gibanja so pogosto majhne v primerjavi s hitrostjo valovanja, $\frac{v}{c} \ll 1$. V takih primerih lahko uporabimo binomski razvoj, za katerega pri majhnih vrednostih x velja: $(1 \pm x)^m \approx 1 \pm mx$. Enačba 25.4 se tako poenostavi $\nu' = \nu(1 + v_i/c)$, kar je enako kot v primeru, ko se oddaljuje sprejemnik in izvor miruje. Pri majhnih hitrostih torej ni razlike med gibanjem izvora in sprejemnika, zato lahko v splošnem spremembo frekvence zaradi Dopplerjevega pojava zapišemo preprosto kot:

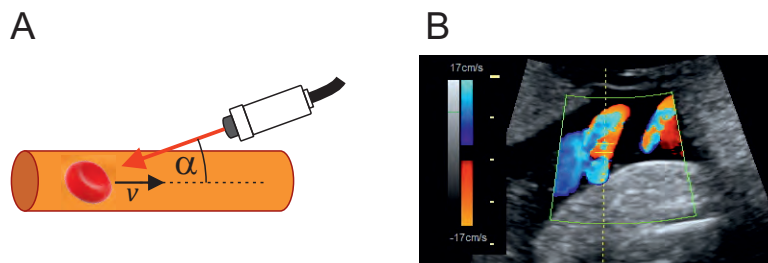
$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \quad \text{oz.} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \pm \frac{v}{c} \quad (25.5)$$

kjer je v relativna hitrost med izvorom in sprejemnikom in pozitivni predznak velja za približevanje, $\Delta\nu$ pa je razlika med zaznano in oddano frekvenco. Zaznana frekvenca se torej poveča, če se izvor in sprejemnik približujeta in zmanjša, če se izvor in sprejemnik oddaljujeta. Če je medsebojna hitrost izvora in sprejemnika enaka 1% hitrosti zvoka, se bo tudi zaznana frekvenca spremenila za 1%.

Pri ultrazvočnem slikanju pride do Dopplerjevega pojava vsakič, ko se ultrazvočni sunki odbijejo na strukturah, ki se gibljejo glede na sondo, npr. na premikajočih se površinah organov ali na krvi, ki se pretaka po žilah. Pri tem do pojava pride kar dvakrat, saj ima gibajoča struktura najprej vlogo "sprejemnika", ko pa sunek odbije nazaj pa še vlogo "oddajnika". Poleg tega moramo upoštevati, da k spremembi frekvence prispeva le komponenta hitrosti gibanja v smeri žarka (sl. 25.5). Sprememba frekvence, ki jo zazna ultrazvočna sonda je torej

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2 \frac{v}{c} \cos \alpha, \quad (25.6)$$

kjer je α kot med smerjo gibanja površine organa ali krvi in ultrazvočnim žarkom.



Slika 25.5: Shematični prikaz Dopplerskega ultrazvočnega slikanja. (A) Do Dopplerjevega pojava pride vsakič, ko se ultrazvočni sunek odbije na premikajočih se strukturah, npr. na eritrocitih v krvnem obtoku. K dopplerski spremembi frekvence prispeva le komponenta hitrosti v smeri proti sondi (njena vrednost je $v \cos \alpha$). (B) Primer dopplerske ultrazvočne slike popkovnične arterije [18]. Hitrost struktur je na sliki prikazana z barvami, zato se dopplerskemu ultrazvoku reče tudi barvni ultrazvok.

25.4 Biološki učinki ultrazvoka

Kot vsako valovanje tudi ultrazvok nosi energijo in lahko zato učinkuje na snov, po kateri potuje. Med fizikalni vplivi ultrazvoka na tkiva sta najbolj izrazita dva. Prvi so t. i. termični učinki, pri katerih se tkivo zaradi absorpcije ultrazvoka segreva, drugi pa je mehansko nihanje tkiva, ki lahko povzroči nastajanje zračnih mehurčkov (ta pojav imenujemo *kavitacija*). Če je kavitacija zelo močna, lahko pokanje mehurčkov mehansko raztrga in uniči bližnje celice.

Pri ultrazvočnem slikanju ponavadi uporabljamo tako majhne jakosti ultrazvoka, da naj njegovi fizikalni vplivi ne bi imeli trajnih stranskih posledic na tkiva. Ker pa biološki vplivi ultrazvoka v celoti še niso povsem raziskani, se včasih kljub vsemu odsvetuje uporabo ultrazvočnega slikanja po nepotrebnem. Po drugi strani fizikalne vplive ultrazvoka s pridom uporabljajo pri fizioterapiji, kjer naj bi pomagali pri lažšanju bolečin in celjenju ran. Poleg tega se v zadnjem času intenzivno raziskuje uporaba t. i. ultrazvočne kirurgije, pri kateri skalpel ni potreben, saj se npr. maligno tkivo uniči z močno fokusiranim ultrazvočnim valovanjem zelo velike jakosti.

Poglavje 26

Elektromagnetno valovanje

26.1 Osnovne lastnosti

Poznamo različne vrste elektromagnetnega valovanja, od radijskih valov preko vidne svetlobe do rentgenskih žarkov in žarkov gama (tabela 26.1). Frekvenčna območja različnih vrst elektromagnetnega valovanja so zelo različna (razmerje med frekvenco pri žarkih gama in radijskih valovih je več kot 10^{18}), zato so zelo različne tudi njihove lastnosti, uporaba in nenazadnje tudi njihov vpliv na biološko tkivo. Območje radijskih valov si ponavadi zapomnimo po njihovi frekvenci (do približno nekaj 100 MHz), območja ostalih vrst pa po valovnih dolžinah. Rentgenske žarke in žarke gama si pogosto zapomnimo tudi po visoki energiji fotonov (od nekaj 100 eV do nekaj 100 keV in več).

Pri elektromagnetnem valovanju nihata jakost električnega $\vec{E}$ in gostota magnetnega polja $\vec{B}$ pravokotno ena na drugo (sl. 26.1). V splošnem so izvori elektromagnetnega valovanja električni naboji, ki se pospešeno gibljejo oz. nihajo. Na primer, v radijskih antenah niha električni tok, zato se spreminja električno polje v okolici. Ker je s spreminjanjem električnega polja na enem mestu vedno povezano tudi spreminjanje magnetnega polja v okolici in obratno (spomnimo se npr. zakona o magnetni indukciji, poglavje 22.4), se elektromagnetno valovanje širi stran od antene. Smeri jakosti električnega polja in gostote magnetnega polja sta pravokotni na smer širjenja, zato je elektromagnetno valovanje transverzalno. Če sta smeri električnega in magnetnega polja stalni, je elektromagnetno valovanje polarizirano.

Za razliko od zvoka, se elektromagnetno valovanje lahko širi po praznem prostoru (vakuumu). Hitrost širjenja elektromagnetnega valovanja v praznem

Tabela 26.1: Pregled spektra elektromagnetnega valovanja. Prikazane so frekvenca ν , valovna dolžina v zraku λ , energija enega fotona W_γ (več o fotonih v poglavju 26.2) ter tipični izvori. Meje med različnimi tipi elektromagnetnega valovanja niso ostre.

	ν	λ	W_γ	tipični izvor
nizke frekvence	50 Hz	1000 km	2×10^{-13} eV	elekt. omrežje
FM radio	~ 100 MHz	~ 3 m	$\sim 0,1$ μ eV	antena
GSM mobitel	~ 1 GHz	~ 30 cm	~ 1 μ eV	antena
mikro valovi	~ 10 GHz	~ 3 cm	~ 10 μ eV	antena
IR	~ 30 THz	750 nm – 100 μ m	$< 1,5$ eV	telesa s sobno T
vidna svetloba	~ 600 THz	400 nm – 750 nm	1,5 eV – 3 eV	molekule, atomi
UV	$\sim 10^{15}$ Hz	10 nm – 400 nm	3 eV – 120 eV	molekule, atomi
rentgen	$\sim 10^{18}$ Hz	10 pm – 10 nm	120 eV – 120 keV	rentgenska cev
žarki γ	$> 10^{19}$ Hz	< 10 pm	> 100 keV	jedrski razpad

prostoru je nam dobro znana konstanta:

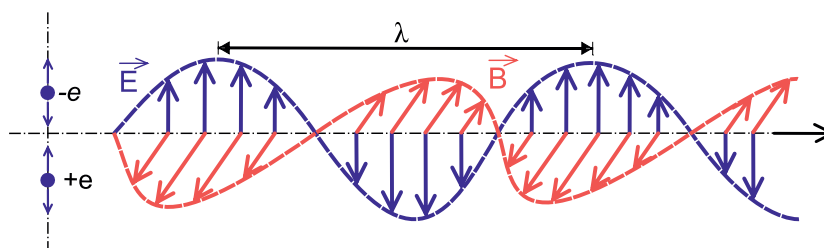
$$c_0 = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

V snovi je hitrost elektromagnetnega valovanja c vedno manjša od hitrosti v praznem prostoru, $c < c_0$

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad (26.1)$$

pri čemer smo vpeljali *lomni količnik* snovi n , ki je razmerje hitrosti v vakuumu in hitrosti v snovi, $n = c_0/c$. Lomni količnik je vedno večji od 1. Za vidno svetlobo je lomni količnik v zraku približno 1,0003, v vodi 1,33, v steklu pa približno 1,5¹.

¹Izkaže se, da je hitrost elektromagnetnega valovanja v praznem prostoru povezana z influenčno konstanto ϵ_0 in indukcijsko konstanto μ_0 , ki smo ju spoznali že pri električnih in magnetnih pojavih, $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, v snovi pa velja $n = \sqrt{\epsilon\mu}$



Slika 26.1: Shematični prikaz elektromagnetnega valovanja. Izvor valovanja je električni naboj, ki niha in s tem neprestano spreminja električno polje v okolici. Spreminjajoče električno polje povzroči nastanek spreminjajočega magnetnega polja, to pa spet spreminjajoče električno polje in nihanje polja se tako širi po prostoru. Ker lahko električno in magnetno polje nastaneta tudi v praznem prostoru, se lahko po praznem prostoru širi tudi elektromagnetno valovanje. Jakost električnega polja $\vec{E}$ in gostota magnetnega polja $\vec{B}$ nihata pravokotno ena na drugo ter pravokotno glede na smer širjenja valovanja, zato je elektromagnetno valovanje transverzalno valovanje in je lahko polarizirano.

Primer 26.1: Robotske operacije in odzivni čas

Hitrost svetlobe je najvišja hitrost v naravi, zato informacije po svetu ne morejo potovati hitreje. Za komunikacijo na velike razdalje zato pogosto uporabljamo optične kable, po katerih lahko s svetlobnimi signali hitro in zanesljivo pretakamo velike količine podatkov. Čeprav je hitrost svetlobe zelo velika, pa ni neskončna in nam lahko v določenih situacijah vseeno predstavlja omejitev. Tak primer so robotske operacije na daljavo. Pri njih naj časovni zamik med operaterjevim pritiskom na gumb in premikom oddaljenega robota ne bi bil daljši od 10 ms. Izračunajmo največjo razdaljo med kirurško dvorano in oddaljenim operaterjem, ki bi še omogočala zahtevani odzivni čas.

Najprej izračunajmo hitrost potovanja signalov po optičnem kablu. Lomni količnik v kabljih je približno 1,5, zato je hitrost svetlobe po optiki približno

$$c = \frac{c_0}{1,5} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

V času 10 ms signal po optiki torej prepotuje

$$s = c \cdot t = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2 \cdot 10^6 \text{ m} = 2000 \text{ km}.$$

Če bi signal potoval po zraku (npr. po omrežju 5G), bi bil sicer za 50 % hitrejši, a še vedno ne dovolj hiter, da bi lahko zanesljivo opravljali oddaljene operacije iz enega kontinenta na drugega. Še toliko težja bo izvedba oddaljenih operacij z Zemlje na kolonijo na Marsu...

Lomni količnik v določeni snovi ponavadi ni enak za vse valovne dolžine

elektromagnetnega valovanja. Ta pojav imenujemo *disperzija*. V steklu je na primer lomni količnik za vidno svetlobo največji za modro in najmanjši za rdečo. V steklu se tako različne barve lomijo pod različnimi koti in zato se bela svetloba na stekleni prizmi razlomi v mavrico (pri tem se najbolj lomi modra svetloba). Disperzija je prisotna tudi v lečah (tako v očesnih kot tudi pri mikroskopu) zato lomnost leč ni nujno enaka za vse barve (pri lečah ta pojav imenujemo *kromatična aberacija*).

