Zbirka računskih nalog za Medicinsko biofiziko

Študijsko leto 2024-2025

Verzija: 1. 10. 2024
Popravki in komentarji se zbirajo na tem naslovu.

Legenda za oznake pri nalogah:
^{L} lahka naloga,
^{P} naloga s preveč podatki,
* zahtevnejša naloga.

1 Uvodne naloge

1.^{L} Kolikšna je prostornina 70 kg težkega študenta medicine? Povprečna gostota človeškega telesa je 1030 kg/m^3. Se pri globokem vdihu povprečna gostota celotnega telesa poveča ali zmanjša?

2. Primerjamo površini kože 175 cm visokega odraslega in 70 cm visokega otroka.

a) Kolikokrat je površina otroka manjša od površine odraslega človeka, če predpostavimo, da je oblika telesa pri obeh približno enaka?

b) Kolikokrat je površina otroka manjša od površine odraslega, če površini računamo po Du Boisovi formuli BSA $= 0{,}007\ m^{0{,}425} h^{0{,}725}$, kjer sta m masa v kilogramih in h višina v centimetrih, masi otroka in odraslega pa sta 7,5 in 66 kg? Kaj lahko sklepamo o obliki teles? (BSA - body surface area).

3.^{L} Beta celice v trebušni slinavki so velike približno $10\,\mu\text{m} \times 10\,\mu\text{m} \times 10\,\mu\text{m}$. Izračunajte prostornino beta celice v litrih! So to mikro-, nano-, piko- ali femtolitri?

3.1. Koliko kapljic krvi z radijem 2 mm je v vzorcu krvi s prostornino 1 ml? Približno koliko eritrocitov je v eni kapljici, če je prostornina enega eritrocita približno 120 fl in je hematokrit 48%? Hematokrit je delež prostornine krvi, ki ga zavzemajo eritrociti.

3.2. Ocenite število atomov v telesu študenta medicine, ki tehta 70 kg. Predpostavite, da je telo sestavljeno predvsem iz vode z molsko maso $M = 18\,\mathrm{kg/kmol}$ in da so v vsaki molekuli vode trije atomi. ($N_\mathrm{A} = 6 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$)

4. Približno koliko narazen so molekule glukoze v 1 mM, 1 μM in 1 nM vodni raztopini? Približno koliko narazen pa so molekule v vdihanem zraku?

5. V mirovanju človek vdihne približno 12 krat na minuto, vsakokrat 0,5 L zraka.

a) Koliko litrov/kubičnih metrov zraka prediha v enem dnevu?

b) *Zaradi težav s pljuči bolniku preko nosnega nastavka dodajamo 1 L kisika na minuto. Koliko odstotkov kisika je v vdihani mešanici, če veste, da je v zraku 21 % kisika? Hitrost in globina dihanja ostajata enaki, predpostavimo tudi, da se ves dodani kisik porabi za dihanje.

5.1. Koliko litrov krvi prečrpa srce v enem dnevu? Minutni volumen srca (to je prostornina krvi, ki jo srce prečrpa v eni minuti) je približno 5 L/min.

6. Eritrociti v krvi se neprestano obnavljajo – novi nastajajo v kostnem mozgu, stari pa se iz krvnega obtoka izločajo v vranici. Življenjska doba eritrocitov je približno 120 dni. Koliko eritrocitov nastane oz. se izloči vsako sekundo, da se jih v krvi vzdržuje konstantno število $25 \cdot 10^{12}$?

6.1. Povprečna življenjska doba v Sloveniji je 81 let, število prebivalcev pa 2,05 milijona. Leta 1972 so obvezno cepljenje proti črnim kozam izvedli v desetih dneh. Takrat je bila precepljenost prebivalstva za vse starosti 90 %. Pri izračunih predpostavimo, da se število prebivalcev in življenjska doba ne spreminjata.

a) Kolikšno je povprečno število rojstev na dan?

b) Koliko cepljenj je bilo opravljenih na dan?

c) *Približno kolikšna je precepljenost leta 2020, če predpostavimo, da ni bilo nadaljnjih cepljenj in je imunost doživljenjska?

7. V ZDA temperaturo merijo v stopinjah Fahrenheita. Med stopinjami Fahrenheita in stopinjami Celzija velja linearna odvisnost, pri čemer je ledišče (0 °C) pri 32 °F, vrelišče vode (100 °C) pa pri 212 °F. Koliko stopinj Fahrenheita ustreza temperaturama 37 °C in 42 °C?

7.1. V ZDA telesno težo včasih merijo v funtih (lb) in unčah (oz). Odmerek nekega zdravila je 1 ml na kilogram telesne teže. Koliko ml zdravila naj dobi novorojenček, ki tehta 6 lb 11 oz? En funt je 453,6 gramov, ena unča pa 28,35 grama (v enem funtu je šestnajst unč).