26.2 Kvantna slika

Čeprav lahko elektromagnetno valovanje razumemo kot zvezen proces, pa lahko izmenjava energije med elektromagnetnim valovanjem in snovjo poteka le v obliki končno velikih "paketov energije" (kvantov) — *fotonov*. Fotoni elektromagnetnega valovanja s frekvenco ν imajo energijo

$$W_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (26.2)$$

kjer je Planckova konstanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Js (ker fotone pogosto označujemo s simbolom γ , smo energijo fotona zapisali z W_γ). Elektromagnetno valovanje je torej po eni strani zvezen proces (valovanje), po drugi pa si lahko predstavljamo, da ga sestavljajo delci fotoni, ki so energijski delci brez mase in se gibljejo s svetlobno hitrostjo.

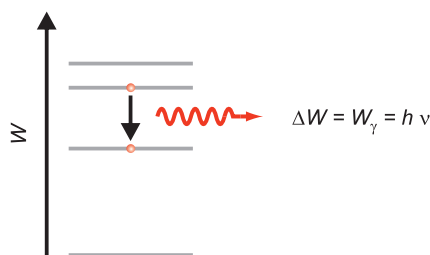
Iz zgornje enačbe vidimo, da imajo fotoni tem večjo energijo, čim večja je frekvenca oz. manjša je valovna dolžina elektromagnetnega valovanja. Pri določanju energije fotonov nam pogosto pride prav drugi zapis v zgornji enačbi, iz katerega lahko izračunamo energijo fotona valovanja z valovno dolžino λ . Če si zapomnimo vrednost produkta $hc = 1240$ eV nm, lahko npr. hitro izračunamo energijo fotona valovanja z $\lambda = 10$ nm: $W = \frac{1240 \text{ eV nm}}{10 \text{ nm}} = 124$ eV. Tipične energije fotonov so predstavljene v tabeli 26.1.

Prehodi med različnimi energijskimi stanji v atomih in molekulah so kvantizirani, se pravi da so energijske razlike med različnimi stanji natanko določene. Ob prehodu iz višjega v nižje energijsko stanje tako molekula odda foton z energijo, ki je natanko enaka energijski razliki med stanjema (sl. 26.2). Velja tudi obratno – prehod v višje energijsko stanje in absorpcija fotona sta mogoča le, če ima foton natanko ustrezno energijo. V splošnem je energija molekule lahko spravljena v njeni rotaciji, njenem nihanju in pa v različnih stanjih elektronov v orbitalah, pri čemer je za prehode med rotacijskimi stanji potrebno

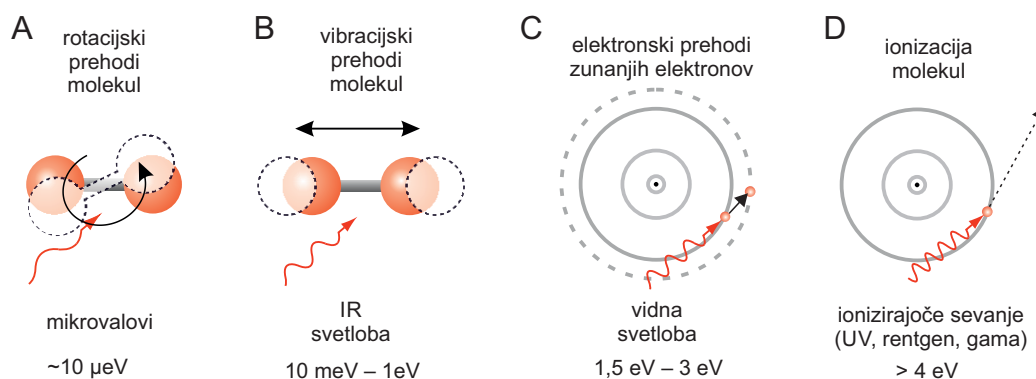
najmanj energije, za prehode med elektronskimi pa največ (sl. 26.3A-C). Prehodi med rotacijskimi stanji so tako povezani z absorpcijo oz. oddajanjem mikrovalov, prehodi med vibracijskim stanji z infrardečo svetlobo, elektronski prehodi v zunanjih atomskih lupinah pa z vidno svetlobo.

Za žive sisteme je zelo pomemben še en tip interakcije elektromagnetnega valovanja s snovjo – če v molekulo prileti foton z dovolj veliko energijo, jo lahko ionizira, t.j. molekuli odtrga elektron in jo spremeni v pozitiven ion (sl. 26.3D). Ionizirane molekule (pravimo jim tudi molekule s prostimi radikali) so kemijsko zelo reaktivne in lahko v celici povzročijo veliko škode, kar je lahko še posebej usodno, če se poškoduje molekula DNK in pride do mutacije, ki povzroči rakavo obolenje. Tipične ionizacijske energije atomov in molekul so reda velikosti nekaj eV, zato imajo za njihovo ionizacijo dovolj energije le del ultravijolične svetlobe, rentgenski žarki in žarki gama (tabela 26.1). Tem valovanjem tako pravimo tudi *ionizirajoča sevanja*. Po drugi strani so radijski valovi in mikrovalovi (torej tudi sevanje mobilnih telefonov) neionizirajoče sevanje, saj je energija fotonov pri teh valovanjih veliko premajhna za ionizacijo.

Slika 26.2: Shematični prikaz prehoda atoma iz višjega v nižje vzbujeno stanje. Atom pri prehodu v nižje energijsko stanje izseva foton z energijo, ki je enaka razliki energij obeh stanj. Podobno velja tudi obratno: atom se lahko v višje vzbujeno stanje vzbudi z absorpcijo fotona ustrezne energije.



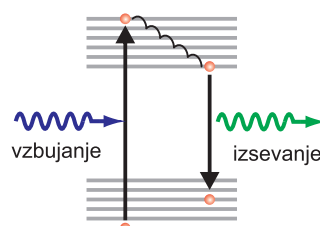
Vračanje (relaksacija) molekul iz vzbujenih stanj v stanja z nižjo energijo lahko poteka tudi brez oddajanja fotonov. Razlika energije med stanji se v tem primeru pretvori na primer v vibracijsko energijo molekule. Pogosto srečamo situacijo, ko se molekula v višje elektronsko stanje vzbudi z absorpcijo fotona, se nato delno relaksira preko različnih vmesnih stanj ter na koncu z oddajo fotona spet konča v osnovnem stanju (sl. 26.4). Oddan foton bo imel v takem primeru še vedno natanko določeno energijo, ki pa bo nekaj nižja od energije absorbiranega fotona (emisijška valovna dolžina bo torej malo večja od absorpcijske). Če proces relaksacije poteče hitro (v času nekaj 10 ns), ga imenujemo *fluorescenca*, če pa relaksacija poteka počasi (v času od nekaj



Slika 26.3: Shematični prikaz štirih posledic absorpcije fotona v snovi. (A) Najmanj energije je potrebno za povečanje hitrosti vrtenja molekul – to lahko povzročijo že mikralvalovi z energijo fotonov nekaj $10 \mu\text{eV}$. (B) Nekaj več energije je potrebno za vzbujanje nihanja molekul - to lahko povzročajo fotoni infrardeče svetlobe, ki imajo energijo od nekaj 10 meV do 1 eV . (C) Fotoni vidne svetlobe povzročajo elektronske prehode zunanjih elektronov v molekulah. (D) Če v molekulo prileti foton z energijo večjo od nekaj eV , ji lahko izbije elektron iz zunanje lupine in jo s tem ionizira, t. j. spremeni v ion.

ms do nekaj ur) govorimo o *fosforescenci*. Proces fluorescence nam pride prav pri vizualizaciji celičnih gradnikov - če na primer na določen protein kemijsko vežemo fluorescenčno molekulo ("označevalec"), ter nato celico osvetlimo z ustrezno eksitacijsko svetlobo, bodo označeni proteini nazaj svetili z ustrezno emisijsko svetlobo, kar nam bo omogočilo, da jih zaznamo.

Slika 26.4: Shematični prikaz pojava fluorescence. Z absorpcijo fotona se molekula vzbudi v višje stanje, nato del energije izgubi s prehodi preko različnih vmesnih stanj, na koncu pa se v osnovno stanje vrne spet z izsevanjem fotona. Izsevan foton ima manjšo energijo kot absorbiran.



26.3 Termično sevanje

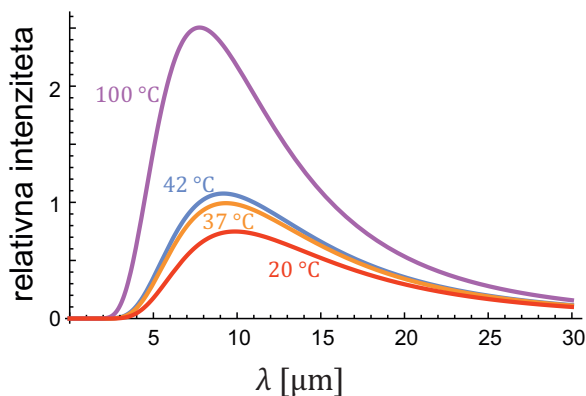
Ko se atomi v snovi zaradi svojega termičnega gibanja zadevajo med seboj, se vzbujajo v vzbujena energijska stanja in nato med vračanjem v nižja energijska stanja del energije oddajo tudi v obliki elektromagnetnega sevanja. Površine toplih teles tako oddajajo elektromagnetno sevanje, ki ga imenujemo *termično sevanje*. Občutimo ga na primer kot "toploto", ki jo z roko čutimo tik nad vročo kuhinjsko ploščo ali ko se grejemo ob tabornem ognju.

Spekter termičnega sevanja je zvezen in ima obliko hriba, položaj vrha spektra pa je odvisen od temperature telesa (sl. 26.5). Višja kot je temperatura telesa, pri krajših valovnih dolžinah je vrh. Pri normalnih temperaturah okolja je večina energije termičnega sevanja zbrana v infrardečem spektru. Celotno gostoto energijskega toka termičnega sevanja, ki jo oddaja površina s temperaturo T , pove *Stefanov zakon*:

$$j = \sigma T^4, \quad (26.3)$$

kjer je σ Stefanova konstanta, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$. Človeško telo je ponavadi toplejše od okolice, zato oddaja več sevanja kot ga od okolice sprejema — če je temperatura okolice 20°C , človeško telo zaradi termičnega sevanja izgublja približno 100 J energije na sekundo. Ponesrečence zato pred podhladitvijo zaščitijo tudi z aluminijasto folijo, ki je sicer tanka, a ne prepušča infrardečega sevanja.

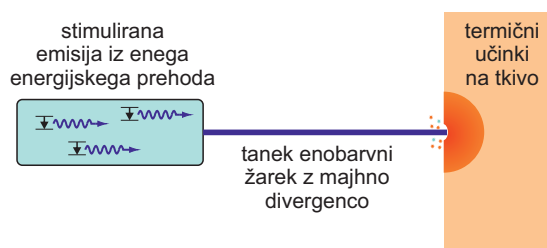
Slika 26.5: Spekter termičnega sevanja, ki ga seva površina telesa pri treh različnih temperaturah. Ta spekter imenujemo tudi *spekter črnega telesa*, saj strogo vzeto natančno velja le za telesa, ki ne odbijajo nobenega vpadnega sevanja (tj. za "črna telesa"). Ostala telesa sevajo le približno tak spekter.



26.4 Laser

Laser je izvor svetlobe z zelo uporabnimi lastnostmi. Izvor svetlobe pri laserju je snov v optičnem resonatorju, ki jo vzbuja v točno določeno vzbujeno stanje in ki pri prehodu v osnovno stanje tako oddaja fotone svetlobe točno določene energije, tj. svetlobo s točno določeno valovno dolžino. Pri tem prihaja do stimulirane emisije – že oddani fotoni v snovi spodbujajo nove emisije. Laserska svetloba ima zato lahko veliko jakost in je koherentna. Poleg tega laser svetlobo oddaja v ozkem snopu vzporednih žarkov. Laser se po tem bistveno razlikuje od žarnic, ki svetlobo vedno oddajajo na vse strani, v njihovi svetlobi pa so vse valovne dolžine (klasične žarnice več kot 90 % energije oddajajo v infrardečem spektru, kar zaznamo kot toploto). Gostota svetlobnega toka v laserskem žarku je lahko tako bistveno večja kot pri klasičnih svetilih.

Slika 26.6: Laser je izvor enobarvne svetlobe, ki oddaja tanek žarek z majhno divergenco. V medicini se največ uporablja termične učinke laserske svetlobe – lasersko svetlobo z izbrano valovno dolžino usmerimo natančno v želeno tkivo, kjer se svetloba absorbira, tkivo segreje in ga tako izpari oz. preoblikuje.



Valovna dolžina laserske svetlobe je odvisna od izbire snovi, ki je v laserju. V medicini je tako v zadnjem času na tržišču velika izbira različnih laserjev z različnimi valovnimi dolžinami. Med tipične primere sodijo laserji na osnovi argona ($\lambda = 488 \text{ nm}$), Nd:YAG (neodimij:itrij-aluminijev kristal, $\lambda = 1064 \text{ nm}$), ogljikovega dioksida ($\lambda = 10,6 \mu\text{m}$), UV svetlobo pa oddajajo različni t. i. excimer laserji (excimer = excited dimer, vzbujen dimer žlahtnega in reaktivnega plina, npr. ksenonov fluorid).

Energija fotonov vidne svetlobe je premajhna, da bi svetloba lahko povzročila ionizacijo snovi. Laserska svetloba tako na tkivo deluje preko svojih termičnih učinkov — absorpcija svetlobe v tkivu povzroči segrevanje tkiva. Če je to segrevanje dovolj veliko, lahko tkivo celo izpari, kar lahko uporabljamo za preoblikovanje tkiva. Tako na primer laser uporabljamo za odstranjevanje različnih kožnih struktur ali pa za preoblikovanje roženice na očesni leči, s čim

mer lahko zmanjšamo kratkovidnost. Valovno dolžino laserja izberemo glede na tkivo, ki ga želimo preoblikovati – za preoblikovanje roženice npr. uporabimo UV laser, ki se v roženici dobro absorbira.

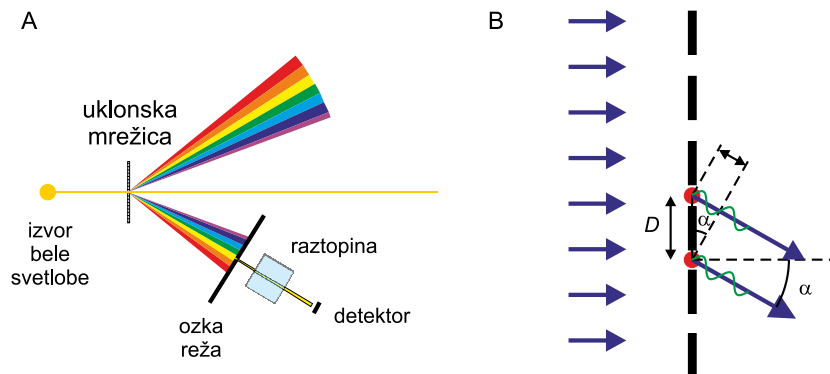
26.5 Svetlobna spektroskopija

Vidna svetloba je elektromagnetno valovanje z valovnimi dolžinami od približno 400 nm do približno 750 nm. V mavrici vidne svetlobe si barve sledijo približno tako: vijoličasta, modra, zelena, rumena, oranžna in rdeča, s tem da meje med barvami niso ostre. Modra barva ima najkrajšo valovno dolžino, rdeča pa najdaljšo. V mavrici ni bele barve, saj bela svetloba nima "svoje" valovne dolžine, ampak je mešanica vseh mavričnih barv.

Absorpcijski koeficient (μ , en. 23.6) snovi v splošnem ni enak pri vseh valovnih dolžinah. V raztopinah je poleg tega absorpcijski koeficient odvisen od koncentracije snovi v raztopini, pri majhnih koncentracijah je ta odvisnost kar sorazmerna. To s pridom izkoriščajo različne *spektroskopske metode*, pri katerih na osnovi absorpcijskih lastnosti raztopin določajo vsebnost različnih snovi v njih. Pri tem poleg absorpcijskega koeficienta pogosto vpeljejo molarne absorpcijske koeficiente, ki podaja absorpcijski koeficient eno molarne raztopine snovi.

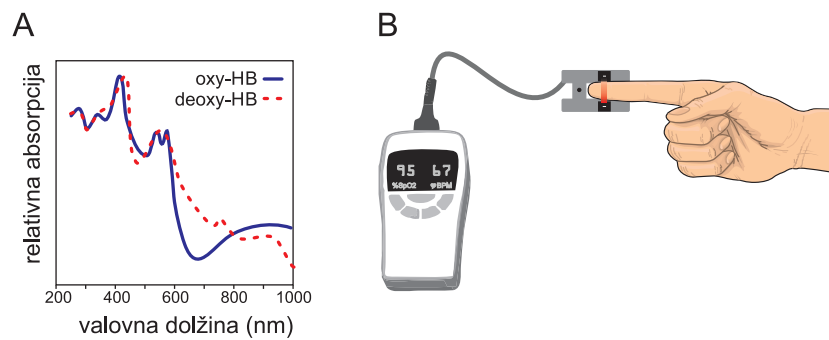
Osnovni spektroskopski inštrument je spektrofotometer (sl. 26.7A), pri katerem belo svetlobo najprej razklonimo v mavrico, nato pa s pomočjo detektorja izmerimo gostoto energijskega toka, ki prihaja skozi raztopino pri različnih valovnih dolžinah. Ko te meritve primerjamo s spektrom svetlobe, ki ga izmerimo brez raztopine, dobimo absorpcijski spekter raztopine, ki nam pove absorpcijski koeficient raztopine v odvisnosti valovne dolžine svetlobe. Pri spektrofotometrih ponavadi za razklon svetlobe uporabimo *uklonsko mrežico* (in ne npr. steklene prizme). Uklonska mrežica je mrežica z vzporednimi režami, ki so med seboj oddaljene približno za valovno dolžino vidne svetlobe (sl. 26.7B). Če na uklonsko mrežico padajo vzporedni žarki, vsaka od rež deluje kot točkast izvor z enako fazo. Valovanja iz sosednjih rež med seboj interferirajo in se ojačijo le v določenih smereh, ki so odvisne od valovne dolžine (glejte poglavje o interferenci, en. 23.9). Če na uklonsko mrežico pade bela svetloba, se tako na drugi strani razkloni v mavrico.

Pri bioloških makromolekulah je spektralna odvisnost absorpcijskega koeficienta povezana s stanjem molekule (s konformacijo molekule, z vezavo ligandov...). Na primer: v hemoglobinu, na katerega je vezan kisik, se absorbira manj rdeče barve kot v hemoglobinu brez kisika (sl. 26.8 levo). S kisikom



Slika 26.7: (A) Shematični prikaz spektrofotometra. (B) Povečan prikaz uklonske mrežice. Razdalja med režami uklonske mrežice D je tipično 1000 nm. Če na uklonsko mrežico padajo vzporedni žarki, vsaka od rež deluje kot točkast izvor z enako fazo. Valovanja iz sosednjih rež med seboj interferirajo in se ojačijo le v določenih smereh, ki so odvisne od valovne dolžine. Bela svetloba se na uklonski mrežici zato razkloni v mavrico.

nasičena kri ima zato živo rdečo barvo. To lastnost uporabimo pri kliničnem inštrumentu imenovanem *pulzni oksimeter* (sl. 26.8 desno), pri katerem na osnovi primerjave absorpcije svetlobe z valovnima dolžinama 660 nm in 910 nm izmerijo oksigenacijo krvi (tj. delež hemoglobina z vezanim kisikom).



Slika 26.8: A) Absorpcijski spekter oksihemoglobina (črtkana črta) in deoksihemoglobina (pikčasto). V hemoglobinu s kisikom se absorbira manj rdeče barve, zato je s kisikom nasičena kri živo rdeče barve. B) Shematični prikaz delovanja pulznega oksimetra. S pulznim oksimetrom na osnovi meritve absorpcije svetlobe v tkivu določimo nasičenost krvi s kisikom. Pogosto ga kot nekakšno ščipalko pripnemo na pacientov prst. Najpreprostejši pulzni oksimetri merijo absorpcijo le pri dveh valovnih dolžinah, pri 660 nm in 910 nm, kjer se absorpciji oksihemoglobina in deoksihemoglobina najbolj razlikujeta.

Poglavje 27

Optika

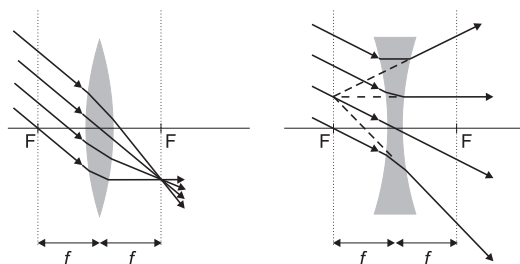
Optični inštrumenti nam pomagajo videti stvari, ki jih s prostim očesom ne razločimo, zato ni presenetljivo, da je optika z znanostjo tesno povezana že vse od časov, ko je Galileo Galilei skozi teleskop pogledal na Luno, ali ko je Antony van Leeuwenhoek skozi svoj preprost mikroskop prvič opazil bakterije in krvne celice. Čeprav je zgodovinsko optika najbolj povezana s svetlobo, pa danes vemo, da optične zakonitosti veljajo tudi pri drugih valovanjih, zato nas izrazi kot so "ultrazvočna leča" ali "magnetna leča v elektronskem mikroskopu" ne bodo presenetili. V tem poglavju si bomo ogledali le najbolj osnovne elemente svetlobne optike, ki nam bodo pomagali razmeti delovanje leč, mikroskopa in očesa.

27.1 Leče

Leče so osnovni optični element večine optičnih naprav. Izdelane so iz prozornih materialov, ki imajo drugačen lomni količnik od okolice, npr. iz stekla ali iz prozorne plastike, zato se svetlobni žarki na njih lomijo. Njihova osnovna lastnost je, da imajo ukrivljeno površino, zato snop vzporednih žarkov svetlobe zberejo ali razpršijo. Zbiralne leče so ponavadi konveksne oblike, razpršilne leče pa so konkavne¹ (sl. 27.1). Površine leč imajo ponavadi krogelno obliko, njihovo simetrijsko os pa imenujemo *optična os*. V nadaljevanju se bomo omejili na opis *tankih leč*, katerih debelina je veliko manjša od krogelnih radijev površin. Poleg tega bo opis strogo vzeto veljal le za žarke, ki so blizu optične osi in na lečo ne padajo pod prevelikim kotom (t. i. paraksialni približek).

¹Da bi si lažje zapomnili razliko, smo se na srednji šoli učili, da v *konkavno* lečo lahko nalijemo kavo, v konveksno pa ne.

Zbiralna leča snop vzporednih žarkov zbere v eni točki, ki leži v goriščni ravnini leče (sl. 27.1). Presečišče optične osi in goriščne ravnine se imenuje *gorišče*, v njem se zberejo žarki, ki so vzporedni optični osi. Gorišče označimo z F , razdaljo od gorišča do leče pa z f . Razpršilna leča snop vzporednih žarkov lomi tako, kot da bi izhajali iz točke v goriščni ravnini pred lečo. Po dogovoru ima zbiralna leča pozitivno, razpršilna pa negativno goriščno razdaljo. Če je na obeh straneh leče snov z enakim lomnim količnikom, sta tudi goriščni razdalji na obeh straneh enaki in leča deluje enako v obeh smereh. Obratno vrednost goriščne razdalje leče ($1/f$) imenujemo *lomnost* leče. Lomnost je torej osnovna lastnost leče, ki pove kako "močno" leča zbira žarke, zbiralne leče imajo pozitivno lomnost, razpršilne pa negativno. Lomnost leče je sorazmerna razliki lomnih količnikov v leči in okolici ter ukrivljenosti obeh površin leče. Enota za lomnost je *dioptrija*, označimo pa jo z D ; velja $1\text{ D} = 1\text{ m}^{-1}$.

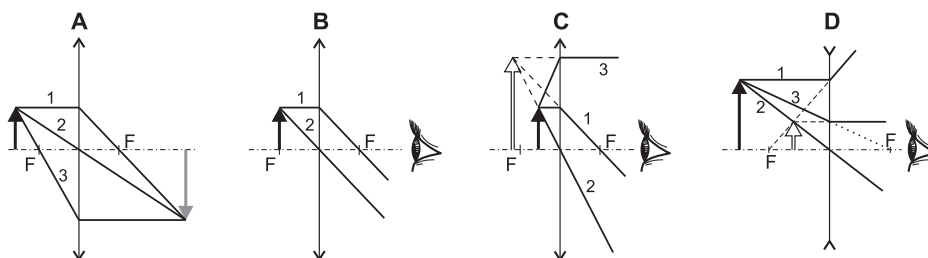


Slika 27.1: Zbiralna leča (levo) snop vzporednih žarkov zbere v goriščni ravnini, razpršilna (desno) pa žarke razprši, kot da bi prihajali iz ene točke goriščne ravnine pred njo. Žarek, ki gre skozi središče leče, se na leči sploh ne lomi. Goriščna ravnina je pravokotna na optično os, njena oddaljenost od leče pa je enaka goriščni razdalji leče. Goriščna razdalja leče je označena z f , gorišči leče pa z F .