7.2. Na kolesarskem plašču je navedeno, da je priporočljiv tlak 80-130 psi (pound-force/square inch, teža enega funta na kvadratno inčo). En funt je 453,6 gramov, en palec pa 2,54 cm. Na katere vrednosti lahko nastavimo kompresor na črpalki, kjer so enote za tlak v atm (teža enega kilograma na kvadratni centimeter)?

8. Maratonec, ki teče s hitrostjo 4 m/s, med tekom porablja vsako minuto 4 grame sladkorja (ki ga črpa iz glikogenskih rezerv). Ali bo uspel preteči do cilja maratona (42195 m) z enako hitrostjo brez dodatnega vnosa sladkorja, če upoštevamo, da je imel na štartu zapolnjene vse glikogenske zaloge (700 g)? Hitrost teka, ko namesto sladkorja začno izgorevati maščobe, se drastično zmanjša - občutek je tak, kot bi se zaleteli v zid.

9. Delitveni čas za celice v celični kulturi je 1,5 dni. V kolikem času se število celic v kulturi podeseteri, v kolikem postoteri in v kolikem potisočeri?

10. Absorpcijo svetlobe v raztopini lahko opišemo na več načinov. Včasih jo opišemo z enačbo $I = I_0 e^{-\mu x}$, drugič z enačbo $I = I_0 10^{-\epsilon c x}$, lahko pa tudi z enačbo $I = I_0 2^{-x/x_{1/2}}$. Pri tem je μ absorpcijski koeficient, ϵ ekstinkcijski koeficient, c koncentracija raztopine, $x_{1/2}$ razpolovna debelina, x pa je razdalja, ki jo svetloba prepotuje po raztopini.

a) Kakšna je zveza med μ in ϵ?

b) Kakšna pa je zveza med μ in $x_{1/2}$?

2 Mehanika

1.^{L} Izračunajte, koliko časa je v zraku Daniel Kabeya, ko se pri skoku z glavo dotakne košarkaškega obroča, ki je 48 palcev višje, kot je visok Daniel, ko stoji. En palec meri 2,54 cm.

2. Ko skočimo na bolniško posteljo, ki je na kolesih, se popeljemo s hitrostjo 0,5 m/s. Kolikšna je vodoravna komponenta naše hitrosti med skokom? Naša masa je 70 kg, masa postelje pa je 100 kg.

3. Dvigalo se začne spuščati s pospeškom 1 m/s^2. S kolikšno silo deluje človek z maso 70 kg na tla dvigala, če drži v rokah vrečko z maso 8 kg?

4. Avtomobil s hitrostjo 30 km/h se zaleti v betonski blok in ustavi, pri čemer se sprednji del avtomobila zmečka za 10 cm.

a) Ocenite, kolikšen pospešek (pojemek) čuti voznik avtomobila, če ga varnostni pas trdno drži v sedežu.

b) ^{L} Kolikšno silo morajo pri tem prenesti varnostni pasovi, če je voznikova masa 80 kg?

5.^{L} S kolikšno frekvenco bi se moral vrteti otroški vrtiljak z radijem 1,5 m, da bi otroci na njem čutili pospešek 9 g?

5.1. Pogosta vaja pri ogrevanju je kroženje z rokami naprej in nazaj. Zakrožite z roko tako hitro, kot le morete, in določite frekvenco kroženja. Kakšen je občutek v prstih? Izmerite še dolžino roke od ramena do prstov.

a) Kolikšen je radialni pospešek, ki ga čutijo prsti oziroma kri v njih? Ta pospešek primerjajte s težnim pospeškom!

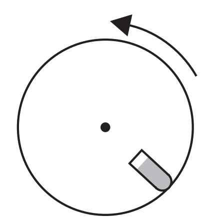
b) Ali kroženje z rokami pripomore k prekrvavljenosti prstov?

6. V centrifugi z navpično osjo vrtenja centrifugiramo 16 epruvet z vzorci krvi.

a) Kolikšen radialni pospešek čutijo krvne celice, če se centrifuga vrti s 500 obrati na minuto in je epruveta na radiju 23 cm?

b) Kolikšna je pri tem obodna hitrost?

c) Ko centrifugo izklopimo, se začne enakomerno ustavljati in se ustavlja 3 minute. Koliko obratov naredi pri tem?



d) Koliko časa bi se ustavljala prazna centrifuga, če predpostavimo, da zavora centrifuge deluje z enakim navorom kot pri nalogi c? Vztrajnostni moment polne centrifuge je $1\,\mathrm{kgm^2}$, vztrajnostni moment ene epruvete pa je $0{,}005\,\mathrm{kgm^2}$.

7. Drsalka na ledu se vrti z iztegnjenimi rokami s frekvenco 0,7 Hz, njena vrtilna količina pa je 4,0 $\mathrm{kgm^2/s}$. Ko skrči roke, se njena frekvenca poveča na 1,3 Hz.

a) Kolikšen je njen vztrajnostni moment, ko ima roke skrčene?

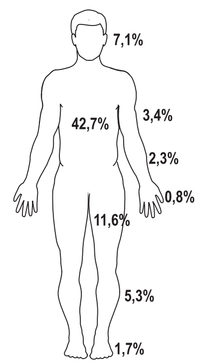
b) Koliko dela opravi med krčenjem rok?

c) Nato se plesalka začne ustavljati s konstantnim navorom. S kolikšnim navorom se ustavlja, če se enakomerno pojemajoče ustavlja 10 s?

8. Kolikšna je razlika tlakov krvi (v milimetrih živega srebra) med stopali in glavo pri osebi višine 1,83 m? Kolikšna pa je razlika tlakov krvi (v milimetrih živega srebra) med srcem in glavo, če je razdalja srcem in glavo približno 40 cm. Gostota krvi je 1060 kg/m^3, gostota živega srebra pa je 13550 kg/m^3

9. Povprečna gostota tkiv človeškega telesa je 1070 kg/m^3, kar je več od gostote vode (1000 kg/m^3). Pri plavanju ne potonemo, ker imamo v pljučih zrak. Kolikšna je prostornina pljuč 70 kg težkega plavalca, če je pri plavanju "mrtvaka" le 1 % telesa nad vodo? V približku se lahko maso zraka v pljučih zanemari.

9.1. Po poškodbi lahko pacient koleno obremeni le s 50 % svoje celotne teže. Predpišejo mu fizioterapijo v bazenu. Ali v bazenu lahko stoji na poškodovani nogi, če mu voda sega do pasu, roke pa ima v celoti nad gladino? Kaj pa če mu voda sega do polovice trupa? Pri računu si pomagajte s sliko, na kateri so prikazani deleži posameznih delov pri masi celotnega telesa. Upoštevajte, da na koleno pritiska le teža, ki je nad njim! V prvem približku je telo homogeno in ima gostoto 1030 kg/m^3.

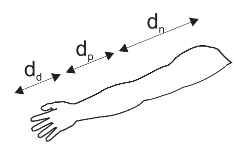


10. Dlan je dolga 18 cm in težka 0,6 kg, podlaket 29 cm in 1,8 kg, nadlaket pa 30 cm in 2,7 kg. Težišča posameznega dela roke je približno na njegovi sredini.

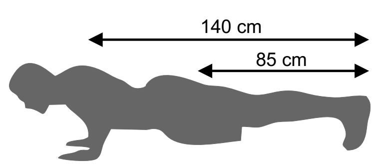
a) Kako daleč od rame je težišče roke, če je roka iztegnjena?

b) Kako daleč od rame je težišče roke, če je roka v komolcu povsem skrčena?

c) V katerem primeru lahko roko lažje premikamo sem ter tja, če je skrčena ali iztegnjena? Imamo pri hoji oz. teku skrčeno ali iztegnjeno roko?



11. Športnik dela sklece na vodoravni podlagi. Masa športnika je 65 kg, njegovo težišče je za 85 cm oddaljeno od stopal, razdalja med dlanmi in stopali pa je enaka 140 cm.



a) Kolikšna je sila na vsako od dlani?

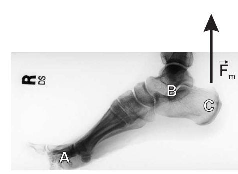
b) S kolikšno silo deluje podlaga na posamezno stopalo?

12. Največja sila, s katero lahko stisnemo zobe, je za povprečnega moškega 750 N na šesticah/sedmicah in 420 N na enkah. Kot zanimivost: najvišja izmerjena sila ugriza je 1300 N; ugotovili so, da je za močan ugriz bolj pomembna toleranca (bolečine) v čeljusti, kot pa same mišice. Površina šestice je 1 cm^2, površina enke pa 0,1 cm^2.

a) Ocenite, kolikšen je lahko maksimalen tlak pri ugrizu, na primer v trd korenček, ko celotna sila deluje le na en zob zgoraj in spodaj?

b) Za koliko se pri takem ugrizu lahko stisne šestica? Vzemite, da je višina zoba 2,5 cm, elastični modul pa 1628 MPa (pri vrednosti elastičnega modula je upoštevano, da je zob sestavljen iz sklenine in zobovine).

13. Na sliki je prikazan položaj stopala 80 kg težkega športnika pri stoji na prstih ene noge. Vodoravna razdalja med prsti (A) in gležnjem (B) je približno 13 cm, med gležnjem in prijemališčem mečne mišice (C) pa 3 cm.



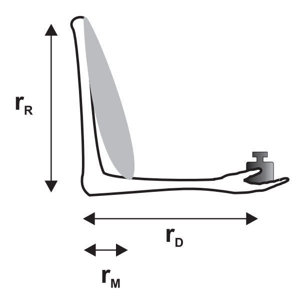
a) Izračunajte, s kolikšno silo F_m je pri stoji na prstih ene noge napeta mečna mišica? Primerjajte silo mečne mišice s silo teže športnika.

b) Kolikšna pa je navpična sila v gležnju?

c) Znan je podatek, da povprečna mišica zdrži približno 90 N sile na kvadratni centimeter preseka. Vsaj kolikšen mora biti presek mečne mišice v zgornjem primeru?

d) Komentirajte pomen velikosti pete pri stoji na prstih. Ali anatomske razlike med športniki lahko vplivajo na športne dosežke?