Leča predmet preslika v njegovo sliko. Lego nastanka slike in njeno velikost lahko določimo geometrijsko s pomočjo treh t. i. značilnih žarkov, ki izhajajo iz ene točke predmeta (sl.27.2). Pri zbiralni leči velja:

1. žarek, ki je pred lečo vzporeden optični osi, gre na drugi strani skozi gorišče leče
2. žarku, ki gre skozi središče leče, se na leči smer ne spremeni
3. žarek, ki gre pred lečo skozi gorišče, je po prehodu skozi lečo vzporeden optični osi.

Če je predmet pred goriščem zbiralne leče, se žarki iz ene točke predmeta na drugi strani leče spet sekajo in zato tam nastane *realna* slika predmeta, ki pa je obrnjena (sl. 27.2A). Realno sliko lahko opazujemo na zaslonu, ki ga postavimo na mesto nastanka slike, lahko pa jo s pomočjo drugih leč preslikamo še naprej, podobno kot bi preslikali realen predmet.



Slika 27.2: Prikaz treh značilnih žarkov, ki izhajajo iz ene točke predmeta, v različnih primerih. Realna slika predmeta je označena sivo, navidezna pa belo. Realno sliko lahko npr. vidimo na zaslonu, ki ga postavimo na mesto slike, navidezno pa vidimo, če z očesom pogledamo skozi lečo. A) Zbiralna leča, ko je predmet pred goriščem. Slika predmeta je realna. B) Zbiralna leča, predmet je v gorišču. Na drugi strani leče so žarki vzporedni in pravimo, da slika nastane v neskončnosti. C) Zbiralna leča, predmet je med goriščem in lečo. Slika predmeta je navidezna, vidimo jo, če pogledamo skozi lečo. D) Razpršilna leča. Pri njej je slika vedno navidezna.

Če je predmet v gorišču zbiralne leče, so žarki iz ene točke predmeta na drugi strani vzporedni in pravimo, da leča predmet preslika v neskončnost (sl. 27.2B). Žarki z zelo oddaljenih predmetov se nam namreč zdijo praktično vzporedni. V takem primeru predmeta ne moremo projicirati na zaslon, lahko pa ga vidimo z očesom, saj očesna leča vzporedne žarke spet zbere v sliko na mrežnici.

Če pa je predmet med goriščem in zbiralno lečo (sl. 27.2C), so žarki iz ene točke predmeta na drugi strani leče razpršeni, kot da bi prihajali iz ene točke pred lečo. V tem primeru realna slika predmeta ne nastane, a pri pogledu skozi lečo proti predmetu vidimo *navidezno* sliko predmeta – če v tem primeru gledamo skozi zbiralno lečo na predmet, nam leča predmet navidezno prestavi na večjo oddaljenost.

Pri razpršilni leči vedno nastane navidezna slika, ne glede na postavitev predmeta glede na lečo (sl. 27.2D). Tudi pri konstrukciji slike razpršilne leče si pomagamo s tremi značilnimi žarki, le da sta tu vlogi gorišč zamenjani. Če pogledamo skozi razpršilno lečo, nam oddaljene predmete navidezno približa.

Lego in velikost slike predmeta lahko tudi izračunamo. Na skici poti žarkov skozi lečo lahko opazimo dva para med seboj podobnih trikotnikov (sl. 27.2A). Prvi par sta trikotnika med žarkom 2 in optično osjo, ki imata vrh v središču leče, drugi pa trikotnika med desnim delom žarka 1 in optično osjo z vrhom v desnem gorišču. Če oddaljenost predmeta od leče označimo z a , oddaljenost slike od leče z b , velikost predmeta z A ter velikost slike z B , iz prvega para trikotnikov sledita razmerji: $A : a = B : b$ iz drugega pa $A : f = B : b - f$. Ko te zveze preuredimo, pridemo do *enačbe leče*, ki povezuje oddaljenost predmeta in slike od leče ter goriščno razdaljo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad (27.1)$$

Enačba leče velja tako za zbiralne kot tudi za razpršilne leče, upoštevati moramo le, da je goriščna razdalja razpršilnih leč negativna. Po dogovoru ima a vedno pozitiven predznak, b pa ima pozitiven predznak, če je slika realna (in je torej na drugi strani leče kot predmet) ter negativnega, če je slika navidezna (in je torej na isti strani leče kot predmet).

Velikost slike predmeta je odvisna od oddaljenosti predmeta od leče. Bližje kot je predmet gorišču zbiralne leče, večja in bolj oddaljena je realna slika (ko je predmet v gorišču, nastane slika v neskončnosti). S pomočjo zgoraj opisanih podobnih trikotnikov lahko izpeljemo razmerje med velikostjo slike in velikostjo predmeta:

$$N = \frac{B}{A} = \frac{b}{a} = \frac{e}{f}, \quad (27.2)$$

kjer je e razdalja med goriščem leče in sliko predmeta, $e = b - f$. S pomočjo enačbe leče ugotovimo tudi, da je realna slika, preslikana z zbiralno lečo, povečana le, če je oddaljenost predmeta od leče med f in $2f$.

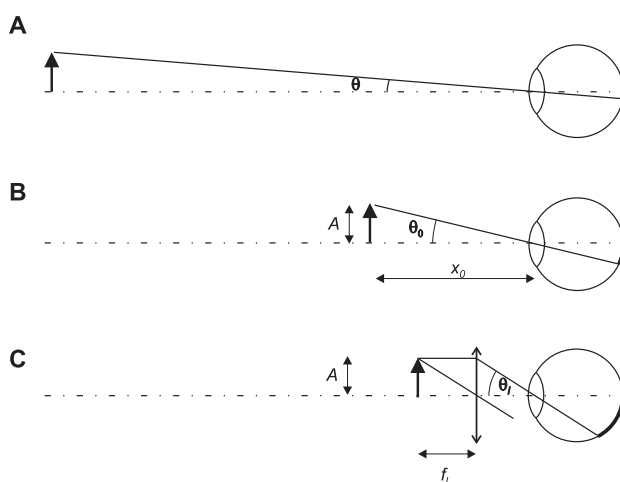
Poleg zgornjih enačb velja za tanke leče tudi preprosta zveza za skupno lomnost sistema dveh leč, ki sta ena tik zraven druge. Rezultat navedimo brez izpeljave:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}. \quad (27.3)$$

Če več leč postavimo skupaj, se njihove lomnosti torej seštevajo.

27.2 Povečevalno steklo

Najpreprostejši optični inštrument, ki nam pomaga pri opazovanju majhnih predmetov, je *povečevalno steklo*. Poglejmo si, kako deluje. Navidezna velikost predmetov, ki jo zaznavamo s prostimi očmi, ni odvisna le od njihove dejanske velikosti ampak tudi od njihove oddaljenosti. Navidezna velikost predmetov je torej odvisna od *zornega kota*, pod katerim vidimo predmet (sl. 27.3). Ponavadi tudi povečavo optičnih inštrumentov definiramo glede na to, kako nam povečajo zorni kot pod katerim gledamo predmet.



Slika 27.3: (A) Velikost predmeta, ki jo vidimo z očesom, je odvisna od zornega kota θ , pod katerim vidimo predmet. Bližje kot je predmet, večji je zorni kot in večja je navidezna velikost predmeta (tj. večja je slika na mrežnici). (B) Predmet si navidezno povečamo s približevanjem očesu, a ga dosti bližje od normalne zorne razdalje (x_0) ne moremo izostriti. Povečave optičnih inštrumentov so zato definirane glede na navidezno velikost predmeta na normalni zorni razdalji. (C) Pri gledanju s povečevalnim steklom vidimo predmet pod zornim kotom θ_l , ker pa so žarki iz ene točke predmeta vzporedni, oko prilagodimo gledanju na daleč in z ostrenjem predmeta nimamo težav. Oko je na vseh treh slikah prikazano shematično.

Ko predmet gledamo s prostim očesom, si ga lahko navidezno povečamo tako, da ga približamo očesu. Vendar pa s prostim očesom ne moremo izostriti predmetov, ki so preblizu očesa (o tem več v nadaljevanju). V takem primeru si lahko pomagamo s povečevalnim steklom, ki ni nič drugega kot zbiralna leča z dovolj veliko lomnostjo. Če postavimo med predmet in oko povečevalno steklo, vidimo navidezno sliko predmeta, ki pa je od našega očesa bolj oddaljena in jo bomo zato lažje izostrili (sl. 27.2B in 27.2C). Ponavadi predmet postavi-

mo kar v gorišče, oko pa tik za povečevalno steklo – na tak način so žarki z ene točke predmeta na drugi strani leče vzporedni in gledamo lahko s sproščenim očesom (sl. 27.2B). Povečevalno steklo nam torej predmeta pravzaprav ne "poveča", ampak nam ga le pomaga izostriti pri zelo majhni oddaljenosti od očesa.

Povečavo povečevalnega stekla definiramo glede na velikost predmeta, ki jo vidimo pri *normalni zorni razdalji* x_0 , katere vrednost je določena na 25 cm. Ta razdalja namreč približno ustreza najmanjši razdalji, na kateri lahko predmete s prostim očesom še izostrimo. Z enačbo se povečavo definira kot razmerje tangensa zornega kota θ_l , pod katerim vidimo predmet skozi povečevalno steklo, ter tangensa zornega kota θ_0 , pod katerim vidimo predmet, ki je na normalni zorni razdalji: $N = \tan \theta_l / \tan \theta_0$. V primeru, ko predmet postavimo ravno v gorišče leče, je zorni kot, pod katerim skozi lečo vidimo predmet enak $\tan \theta_l = A/f_l$ (sl. 27.3C), pri gledanju s prostim očesom na normalni zorni razdalji pa velja $\tan \theta_0 = A/x_0$ (sl. 27.3B). V tem primeru je torej povečava povečevalnega stekla enaka

$$N = \frac{\tan \theta_l}{\tan \theta_0} = \frac{x_0}{f_l}. \quad (27.4)$$

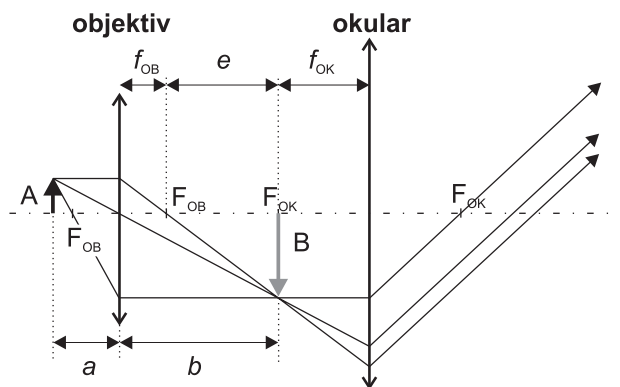
Iz enačbe 27.4 razberemo, da nam povečevalno steklo pomaga le, če je njegova goriščna razdalja manjša od normalne zorne razdalje. Tipične povečave povečevalnih stekel so do približno 10x.

Povečevalno steklo včasih imenujemo tudi *lupa*. Obstajajo pa tudi lupe, ki so izdelane iz več kot ene leče in dosegaajo tudi večje povečave — take so npr. lupe, ki jih kirurgi nosijo na očalih med operacijami.

27.3 Mikroskop

Mikroskop je inštrument za opazovanje mikroskopskih predmetov. Obstaja več različnih vrst mikroskopov, van Leeuwenhoekov "mikroskop" je bil na primer le povečevalno steklo z zelo majhno goriščno razdaljo. Tu si bomo ogledali delovanje najbolj preprostega sestavljenega mikroskopa, ki ima dve zbiralni leči: objektiv in okular. Pri takem mikroskopu predmet postavimo malo pred gorišče objektiva. Objektiv predmet tako preslika v realno in povečano sliko, ki jo nato povečamo še z okularjem, ki ga uporabimo kot povečevalno steklo. Okular je torej postavljen tako, da njegovo gorišče sovпада s sliko predmeta, ki jo preslika objektiv. Žarki, ki izhajajo iz ene točke predmeta, so pri izsto-

pu iz okularja vzporedni, zato so naše oči pri gledanju skozi mikroskop lahko sproščene.



Slika 27.4: Prikaz poti treh značilnih žarkov skozi mikroskop.

Iz slike 27.4 razberemo, da je tangens zornega kota, pod katerim vidimo predmet skozi mikroskop, enak $\tan \theta = B/f_{OK}$, tako da je povečava mikroskopa enaka

$$N = \frac{\tan \theta}{\tan \theta_0} = \frac{B/f_{OK}}{A/x_0} = \frac{e}{f_{OB}} \frac{x_0}{f_{OK}}, \quad (27.5)$$

kjer smo upoštevali razmerje $B : A = e : f_{OB}$ (en 27.2). Po pričakovanju je povečava mikroskopa enaka produktu povečave objektiva in povečave okularja.