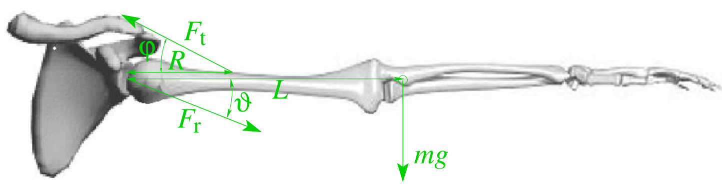
14. Ko v skrčeni roki držimo utež, si lahko v prvem približku predstavljamo, da vso težo držimo le z nadlaktnim bicepsom. Masa uteži je 10 kg, maso roke pa lahko zanemarimo. Razdalja med komolcem in ramo (r_R) je 30 cm, razdalja med komolcem in dlanjo (r_D) pa 40 cm.



a) S kolikšno silo je napeta mišica, če je razdalja med komolcem in prijemališčem mišice (r_M) 5 cm? Težo roke zanemarimo.

b) S kolikšno silo pa je napeta mišica, če je r_M le 3 cm?

14.1. Človek drži roko vodoravno, kot je prikazano na sliki. F_t poenostavljeno ustreza sili deltaste mišice, ki je zgoraj pripeta na širini 3 cm. ($m = 4$ kg, $R = 10$ cm, $L = 32$ cm, $\varphi = 16°$, $g = 9{,}8$ m/s^2)



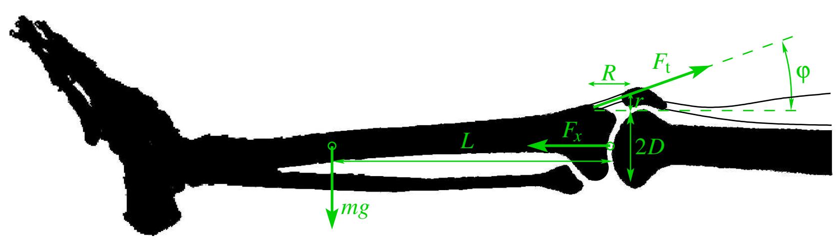
a) Kolikšna je sila v deltasti mišici (F_t)?

b) Kolikšna je vrednost te sile na dolžinsko enoto?

c) *Kolikšna je celotna sila v sklepu (F_r)?

d) *Pod kolikšnim kotom (ϑ) deluje ta sila?

14.2. *Človek sedi na ravnem stolu in drži nogo vodoravno, kot je prikazano na sliki. Poenostavljeno si predstavljamo, da je os vrtenja goleni v središču glavice stegnenice. F_x ustreza sili v sklepu v vodoravni smeri. (Skupna masa goleni in stopala je $m = 5$ kg, $R = 4$ cm, $r = 1{,}5$ cm, $L = 22$ cm je razdalja med osjo vrtenja in težiščem goleni, $D = 4$ cm, $g = 9{,}8 m/s^2$)

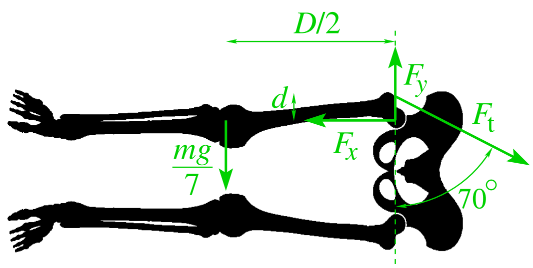


a) Kolikšna je sila v tetivi (F_t)?

b) Kolikšna je vodoravna komponenta sile v sklepu (F_x)?

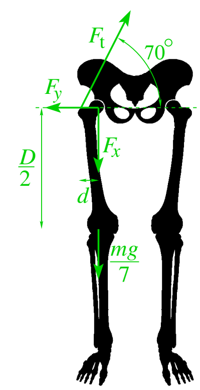
c) Kolikšna je navpična komponenta sile v sklepu (F_y)?