S povečevanjem lomnosti objektiva bi njegovo povečavo lahko povečevali v nedogled. Vendar pa se izkaže, da nas pri povečevanju majhnih predmetov omejuje uklon svetlobe na robovih leče. Zaradi uklanjanja žarkov se točka skozi lečo ne preslika v točko, temveč v majhno okroglo liso. Če sta dve točki zelo blizu skupaj, se bosta njuni sliki zlili skupaj. Najmanjšo razdaljo med točkama, ki ju objektiv še preslika v dve ločeni lisi, imenujemo *ločljivost* objektiva. Iz poglavja o uklonu se spomnimo, da je uklon odvisen od razmerja med valovno dolžino in velikostjo odprtine. Daljši račun pokaže, da je ločljivost d enaka

$$d = \frac{0,61\lambda}{NA}. \quad (27.6)$$

kjer je NA numerična apertura objektiva, λ pa valovna dolžina svetlobe, s katero opazujemo predmet. Numerična apertura je merilo za količino žarkov, ki jih zbere objektiv, in je definirana kot

$$NA = n \sin \alpha , \quad (27.7)$$

kjer je n lomni količnik snovi med predmetom in objektivom, α pa kot med optično osjo in veznico med goriščem ter robom objektiva. Večja kot je leča pri dani goriščni razdalji, večjo numerično aperturo ima. Numerična apertura je večja pri imerzijskih objektivih, pri katerih med predmetom in objektivom ni zraka ($n \approx 1$), temveč imerzijsko olje ($n \approx 1,4$). Ker je $\sin \alpha$ lahko največ ena, je največja mogoča NA pri najboljših imerzijskih objektivih približno 1,4. Tudi ločljivost najboljših objektivov tako ne more bistveno presegati valovne dolžine svetlobe λ , s katero opazujemo predmet.

27.4 Napake leč

Ves zgornji opis strogo vzeto velja le v limiti zelo tankih leč in žarkov, ki so vseskozi blizu optični osi. V praksi pa leče ne morejo biti neskončno tanke, pa tudi žarki na njih padajo pod večjimi koti. Izkaže se, da leč pravzaprav sploh ne znamo narediti tako, da bi v celoti ustrezale vsem zgornjim kriterijem. Pravimo, da imajo realne leče napake oz. aberacije. Vseh aberacij se je nemogoče znebiti, zato je ena od glavnih umetnosti izdelave optičnih inštrumentov zmanjševanje tistih aberacij, ki so za uporabo določenega inštrumenta najbolj moteče. Za ilustracijo si oglejmo le tri najpreprostejše vrste aberacije leč.

Sferična aberacija. Zaradi te napake se vsi vzporedni žarki ne sekajo v isti točki (bolj kot so žarki oddaljeni od optične osi, bliže leči se sekajo). To napako se da delno popraviti z asferičnim oblikovanjem površine leče.

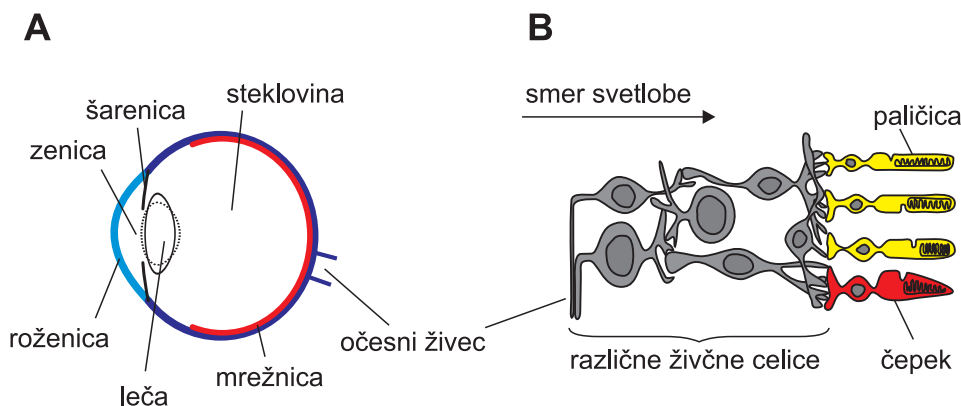
Astigmatizem. Pri astigmatizmu leča ni povsem simetrična okoli svoje geometrijske osi in je zaradi tega npr. lomnost leče v navpični smeri drugačna kot v vodoravni smeri (površina leče npr. ni krogelna ampak elipsoidna). Žarki s predmetov, ki potujejo skozi navpičnico leče, se tako ne sekajo v isti točki kot žarki, ki potujejo skozi vodoravnico leče. Če se ta napaka pojavi v očesni leči, jo odpravimo z očali, katerih stekla so ravno tako zbrušena neosnosimetrično.

Kromatična aberacija. V vsaki prozorni snovi je večja ali manjša disperzija, tj., hitrost svetlobe in s tem lomni količnik sta za različne valovne dolžine različna. Lomnost leče za rdečo barvo je tako ponavadi malo drugačna od lomnosti leče za modro barvo, zato barvna slika predmeta skozi lečo ni povsem

ostra. Pri optičnih napravah je mogoče kromatično aberacijo omiliti s sestavljenimi lečami, ki so sestavljene iz stekel z različnimi lastnostmi (na eni leči se npr. bolj lomi modra barva na drugi leči pa rdeča). Pri dobrih mikroskopih sta tako objektiv in okular vedno sestavljena iz več leč.

27.5 Oko

Skozi dolga leta evolucije se je človeško oko prilagodilo gledanju v zelo različnih razmerah in se tako razvilo v enega najbolj izpopolnjenih optičnih inštrumentov. Tu si bomo ogledali le najosnovnejše lastnosti očesa. Glavni sestavni deli očesa so roženica in očesna leča, ki zbirata svetlobne žarke, ter mrežnica, v kateri so čutnice za svetlobo (sl. 27.5).



Slika 27.5: Shematični prikaz anatomije očesa. (A) Prerez očesa. Sproščena očesna leča je narisana s polno črto, leča med akomodacijo za gledanje na blizu pa pikčasto. (B) Prerez mrežnice. Celotna mrežnica je debela približno 0,2 mm, pri čemer so fotoreceptorji (paličice in čepki) v najgloblji plasti.

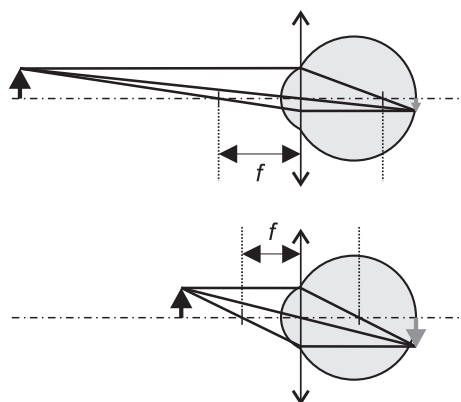
27.5.1 Optične lastnosti

V očesu se svetlobni žarki najprej lomijo na roženici in nato še na očesni leči. Roženica in očesna leča tako delujeta kot sistem dveh zbiralnih leč. Skupna lomnost očesa v sproščenem stanju je približno 60 D, od česar pa pravzaprav večji del odpade na roženico (40 D), na očesno lečo pa le približno 20 D. Očesa ne moremo povsem natančno opisati z enostavnim sistemom tankih leč, ki smo jih srečevali do sedaj (pri očesu npr. lomni količnik ni enak na obeh straneh leče, zato tudi goriščna razdalja na obeh straneh ni enaka), kljub vsemu

pa si pri razumevanju delovanja očesa pogosto pomagamo s preprostejšimi modeli, imenovanimi *reducirano oko*.

Predmete vidimo ostro, če na mrežnici nastane njihova ostra realna slika. Razdalja med očesno lečo in mrežnico je fiksna, zato oko različno oddaljene predmete izostri s prilagajanjem lomnosti očesne leče — pri gledanju zelo oddaljenih predmetov je potrebna manjša lomnost kot pri gledanju bližnjih predmetov (sl. 27.6). Iz enačbe leče (en. 27.1) namreč sledi, da se mora pri fiksni razdalji b z manjšanjem razdalje a manjšati tudi goriščna razdalja leče f . Lomnost očesne leče prilagajamo s pomočjo posebnih mišic: če so mišice sproščene, je lomnost očesne leče najmanjša in oko lahko izostri oddaljene predmete, če pa se mišice napnejo, povečajo ukrivljenost površin očesne leče ter s tem njeno lomnost in izostrimo lahko bližnje predmete. Ta proces se imenuje *akomodacija* očesa.

Slika 27.6: Shematični prikaz povečevanja lomnosti očesne leče pri ostrenju bližnjih predmetov (akomodaciji). Ko ostrimo zelo oddaljene predmete (zgoraj), je lomnost očesa najmanjša (goriščna razdalja očesa f je največja). Pri ostrenju bližnjih predmetov (spodaj) se lomnost očesne leče poveča (zmanjša se goriščna razdalja očesa f). Očesne mišice so pri gledanju na daleč sproščene, med akomodacijo pa napete.



27.5.2 Mrežnica

V mrežnici so fotoreceptorske celice dveh vrst: čepki so prilagojeni za gledanje pri dnevni svetlobi (t. i. fotopično gledanje), paličice pa za gledanje v mraku in temi (skotopično gledanje). Ko se foton svetlobe absorbira v molekuli fotopigmenta, ki je v fotoreceptorjih, povzroči njeno konformacijsko spremembo, kar sproži zapleten biokemijski proces, ki vodi do nastanka živčnega signala. Živčni signali nato potujejo po očesnem živcu v možgane, pri čemer pa se lahko živčni signali več sosednjih fotoreceptorskih celic tudi združijo in delno obdelajo že v mrežnici.

V paličicah je fotopigment ene vrste (rodopsin), zato s paličicami ne moremo zaznavati barv (v mraku barve slabo razlikujemo), čepki pa so treh vrst in z njimi lahko zaznavamo različne barve.

Postavitev fotoreceptorskih celic v mrežnici je na prvi pogled neučinkovita, saj so oživčene na strani, s katere nanje pada svetloba, in se zato del svetlobe absorbira v živčnih vlaknih še preden pride do svetlobnih čutnic (sl. 27.5B). Vendar pa raziskave kažejo, da imajo nekatere celice v mrežnici višji lomni koeficient od okolice in tako delujejo kot svetlobni vodniki, ki svetlobo vodijo skozi mrežnico do fotoreceptorskih celic.

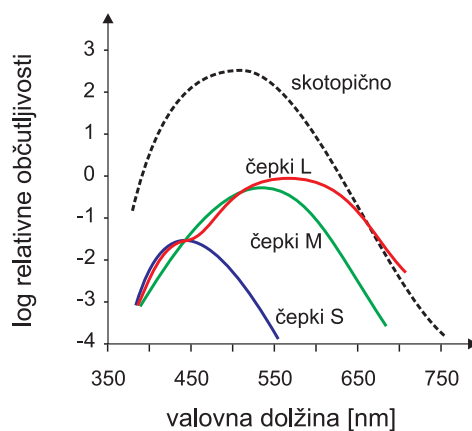
27.5.3 Svetlobna občutljivost

Oko se izredno dobro prilagaja različno močni svetlobi, saj razločuje gostoto svetlobnega toka v razponu približno 10^{10} W/m² (od približno 10^{-6} W/m² pa do 10^4 W/m²). Vendar pa oko le zelo majhen del tega prilagajanja doseže s spreminjanjem premera zenice. Premer zenice se lahko spreminja od približno 3 mm do 9 mm, s čimer lahko količino svetlobe uravnavamo le za približno faktor 10 (če se premer trikrat poveča, se površina poveča devetkrat). Vse ostalo prilagajanje različno močni svetlobi se doseže s prilagajanjem biokemijskih procesov v fotoreceptorjih.

27.5.4 Zaznavanje barv

Čepki so treh vrst in se med seboj ločijo po spektralni občutljivosti fotopigmenta. V čepkih S je fotopigment, ki je relativno najbolj občutljiv za modro barvo (pri 426 nm), fotopigment v čepkih L za rdečo (pri 560 nm), fotopigment v čepkih M pa je najbolj občutljiv pri 530 nm (Oznake S, L in M so povezane z angleškimi izrazi short, long in medium. Včasih so čepki poimenovani tudi po ustreznih barvah, B-blue, G-green, R-red). Različne barve vzbudijo različne vrste čepkov različno močno, kar možganom omogoči, da barve ločijo med seboj (sl. 27.7). Če neka svetloba vse tri vrste čepkov vzbudi enako, jo vidimo kot belo. Celotni vidni spekter, ki ga oko lahko zazna, je od približno 380 nm do 700 nm. Krajše valovne dolžine (ultravijolična svetloba) se absorbirajo že v roženici in do mrežnice sploh ne pridejo, daljše valovne dolžine (infrardeča svetloba) pa se sicer absorbirajo v mrežnici, a nimajo dovolj energije, da bi povzročile konformacijsko spremembo fotopigmentov. Prevelika izpostavljenost UV svetlobi nam tako poškoduje roženico, prevelika izpostavljenost IR svetlobi pa mrežnico.

Slika 27.7: Shematičen prikaz odvisnosti relativne občutljivosti čepkov od valovne dolžine. Čepki S so najbolj občutljivi pri 426 nm, čepki M pri približno 530 nm, čepki L pa pri približno 560 nm. Črtkano je prikazana še spektralna občutljivost pri skotopičnem gledanju, ko svetlobo zaznavamo s paličicami. Svetlobna občutljivost pri skotopičnem gledanju je mnogo večja kot pri fotopičnem.



27.5.5 Kratko in daljnovidnost

Če je lomnost očesa prevelika glede na velikost očesa, nastane slika neskončno oddaljenih predmetov malo pred mrežnico tudi v sproščenem stanju očesa, ko je njegova lomnost najmanjša možna. Z napenjanjem mišic slike seveda ne moremo izostriti, saj akomodacija očesa lomnost očesne leče le še poveča. Zato pa lahko celotno lomnost očesnega sistema zmanjšamo z očali z negativno lomnostjo (negativno dioptrijo) — spomnimo se, da je celotna lomnost vsota lomnosti očesa in očal, en. 27.3 (ta izraz je bolj točen za kontaktne leče, ki se oči zares dotikajo).

Po drugi strani daljnovidno oko lomnosti ne more dovolj povečati, da bi lahko izostrilo bližnje predmete. Do daljnovidnosti pogosto pride s starostjo, ko se zmožnost akomodacije očesa zmanjšuje. Pomagamo si z očali s pozitivno lomnostjo.

27.5.6 Ostrina vida

Poleg zmožnosti ostrenja na naš vid zelo vpliva tudi omejena ločljivost očesa. Kotna ločljivost očesa pri dnevni svetlobi je približno 1 kotno minuto, kar pomeni, da lahko na normalni zorni razdalji med seboj ločimo dve točki, ki sta med seboj oddaljeni približno 0,1 mm (sliki točk sta na mrežnici tako oddaljeni približno 10 μm). Omejena ločljivost je posledica končno velikih fotoreceptorjev na mrežnici (če svetloba iz dveh bližnjih točk pade na isti fotoreceptor, ju z očesom seveda ne bomo mogli razločiti), dodatno pa se lahko poslabša tudi zaradi različnih bolezni, npr. zaradi sive mrežnice. Ločljivost pri gledanju v mraku je še slabša kot pri dnevni svetlobi, saj pri skotopičnem vidu k enemu

živčnemu signalu prispeva veliko sosednjih paličic in je torej efektivna površina, na kateri se zaznava svetloba, veliko večja kot pri zaznavanju s čepki.

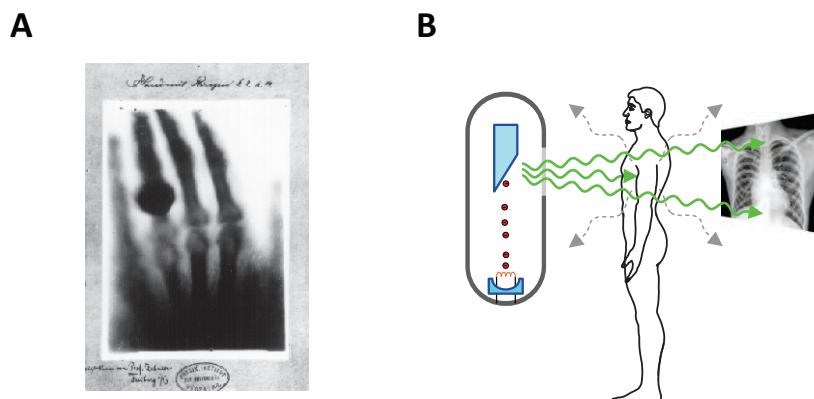
Poglavje 28

Rentgen

Znamenita slika kosti v dlani Anne Berthe Ludwig, ki jo je 22. decembra 1895 posnel njen mož, nemški fizik Wilhelm Conrad Roentgen, je v medicini sprožila revolucijo (sl. 28.1A). Rentgensko slikanje je bila namreč prva metoda, s katero so zdravniki lahko pogledali v telo, ne da bi ga morali pred tem razrezati s skalpelom. Novo odkrite žarke je Roentgen poimenoval žarki-X in tako jih še danes imenujejo v anglosaksonskem svetu (X-rays), v kontinentalni Evropi pa se je po Roentgenovi smrti uveljavilo ime rentgenski žarki. Čeprav je od njihovega odkritja minilo že 125 let, se osnovne značilnosti rentgenskega slikanja niso spremenile in rentgen ostaja osrednja diagnostična slikovna metoda.

V poglavju o elektromagnetnem valovanju smo spoznali, da so rentgenski žarki elektromagnetno valovanje z zelo kratko valovno dolžino oz. da imajo rentgenski fotoni zelo veliko energijo (tabela 26.1). V diagnostiki se uporabljajo predvsem rentgenski žarki z energijami od 15 keV do 150 keV, kar ustreza valovnim dolžinam od približno 100 pm do 10 pm. Energija rentgenskih fotonov je mnogo večja od tipičnih elektronskih prehodov v zunanjih lupinah atomov in molekul, zato skozi tkivo prodirajo bistveno bolje kot npr. vidna svetloba. Po drugi strani je njihova energija več kot dovolj velik za ionizacijo atomov in molekul (spomnimo se, da so le-te reda velikosti nekaj eV), zato so rentgenski žarki ionizirajoče sevanje in lahko s povzročanjem ionizacij v tkivu zelo poškodujejo celice oz. njihov dedni material. Rentgensko slikanje je tako po eni strani zelo uporabno, po drugi pa tudi škodljivo zato ga ne smemo uporabljati po nepotrebnem.

V tem poglavju bomo opisali glavne značilnosti rentgenskega slikanja, od nastanka rentgenih žarkov, do njihove poti skozi telo in detekcije sence telesa (sl. 28.1B).

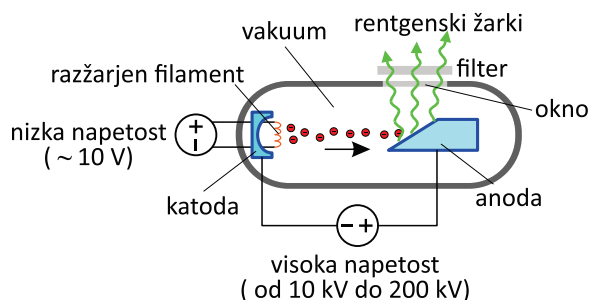


Slika 28.1: A) Ena prvih rentgenskih slik, ki jih je decembra 1895 posnel Wilhelm Conrad Roentgen, prikazuje roko njegove žene Anne Berthe Ludwig (na sliki je viden tudi prstan, ki ga je nosila). Osnovni princip slikanja se od takrat ni spremenil in je shematično prikazan na sliki B). Rentgenski žarki izhajajo iz rentgenske cevi, potujejo skozi telo in na drugi strani preiskovanca na detektorju pustijo senco telesnih organov. Kontrast med organi na sliki je odvisen od absorpcije rentgenskih žarkov v njih - večja kot je absorpcija, manj žarkov pride do detektorja in bolj svetla je slika organa na rentgenski sliki (to velja za klasično rentgensko slikanje na fotografski film, pri nekaterih drugih tehnikah pa lahko sliko prikažemo tudi z obrnjenimi barvami). Nekaterim žarkom se zaradi sipanja v telesu spremenita smer in energija, zaradi česar lahko poslabšajo kontrast na sliki ali obsevajo okolico (sipani žarki so prikazani s sivo črtkano črto).

28.1 Izvor rentgenskih žarkov – rentgenska cev

Energija rentgenskih fotonov je mnogo večja od tipičnih elektronskih prehodov v zunanjih lupinah atomov in molekul, zato rentgenski žarki ne morejo nastajati pri kemijskih procesih na nivoju molekul ali zaradi njihovega termičnega gibanja. Za nastanek rentgenskih žarkov so potrebni procesi, pri katerih se sprosti veliko energije in ki jih v vsakdanjem življenju v naravi ne srečamo pogosto. Izvore rentgenskih žarkov smo se naučili izdelovati šele ob iznajdbi t. i. katodne cevi, v kateri z močnim električnim poljem ustvarimo hitre elektrone, ki imajo zelo veliko kinetično energijo (katodna cev je preprosta predhodnica pospeševalnikov, kakršen je danes tisti v CERNu, v katerem so odkrili Higgsov bozon). Princip produkcije rentgenskih žarkov je danes še vedno enak kot pred stotimi leti (slika 28.2): v vakuumski cevi sta katoda in anoda, med katerima je zelo visoka električna napetost (od 10 kV do 200 kV).

Na strani s katodo je kovinski filament, ki ga z električnim tokom segrevamo, zaradi česar iz filameta izhajajo elektroni. Ti elektroni se v električnem polju med katodo in anodo zelo pospešijo in nato z veliko hitrostjo trčijo v anodo (ker je cevi vakuum, jih na poti do anode nič ne ovira). Visokoenergijski elektroni med ustavljanjem v anodi svojo kinetično energijo oddajajo v obliki elektromagnetnega sevanja — rentgenskih žarkov. Katodno cev, s katero proizvajamo rentgenske žarke, imenujemo *rentgenska cev*.



Slika 28.2: Shematični prikaz delovanja rentgenske cevi. Rentgenska cev je vakuum-ska cev s katodo in anodo, med katerima je visoka napetost (v medicini se uporabljajo napetosti od 10 kV do 200 kV). Na strani katode je tanek kovinski filament, skozi katerega teče električni tok, zaradi česar se filament segreva in iz njega izhajajo elektroni. Elektroni v električnem polju med katodo in anodo zelo pospešijo in dobijo veliko kinetično energijo. Ko trčijo v anodo, med ustavljanjem svojo energijo oddajo v obliki rentgenskih žarkov. Oblika spektra rentgenskih žarkov je odvisna od vrste snovi v anodi in od pospeševalne napetosti, njihovo število pa lahko uravnavamo s tokom skozi filament v katodi (bolj kot razžarimo filament, več elektronov izhaja iz njega in trči v anodo in več rentgenskih žarkov nastane). Na izsevani spekter lahko vplivamo tudi z izbiro filtra na izhodu iz cevi.

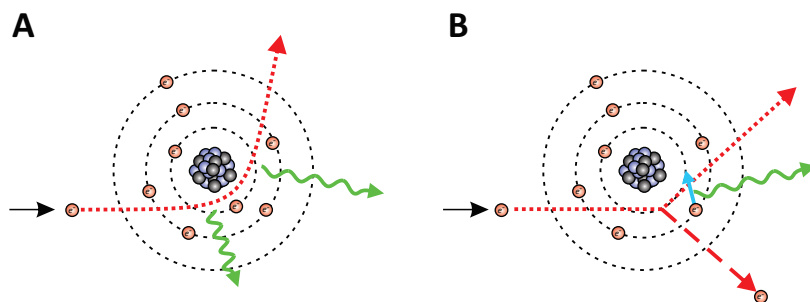
V medicini za različne aplikacije uporabljamo različne valovne dolžine rentgenskih žarkov. Da bomo razumeli, kako pri rentgenski cevi nastaviti ustrezen spekter izsevanih žarkov, si najprej pogledjmo dva osnovna procesa, s katerima žarki nastanejo med ustavljanjem visoko-energijskih elektronov v anodi (slika 28.3). Prvi mehanizem je t. i. *zavorno sevanje* (slika 28.3A). Do njega pride, ko se hitri elektron ustavlja v močnem električnem polju v bližini težkih atomskih jeder. Spekter izsevanih rentgenskih žarkov pri zavornem sevanju je zvezen, pri čemer pa izsevani rentgenski fotoni ne morejo imeti energije, ki je višja od energije posameznih elektronov, ki se ustavljajo v anodi (foton energije ne more dobiti od dveh elektronov hkrati). V poglavju o električnih pojavih smo spoznali, da je energija, ki jo dobi elektron v električnem polju so-

razmerna električni napetosti, ki jo preleti, $\Delta W_e = e_0 U$ (enačba 17.8), zaradi tega je energija elektronov določena s pospeševalno napetostjo med katodo in anodo. Če se elektron pospeši z napetostjo x kV, ima dobi energijo x keV. Z nastavljanjem te napetosti lahko torej vplivamo na največjo energijo fotonov, ki jih seva rentgenska cev. Valovna dolžina je obratno sorazmerna z energijo fotona (spomnimo se enačbe 26.2, ki smo jo spoznali pri elektromagnetnem valovanju), zato s tem hkrati nastavimo tudi najkrajšo valovno dolžino izsevanih rentgenskih žarkov.