14.3. *Človek leži na levem boku in drži desno nogo brez opiranja vodoravno, kot je prikazano na sliki. V tej legi je prijemališče mišice (na velikem trohantru) točno nad vrtiščem, ki je v centru glavice stegnenice, razdalja med prijemališčem in centrom glavice je 7 cm. Kot med mišico in navpičnico je 70°. Težišče noge je na polovici njene dolžine, ki je 90 cm. Masa noge je enaka eni sedmini mase človeka.



a) Kolikšna je sila v kolčnem sklepu, izražena s težo človeka?

b) Človek vstane in stoji na levi nogi, tako da se desna noga ne dotika tal, pri čemer je težišče točno pod njenim vrtiščem. Nato prične človek mišico s prijemališčem na velikem trohantru krčiti z enako silo kot v primeru a, tako da se desna noga prične pospešeno vrteti stran od leve. V Newtonovemu zakonu za vrtenje noge nastopa kotni pospešek, s katerim izračunajte začetni tangencialni pospešek težišča noge, tj. pospešek v smeri y. Predpostavite, da za vztrajnostni moment noge velja enak izraz kot za palico. Kolikšna je v tem primeru sila v sklepu?



c) Človek še vedno stoji na levi nogi, tako da se desna noga ne dotika tal. Nato ponovno prične krčiti isto mišico kot v primeru b. Kolikšen bi bil kotni pospešek noge v primeru, da je navpična komponenta sile v kolčnem sklepu enaka nič. Kolikšna je v tem primeru sila v tem sklepu?

d) Katero vadbo izmed opisanih primerov (a, b, c) bi priporočali človeku za ojačanje mišice, da bi mišica opravila čim več dela glede na silo v kolčnem sklepu?

15. Oseba je težka 60 kg. Ko skoči iz čepečega položaja, pri katerem je težišče za 6 dm nižje kot kadar stoji, se težišče glede na stoječi položaj dvigne še za 45 cm.

a) S kolikšno hitrostjo se odlepi od tal?

b) Koliko časa traja odriv in s kolikšno silo med odrivom delujejo mišice, če predpostavimo, da se rezultanta sil med odrivanjem ne spremeni?

c) Kolikšna je največja moč, ki jo imajo mišice med odrivom?

15.1. Kolikšno najmanjšo hitrost mora imeti tekač pri skoku ob palici, da bi mu uspel skok višine 6 m, če je težišče človeka en meter nad tlemi? Pri dobro izvedenem skoku ob palici je vodoravna hitrost skakalca na vrhu zanemarljiva, težišče skakalca pa je ves čas vsaj 5 cm nižje od palice. Palica je idealno prožna.

16.^{P} Rekord Šmarne gore je 11 min in 8 sekund za moške in 13 minut in 18 sekund za ženske. Pot "Čez korenine" je dolga 1,8 km, višinska razlika pa je 360 m. Za opravljanje mehanskega dela porabimo le približno 20 % od s hrano pridobljene energije.

a) Koliko energije porabi tekač z maso 70 kg ob vzponu na Šmarno goro? Kaj pa tekačica z maso 50 kg?

b) Kolikšno povprečno moč pri tem razvijeta?

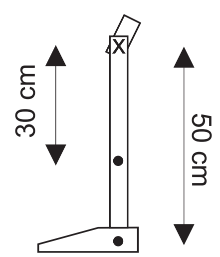
16.1. Energije za najmanj koliko tablic čokolade porabi 80 kg težek planinec pri vzponu na vrh Triglava? Med vznožjem in vrhom je višinska razlika 2100 m, v tablici čokolade pa je 550 kcal energije. Za opravljanje mehanskega dela porabimo le približno 20 % od s hrano pridobljene energije. (1 cal = 4,2 J)

17. Pri nadkolenski protezi, ki nadomesti izgubo noge nad kolenom, je na mestu kolena zglob, spodnji del proteze pa prosto niha. Lastna frekvenca, s katero niha proteza, mora biti enaka frekvenci hoje.

a) Za kolikšno frekvenco korakov je namenjena proteza na sliki? Težišče goleni je 30 cm pod kolenom, težišče stopala pa 50 cm pod kolenom. Masa golenskega dela proteze je 2 kg, masa stopala pa je 0,5 kg. Vztrajnostni moment celotne proteze je 0,3 kg m^2.

b) Na koliko se spremeni frekvenca korakov, če obujemo 0,5 kg težek čevelj? V prvem približku težišče čevlja sovpada s težiščem stopala.

c) Na koliko pa se spremeni frekvenca korakov, če kolenskemu zglobu dodamo še dušenje $\beta = 3\ \mathrm{s}^{-1}$?



18. Molekule vodikovega jodida (HI) v plinastem stanju imajo lastno frekvenco nihanja enako $2{,}6 \cdot 10^{13}$ Hz. S kolikšno frekvenco niha taka molekula, če vodik zamenjamo z devterijem, ki je približno še enkrat težji od vodika, ima pa enake kemijske lastnosti? Jod je veliko težji od vodika, zato si lahko račun poenostavimo s predpostavko, da atom joda miruje in niha le atom vodika oz. devterija.