Drugi mehanizem nastanka rentgenskih žarkov je povezan z izbijanjem elektronov iz notranjih lupin težkih atomov (slika 28.3B). Če namreč visoko-energijski elektron, ki prileti iz katode, izbije elektron iz notranje lupine atoma v anodi, bo le tega nadomestil elektron iz katere od višjih lupin, pri čemer pa bo oddal foton z značilno energijo, ki je enaka energiji prehoda med tema lupinama. Tako izsevani rentgenski fotoni imajo energijo, ki je enaka energiji prehoda elektronov med notranjimi atomskimi lupinami. Te energije so pri vsaki vrsti atomov drugačne, zato tako izsevane rentgenske žarke imenujemo *značilno sevanje*, njihove energije pa so odvisne od vrste atomov v anodi. Najpogosteje se uporablja anode iz volframa¹, pri katerih ima značilno sevanje energijo približno 59 keV in 69 keV. Če potrebujemo rentgenske žarke nižjih energij, uporabimo anodo iz molibdena, pri katerem je značilno sevanje približno pri 17,5 keV in 19,6 keV.

Spekter žarkov, ki sevajo iz rentgenske cevi, je torej sestavljen tako iz zavornega sevanja kot tudi iz značilnega sevanja. Slika 28.4A prikazuje spekter volframove anode, če je pospeševalna napetost nastavljena na 100 kV. V tem primeru bodo imeli elektroni, ki se zaletijo v anodo, energijo 100 keV in tako bo tudi največja energija v spektru sevanja rentgenske cevi. Na sliki tudi vidimo, da cev pri največji možni energiji seva le malo fotonov in da je vrh zveznega spektra zavornega sevanja pri bistveno nižjih energijah, v našem primeru med 30 keV in 40 keV. V spektru sta vidna tudi dva ostra vrhova, ki ustrezata značilnemu sevanju volframa. Če pospeševalno napetost znižamo, se ustrezno zniža tudi največja energija izsevanih fotonov, hkrati pa tudi celotno število izsevanih fotonov (slika 28.4B). Položaj značilnih vrhov se pri tem ne spremeni, saj je le-ta odvisen le od energijskih prehodov v atomih volframa. Če pospeševalna napetost pade pod 59 kV, iz spektra seveda izginejo tudi značilni vrhovi, saj v tem primeru visoko-energijski elektroni nimajo dovolj energije za izbijanje elektronov iz notranjih atomskih lupin.

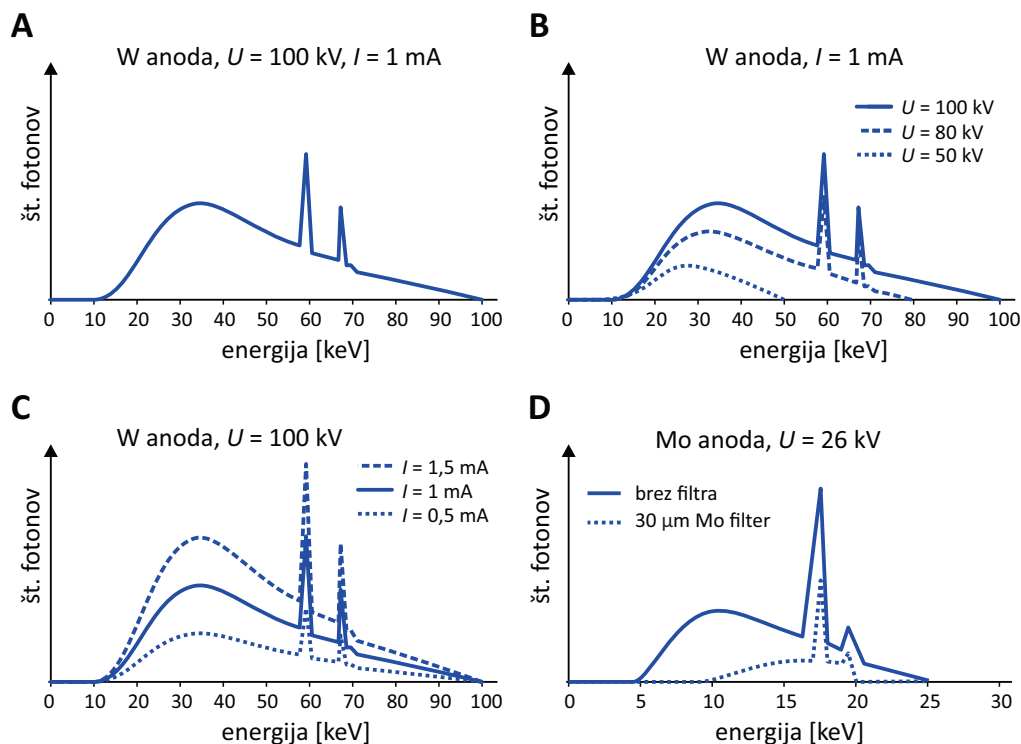
¹Po angleško se volframu reče tungsten, zato v anglosaksonski literaturi uporabljajo ta izraz.



Slika 28.3: Shematični prikaz dveh mehanizmov nastanka rentgenskih žarkov ob ustavljanju visokoenergijskih elektronov v anodi rentgenske cevi. A) Zavorno sevanje. Med ustavljanjem v električnem polju jeder elektroni svojo energijo izgubljajo s sevanjem rentgenskih žarkov različnih valovnih dolžin. B) Značilno sevanje. Če ima elektron dovolj energije, lahko iz notranje atomske lupine izbije elektrona. Izpraznjeno mesto zapolni elektron iz višje lupine in pri tem odda rentgenski žarek (preskok je shematično prikazan z modro puščico). Valovne dolžine značilnega sevanja so natančno določene z energijami prehodov med atomskimi lupinami in so za vsako vrsto atomov drugačne.

Na količino izsevanih fotonov lahko vplivamo tudi s spreminjanjem katodnega toka elektronov. Če povečamo električni tok skozi filament pri katodi, se bo filament bolj segreje, iz njega izhaja več elektronov, več jih trči v anodo in zato se izseva tudi več fotonov. Ker pa s spreminjanjem katodnega toka ne spreminjamo energije elektronov, z njim vplivamo le na količino izsevanih fotonov, ne pa tudi na obliko izsevanega spektra (slika 28.4C).

Če namesto volframove anode vzamemo molibdenovo, bo oblika spektra zavornega sevanja v grobem podobna kot pri volframu, le vrhovi značilnega sevanja bodo pri drugih energijah (28.4D). Na izsevan spekter lahko vplivamo tudi z ustreznimi filtri, ki jih postavimo pred izhodno okno cevi (slika 28.2) in ki absorbirajo le del izsevanega spektra. Z njimi poskrbimo, da iz izsevanega spektra odstranimo valovne dolžine, ki jih cev seva, a bi bile za slikanje neprimerne. Filtri so največkrat kar tanke kovinske plošče, narejene iz istega materiala kot anoda. Na sliki 28.4D npr. vidimo, da lahko pri molibdenski anodi z uporabo molibdenskega filtra iz sevanja izločimo žarke zavornega sevanja, s čimer izsevani žarki postanejo bolj monokromatski (imajo ožji spekter). Za slikanje različnih struktur v telesu so primerne različne energije rentgenskih žarkov, zato mora radiolog za vsako vrsto slikanja izbrati ustrezno anodo in filter ter primerno nastaviti katodni tok in pospeševalno napetost.

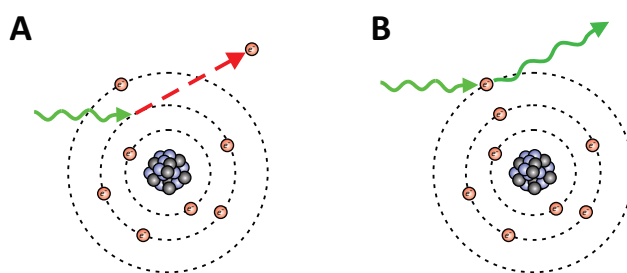


Slika 28.4: Prikaz spektra žarkov, izsevanih iz rentgenske cevi. A) Spekter volframove anode pri pospeševalni napetosti 100 kV. Zvezni del spektra je posledica zavornega sevanja, ostra vrhova pa predstavljata značilno sevanje, ki je za volfram v bližini energij 58 keV in 68 keV. Največja energija izsevanih fotonov je enaka kinetični energiji elektronov v cevi in je torej sorazmerna pospeševalni napetosti (v prikazanem primeru je 100 keV). B) Odvisnost spektra od pospeševalne napetosti. Z manjšanjem pospeševalne napetosti se manjšata energija in število izsevanih fotonov. Energije značilnega sevanja se ne spremenijo, značilno sevanje izgine šele, če se elektroni v cevi nimajo potrebne kinetične energije za izbijanje elektronov iz ustreznih notranjih atomskih lupin. C) Odvisnost spektra od katodnega toka. Od katodnega toka elektronov je odvisno le število izsevanih fotonov, ne pa oblika izsevanega spektra. D) Spekter molibdenove anode pri pospeševalni napetosti 26 kV. Značilno sevanje molibdenove anode je pri nižjih energijah (približno pri 17,5 keV in 19,6 keV), zato se take anode uporabljajo za produkcijo mehkejših žarkov, ki jih potrebujemo npr. za mamografijo. Slika prikazuje tudi, kako se spremeni spekter, če na izhod anode postavimo filter iz tanke plasti molibdena.

28.2 Interakcija s snovjo

Valovna dolžina rentgenskih žarkov je tako majhna, da se na poti skozi snov ne menijo za molekularno strukturo snovi temveč interagirajo neposredno z elektroni in jedri atomov. Oslabitev žarkov v snovi je tako odvisna le od števila in teže atomov v snovi (težji atomi imajo več protonov in več elektronov zato z rentgenskimi žarki močnejše interagirajo), ne pa od vrste molekul, v katere so ti atomi povezani.

Rentgenski žarki, ki se uporabljajo v diagnostiki, s snovjo najpogosteje interagirajo preko dveh mehanizmov (slika 28.5). Prvi mehanizem je *fotoefekt*, pri katerem rentgenski foton iz atoma izbije notranji elektron, pri čemer se absorbira celotna energija fotona. Drugi mehanizem interakcije s snovjo je sipanje, pri katerem rentgenski žarki interagirajo z zunanjimi elektroni v atomih, zaradi česar se jim spremeni smer gibanja, lahko pa izgubijo tudi nekaj svoje energije (obstajata tudi dve vrsti sipanja: sipanje pri katerem fotoni ne izgubljajo energije se imenuje Rayleighovo sipanje, če pa fotoni ob sipanju del svoje energije izgubijo, gre za Comptonovo sipanje). Sipani rentgenski žarki se lahko sipljejo še naprej, zato je njihova pot skozi snov lahko zelo zapletena.



Slika 28.5: Shematični prikaz dveh glavnih načinov interakcije rentgenskih žarkov s snovjo. A) Fotoelektrični efekt. Energija fotona se v snovi absorbira, ko foton izbije notranji elektron iz atoma. B) Sipanje. Foton interagira z zunanjim elektronom v atomu in pri tem spremeni smer gibanja, lahko pa tudi izgubi del svoje energije (valovna dolžina se poveča). Oba mehanizma povzročata ionizacijo atomov in molekul v snovi.

Rentgenski žarki se na poti skozi tkivo torej oslabijo zaradi absorpcije in zaradi sipanja. V poglavju o splošnih lastnostih valovanja smo spoznali, da je absorpcija žarkov v snovi eksponenten proces (en. 23.6). Oslabitev zaradi sipanja je bolj zapletena, saj lahko sipani fotoni po večkratnem sipanju spet dobijo smer prvotnega žarka. Vseeno v prvem približku pogosto zapišemo, da tudi oslabitev (atenuacija) rentgenskih žarkov na poti skozi tkivo poteka

po absorpcijskem zakonu (en. 23.6):

$$j = j_0 e^{-\mu x}, \quad (28.1)$$

kjer je j_0 vpadna energijska gostota rentgenskih žarkov, x je prepotovana razdalja po tkivu, μ pa je absorpcijski koeficient snovi. Če si želimo poudariti, da pri oslabitvi žarkov ne gre za čisto absorpcijo ampak tudi za sipanje, lahko absorpcijski koeficient imenujemo tudi *atenuacijski* koeficient, mi pa bomo ostali kar pri prvotnem izrazu.

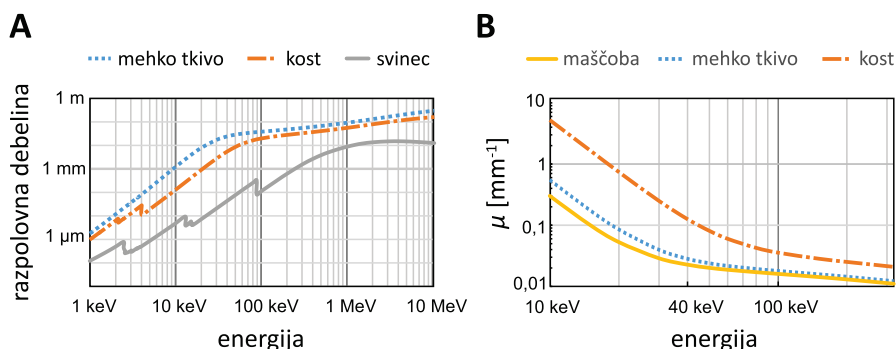
Absorpcijski koeficient za rentgenske žarke je odvisen tako od vrste snovi kot tudi od energije žarkov. Odvisnost ni enostavna, a v grobem velja, da težji atomi rentgenske žarke absorbirajo mnogo bolje kot lažji ter da rentgenski žarki skozi tkivo prodirajo tem lažje, čim večjo energijo imajo (slika 28.6). Pri energijah manjših od 40 keV velja, da je absorpcijski koeficient približno sorazmeren četrti potenci vrstnega števila atomov (Z) ter obratno sorazmeren tretji potenci energije fotonov:

$$\mu \propto \frac{Z^4}{W_\gamma^3} \quad (28.2)$$

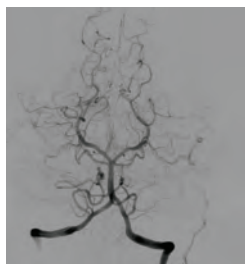
Težke kovine kot je svinec ($Z = 82$) torej zelo dobro zaustavljajo rentgenske žarke. Tudi jod ($Z = 53$) in kalcij ($Z = 20$) rentgenske žarke absorbirajo bolje od povprečnega mehkega tkiva v katerem prevladujejo vodik ($Z = 1$), ogljik ($Z = 6$) in kisik ($Z = 8$).

Slika 28.6A prikazuje absorpcijski spekter za rentgenske žarke za tipično mehko tkivo, kost in svinec. Pri energiji 10 keV je npr. razpolovna debelina v mehkem tkivu enaka 1 mm, v kosti 0,1 mm, v svincu pa manj kot 0,01 mm (na tem mestu se lahko spomnimo primera 23.1, v katerem smo računali absorpcijo rentgenskih žarkov v svincu). Slika 28.6B prikazuje primerjavo absorpcijskega koeficienta med maščobo in mehkim tkivom. Razlika med mehкими tkivi je večja pri nižjih energijah, zato npr. za mamografijo uporabljamo rentgenske žarke z nižjimi energijami, saj je pri njih kontrast med različnimi tkivi v dojki boljši.

Pri slikanju nekaterih mehkih struktur si lahko pomagamo z uporabo *kontrastnega sredstva*, ki zelo dobro absorbira rentgenske žarke. Taka diagnostična metoda je npr. *angiografija*, pri kateri pacientu v žile vbrizgamo jodovo raztopino in ga nato hitro slikamo z rentgenom. Ker jod rentgenske žarke absorbira bistveno bolje od okoliških mehkih organov (jod ima visoko vrstno število $Z = 53$), se bo na sliki lepo izrisala oblika žil (slika 28.7).



Slika 28.6: Absorpcijski spekter za rentgenske žarke v nekaterih snoveh. A) Odvisnost razpolovne debeline v mehkem tkivu, kosti in svincu od energije rentgenskih fotonov v razponu energij od 1 keV do 1 MeV. V kosti je več težjih atomov, kot v mehkem tkivu, zato je v njej absorpcija večja (razpolovna debelina je manjša). Atomi svineca so še težji, zato je absorpcija v svincu še veliko večja. B) Absorpcijski (atenuacijski) koeficient v maščobi, mehkem tkivu in kosti v intervalu energij, ki se uporabljajo pri rentgenskem slikanju. Razlika med mehkim tkivi je večja pri manjših energijah.



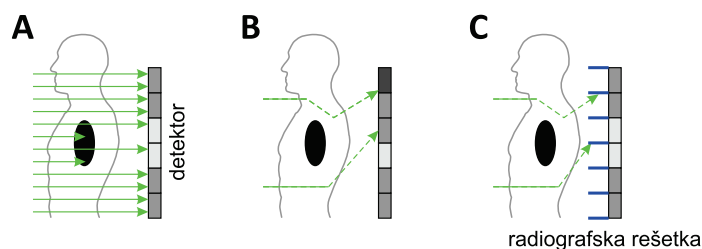
Slika 28.7: Prikaz angiografske slike žil v možganih. Pri angiografiji pacientu v žilo vbrizgamo kontrastno sredstvo in ga takoj nato slikamo z rentgenom. Kontrastno sredstvo dobro absorbira rentgenske žarke (pri angiografiji kot kontrastno sredstvo ponavadi uporabimo raztopino joda, ki ima veliko vrstno število) zato se žile jasno prikažejo na sliki. Angiografske slike ponavadi prikazujemo v obratni barvni lestvici kot klasične rentgenske slike, zato so tu žile prikazane temneje kot okoliško tkivo.

28.3 Nastanek slike

Princip nastanka rentgenske slike je bil prikazan že v uvodu: z rentgenskimi žarki posvetimo skozi preiskovanca in na drugi strani detektiramo senco, ki jo naredijo telesne strukture. V starih časih so kot detektor uporabili kar po-

seben fotografski film, v katerem rentgenski žarki ionizirajo srebrov bromid, kar je nato mogoče zaznati s pomočjo kemijske reakcije, ki poteče med razvijanjem filma. Čim več žarkov je padlo na neko točko na flimu, tem močnejša je bila reakcija in tem bolj črna je bila ta točka na filmu. Sodobni rentgenski aparati uporabljajo detektorje, ki zaznane rentgenske fotone spremenijo v električni signal in informacijo o sliki spremenijo v digitalno obliko, sliko pa si nato ogledamo na računalniku. Digitalna rentgenska slika je sestavljena iz mreže slikovnih točk (pikslov), podobno kot slike, ki jih posnamemo s kamero v prenosnem telefonu. Tipični digitalni detektor je velik približno kot dva A4 lista in ima ločljivost 2500×2000 pikslov, svetlost vsakega piksla pa je predstavljena s 16-bitnim številom (na taki sliki lahko torej prikažemo $2^{16} = 65\,536$ različnih sivih odtenkov).

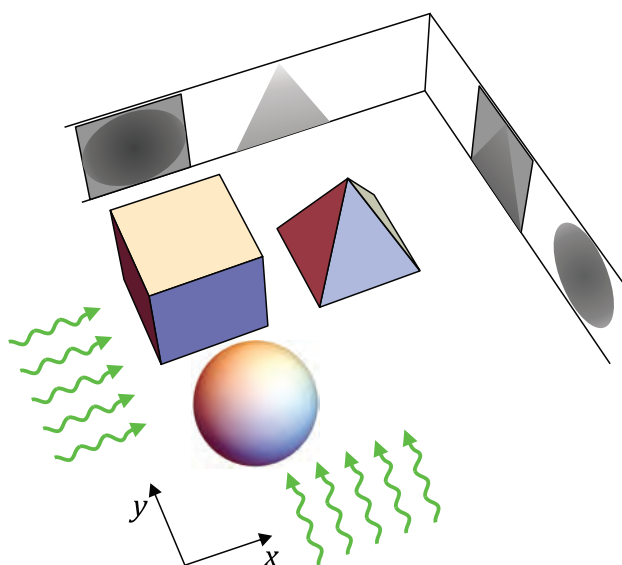
Dober detektor včasih ni dovolj, da bi dobili jasno in kontrastno rentgensko sliko. V prejšnjem razdelku smo spoznali, da se rentgenski žarki v telesu sipljejo in zaradi tega spremenijo smer. Slika 28.8 prikazuje, kako lahko sipani žarki s svoje poti močno zaidejo in zadanejo slikovne točke na drugih koncih detektorja in s tem pokvarijo kontrast na sliki. Na sliki vidimo, da sipani žarki na detektor padejo pod večjim kotom kot nesipani žarki. Njihov vpliv na sliko lahko zato deloma omilimo, če pred detektor postavimo *radiografsko rešetko*, ki je narejena iz kovine in absorbira žarke, ki se detektorju približajo pod kotom.



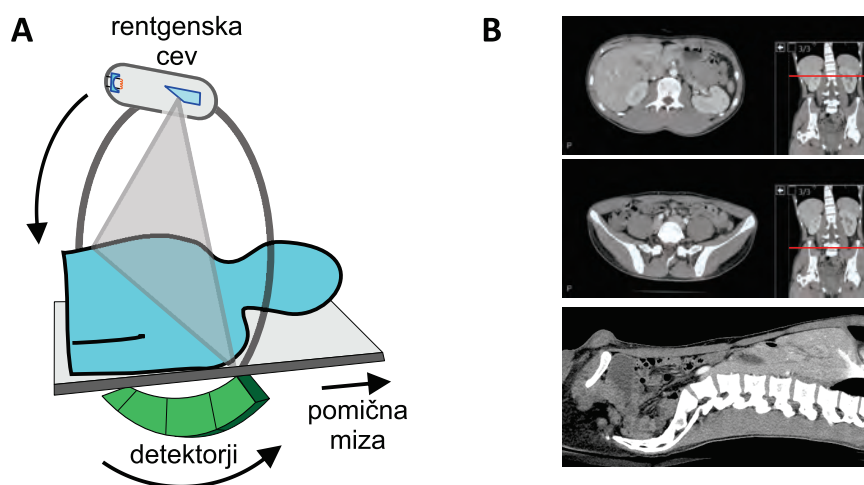
Slika 28.8: Shematični prikaz vpliva sipanja na sliko. Slikovna točka (piksel) na sliki je tem bolj temna, čim več fotonov pade nanjo. A) Prikaz poti direktnih žarkov, ki se ne sipljejo in se oslabijo le zaradi absorpcije, zaradi česar na detektorju ustvarijo dobro kontrastno sliko. B) Prikaz sipanih žarkov, ki spremenijo smer in zadanejo slikovne točke na drugih mestih, zaradi česar pokvarijo kontrast slike. Sipani žarki na detektor padejo pod večjim kotom kot direktni. C) Vpliv sipanih žarkov lahko zmanjšamo, če pred detektor postavimo radiografsko rešetko, ki narejena iz tankih kovinskih trakov in absorbira žarke, ki se detektorju približajo pod kotom.

Klasična rentgenska slika prikazuje sence oz. projekcije, ki jih na detektor-

ju naredijo telesne strukture. Zaradi tega na rentgenski sliki ni informacije o položaju posamezne strukture v telesu. Če potrebujemo 3D sliko telesa, moramo pacienta slikati iz več različnih strani ter nato iz teh projekcij izluščiti informacijo o 3D obliki (slika 28.9). Postopek, s katerim sestavimo 3D strukturo na osnovi njenih projekcij, se imenuje *tomografija* in je računsko zelo zahteven, zato dobrih 3D slik ne moremo dobiti brez pomoči hitrega računalnika. Slikovna tehnika, ki uporablja tomografijo z rentgenskim slikanjem, se imenuje CT (iz angl. *computed tomography*). Fizikalni princip nastanka slike pri CT preiskavi je torej enak kot pri rentgenu, le da pri CT preiskavi pacienta slikamo iz večih strani ter nato s pomočjo računalnika sestavimo njegovo 3D sliko (28.10). Pri CT preiskavi tako pacienta z rentgenskimi žarki presvetlimo večkrat, zato pri njej prejme bistveno večjo dozo ionizirajočega sevanja kot pri klasičnem rentgenu.



Slika 28.9: Shematični prikaz slikanja z večih strani. Pri slikanju z ene strani se na sliki izrišejo le projekcije struktur v smeri slikanja, informacije o položaju struktur vzdolž smeri slikanja pa ne dobimo. Če predmete v zgornjem primeru slikamo v smeri x , iz slike ne bomo mogli razbrati, ali je kocka za ali pred piramido. To informacijo dobimo, če predmete slikamo še v smeri y . V praksi slikamo iz veliko različnih strani, nato pa uporabimo postopek imenovan tomografija, s katerim iz posnetih projekcij s pomočjo računalnika izračunamo 3D obliko struktur.



Slika 28.10: A) Shematični prikaz delovanja naprave CT. Pacient leži na pomični mizi, rentgenska cev in detektorji pa se vrtijo okrog njega. Na tak način pacienta slikamo v večih ravninah in z več strani, računalnik pa nato iz zajetih projekcij sestavi 3D sliko telesa. B) Primer CT slike. CT slike gledamo na računalniškem zaslonu, pri čemer lahko sproti izbiramo, kateri prerez telesa želimo videti. Prikazani so en sagitalni (spodaj) in dva aksialna prereza telesa (rdeče črte označujejo mesto aksialnih prerezov).