19. Zdrava pljuča so sestavljena iz približno 300 milijonov majhnih pljučnih mešičkov (alveolov) z radijem približno 0,12 mm. Na notranji površini pljučnih mešičkov so surfaktanti (površinsko aktivne molekule), zaradi katerih je površinska napetost mešičkov približno petnajstkrat manjša kot pri fiziološki raztopini. (Površinska napetost fiziološke raztopine je približno 0,07 N/m, površinska napetost površine s surfaktanti pa približno 0,005 N/m.)

a) Kolikšna sta skupna površina in volumen pljuč?

b) Kolikšno delo opravimo z napihovanjem mešičkov pri globokem vdihu, ko se radij mešičkov poveča na 0,15 mm?

c) Kolikšna je razlika tlakov med zrakom v mešičku in okoliško raztopino pri vdihu in kolikšna pri izdihu?

d) Proizvodnja surfaktantov v pljučih pri človeku ni končana pred zadnjim mesecem embrionalnega razvoja. Kakšne posledice ima to za nedonošenčke, ki se rodijo več kot en mesec prezgodaj?

20. Za kolikokrat se poveča napetost v žilni steni, ko na valjasti žili z radijem 0,5 cm nastane sferična anevrizma z radijem 2 cm, ko je pretok krvi tako majhen, da ga lahko zanemarimo?

20.1. ^{P} Za kolikokrat se poveča napetost v žilni steni, ko se valjasta žila z radijem 0,5 cm razširi v anevrizmo valjaste oblike z radijem 1 cm, pri čemer se pretok krvi spreminja od 7 ml/s pri pritisku 80 mmHg do 150 ml/s pri pritisku 120 mmHg? Privzemimo, da je tok turbulenten. Gostota krvi je 1070 kg/m^3, viskoznost 0,0027 Pas, pritiska pa sta podana za normalno žilo.

21. Privzemimo, da se ob obremenitvi Ahilova tetiva obnaša podobno, kot je na sliki 7.2 v učbeniku prikazano za kite.

a) Za koliko cm se raztegne Ahilova tetiva pri stoji na eni nogi (glej nalogo 13)? Presek Ahilove tetive je približno 89 mm^2, njena dolžina pa je 250 mm.

b) Koliko % največje deformacije, preden se tetiva strga, predstavlja deformacija Ahilove tetive v tem primeru?

22. Pri testu sedimentacije se meri hitrost, s katero eritrociti tonejo v krvni plazmi v mirujoči epruveti (v mm/h).

a) Kolikšna je hitrost sedimentacije pri normalni krvi (v mm/h)? Viskoznost plazme pri normalni krvi je 0,0013 Ns/m^2, njena gostota pa 1025 kg/m^3. V normalni krvi se eritrociti ne lepijo skupaj in jih lahko obravnavamo kot okrogla telesa s premerom 8 μm. Gostota eritrocitov je 1125 kg/m^3.

b) Kako je hitrost sedimentacije odvisna od velikosti eritrocitov? Kako se spremeni hitrost sedimentacije, če se zaradi bolezenskega stanja eritrociti zlepijo v skupke, ki so prav tako okrogli, a imajo premer 15 μm?

c) Ocenite, ali sedimentacija poteka v laminarnem ali v turbulentnem režimu.

d) Kako hitro pa tonejo eritrociti v krvni plazmi med centrifugiranjem iz naloge 6a?

23. Povprečen pretok krvi po ožilju je 5 l/min.

a) Kolikšna je povprečna hitrost krvi v aorti? Premer aorte je 2,5 cm.

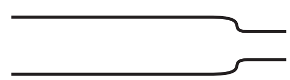
b) Kolikšna pa je povprečna hitrost krvi v kapilarah, če je njihovo število $5 \cdot 10^9$, njihov premer pa približno 9 μm?

c) Največji pretok krvi v aorti je 250 ml/s. Kolikšna bi bila takrat hitrost krvi na sredini aorte, če bi bil pretok laminaren?

24. Bolnik potrebuje transfuzijo, zato mu bomo iz vrečke dovajali kri po cevki skozi iglo v veno, v kateri je tlak 8 mm Hg. Notranji polmer 4 cm dolge injekcijske igle je 0,2 mm. Kako visoko naj bo dvignjena vrečka nad iglo, da bo pretok krvi enak 2 cm^3/min? ($\eta = 0{,}0027$ Ns/m^2, $\rho = 1060$ kg/m^3)

24.1. Za kolikokrat se spremeni volumski pretok krvi skozi žilo, če se radij žile poveča za 5 %, tlak v žilah pa ostane enak?

25. Žila je sestavljena iz dveh zaporednih delov, od katerih ima prvi dolžino 5 cm in premer 1 cm, drugi pa dolžino 1 cm in premer 0,5 cm.



a) Kolikšna je viskozna upornost vsakega od delov, če skozi žilo teče kri z viskoznostjo 0,0027 Ns/m^2?

b) Kolikšen je pretok skozi žilo, če je med njenim začetkom in koncem razlika tlakov 100 Pa?

c) Skicirajte, kako se vzdolž žile spreminja tlak, če je tlak na začetku žile enak 300 Pa!

25.1. Žila z radijem 1 mm in dolžino 1 cm se razdeli na 5 manjših žil z radijem 0,2 mm in dolžino 0,2 cm. Kolikokrat je padec tlaka krvi v manjših žilah večji od padca tlaka v večji žili?

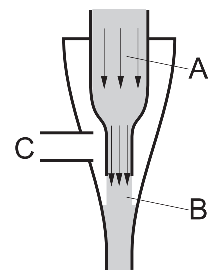
25.2. Arterija se razdeli na tri manjše žile, ki se kasneje spet združijo. Manjše žile imajo radije 1 mm, 2 mm in 3 mm, dolge pa so 12 mm. Volumski pretok skozi arterijo je 0,2 l/min.

a) Kolikšen je padec tlaka na manjših žilah, če je viskoznost krvi 0,0027 Ns/m^2?

b) Kolikšen je volumski pretok krvi skozi vsako od manjših žil?

26. Kako visoko lahko največ brizgne kri iz predrte arterije, v kateri je tlak 80 mm Hg? Gostota krvi je 1060 kg/m^3, njena hitrost v arteriji pa 0,05 m/s. Gostota živega srebra pa je 13550 kg/m^3.

26.1. Približno kolikšen podtlak ustvarja vakuumska vodna črpalka s slike, če je volumski pretok vode skozi črpalko 0,2 l/s? Tlak na ustju črpalke (točka C) je enak tlaku vode v črpalki (točka B). Ob vstopu v črpalko (točka A) je radij cevi $r_A = 4$ mm, tlak vode pa je približno $p_A = 150$ kPa. Radij curka vode v črpalki je $r_B = 2$ mm. Višinsko razliko med A in B lahko zanemarite.



27. Ocenite moč, s katero potiska srce kri po žilah! Tlak v arterijah je 96 mm Hg, v venah pa 8 mm Hg. V normalnem stanju potrebuje kri za en obtok povprečno 54 s. Celotna količina krvi je približno 5 l, gostota živega srebra pa je 13550 kg/m^3.

28. Z lanceto zabodemo v prst in iztisnemo kapljico krvi. Kapljica na prstu ima obliko polkrogle. Ko se kapljice dotaknemo s kapilaro, se (spodnji) del kapilare napolni s krvjo. Kolikšna mora biti najmanjša začetna velikost kapljice, da se bo kri dvignila do maksimalne višine, če kapilaro držimo navpično, pod kotom 45 stopinj ali vodoravno? Predpostavimo, da kri popolnoma omoči steklo. Dolžina kapilare je 10 cm, njen premer 0,7 mm, gostota krvi je 1060 kg/m^3, površinska napetost pa 55,9 10^{-3} N/m.

3 Termodinamika

1.^{L} V jeklenko počasi črpamo zrak, da se tlak poveča za 50 %. Za koliko odstotkov se pri tem poveča masa zraka v njej?

1.1. ^{L} Zjutraj, ko je temperatura 20 °C, spijemo pijačo in prazno plastenko zapremo. Plastenko pustimo v avtu, ki se na soncu segreje na 60 °C. Kolikšen je takrat tlak v plastenki?

1.2. V potapljaški jeklenki s prostornino 10 litrov je stisnjen zrak. Pri temperaturi 300 K je tlak v jeklenki 200 kPa.

a) ^{L} Pri kolikšni temperaturi bi bil tlak zraka v jeklenki enak 300 kPa?

b) Kolikšna je masa plina v jeklenki, če je povprečna molska masa zraka (M) enaka 29 g/mol? ($R = 8{,}3$ J/(mol K))

1.3. ^{P} 15 litrsko jeklenko napolnimo pri temperaturi 40 °C z zrakom do tlaka 100 barov. Povprečna molska masa zraka (M) je enaka 29 g/mol.

a) Koliko molov plina je v taki jeklenki?

b) Kolikšen je tlak v jeklenki, ko temperatura plina pade na 25 °C? ($R = 8314$ J /(kmol K))

2. Po globokem vdihu ima nekdo v pljučih 4 litre zraka s temperaturo 37 °C in tlakom 10^5 Pa, v katerem so vodna para, N_2, O_2 in CO_2. Delni parni tlaki v alveolarnem zraku so takrat: $p_{H_2O} = 6{,}18 \cdot 10^3$ Pa, $p_{N_2} = 7{,}48 \cdot 10^4$ Pa, $p_{O_2} = 1{,}37 \cdot 10^4$ Pa. Izračunajte

a) delni parni tlak CO_2 in

b) skupno maso kisika v pljučih.

($M_{O_2} = 32$ kg kmol^{-1}, $R = 8{,}3 \cdot 10^3$ J kmol^{-1} K^{-1})

3. V jeklenki sta 2 l kisika pri temperaturi 20 °C in tlaku 10^6 Pa.

a) Za koliko časa zadostuje ta jeklenka, če bolnik potrebuje dodatek 175 ml/min kisika pri normalnih pogojih (20 °C, 100 kPa)?

b) Kako daleč je lahko največ bolnišnica, če je povprečna hitrost reševalnega vozila 60 km/h, da bo za čas prevoza zadostovala ena jeklenka?

3.1. Ponesrečenec, ki ga rešilni avto pelje v 1,5 h oddaljen kraj, mora med prevozom dihati kisik iz jeklenke. Koliko jeklenk kisika z volumnom 10 l mora za na pot pripraviti reševalec, če je v polni jeklenki na začetku tlak 30 barov, ponesrečenec pa vsako minuto porabi približno 8 l kisika, ki je na normalnem zračnem tlaku 10^5 Pa?

3.2. Potapljač na 10 m globine izprazni polno jeklenko v pol ure. Kako hitro izprazni isto jeklenko na globini 30 m? Potapljač na obeh globinah diha približno enako hitro in pri vsakem vdihu vdihne enak volumen zraka. Temperatura vode na 10 m je 20 °C, na 30 m pa 10 °C. Potapljaške jeklenke imajo regulator, ki zagotavlja, da potapljač iz njih vedno diha zrak pod tlakom, ki je enak tlaku vode v okolici. Gostota vode je 1000 kg/m^3.

4. Na najmanj kolikšno temperaturo moramo segreti zrak v odprtem balonu, da se bo začel dvigovati? Polmer kupole balona je 15 m, skupaj s košaro in posadko pa tehta 600 kg. Zunanja temperatura zraka je 17 °C, zunanji tlak je 10^5 Pa. Privzemite, da je zrak idealni plin z molsko maso 29 g/mol. ($R = 8300$ J kmol^{-1} K^{-1})

5. V kolikšnem času difundira molekula kisika v vodi 1 μm daleč? Kaj pa 1 mm daleč? Difuzijski koeficient za kisik v vodi pri 37 °C je približno $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ $\mathrm{cm^2/s}$.

5.1. Protein ima molsko maso 8 kg/mol in difuzijski koeficient $2{,}4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{cm^2/s}$.

a) Koliko časa bi tak protein potreboval za difuzijo od ER do plazmaleme, če bi bila razdalja med njima 15 μm?

b) Koliko časa pa bi tak protein potreboval za difuzijo, če bi bila razdalja med ER in plazmalemo 15 mm?

c) *Ocenite difuzijski koeficient za protein hemoglobin, ki ima molsko maso 64 kg/mol. Predpostavite, da imata oba proteina globularno obliko, in si pomagajte z Einstein-Stokesovo oceno.

6. Primerjati želimo termično raztezanje različnih materialov, ki se uporabljajo v zobozdravstvu, zato iz vsakega od njih izdelamo kocko, ki ima pri temperaturi 37 °C stranico dolgo 1 cm. Za koliko μm bi se razlikovale dolžine stranic, ko bi kocke ohladili na 17 °C? S sklenino primerjajte titan, amalgam, jeklo in vodo. Za temperaturne koeficiente prostorninskega raztezka vzemite kar podatke iz tabele 10.1 v učbeniku.

7. 5 L kisika pri normalnih pogojih (10^5 Pa, 25°C) stisnemo na 0,5 L.

a) Koliko dela opravimo, če kisik počasi stisnemo tako, da ostaja temperatura konstantna?

b) Koliko dela opravimo, če pri istih pogojih namesto kisika počasi stiskamo helij?

c) *Koliko dela opravimo, če kisik stisnemo hitro? Kolikšna je končna temperatura kisika?

d) *Koliko dela opravimo, če helij stisnemo hitro? Kolikšna je končna temperatura helija?

8. Kisik (O_2) segrejemo pri stalnem tlaku s temperature 0°C na 20°C. V plinu je $5 \cdot 10^{25}$ molekul. ($N_\mathrm{A} = 6 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, $M = 32$ kg kmol^{-1}, $R = 8300$ J kmol^{-1} K^{-1})

a) Za kolikokrat se pri tem spremeni volumen?

b) Kolikšna je sprememba notranje energije?

c) Kolikšna je sprememba entalpije?

d) Kolikšna je sprememba entropije?

e) *Kolikšen je koren povprečja kvadratov hitrosti molekul tega plina po spremembi temperature?

9. Pri gorenju 10 g belega jedilnega sladkorja se sprosti 165 kJ toplote. Jedilni sladkor je saharoza, za katero pri gorenju velja naslednja enačba:

$$C_{12}H_{22}O_{11} + 12\ O_2 \rightarrow 12\ CO_2 + 11\ H_2O$$

Kolikšna je standardna tvorbena entalpija enega mola saharoze, če so standardne tvorbene entalpije ostalih spojin enake:

spojina	O_2	CO_2	H_2O
ΔH_t[kJ/mol]	0	−393,5	−285,8

9.1. [L] Reakcija A → B je eksotermna ($\Delta H = -36\,\mathrm{kJ}$), prav tako tudi reakcija A → C ($\Delta H = -34\,\mathrm{kJ}$). Kakšna je reakcija B → C in kolikšna je sprememba entalpije pri tej reakciji?

10. Koliko toplote rabimo za segrevanje 1 kg vode, za 1 kg helija ali za 1 kg dušika od začetne temperature 10 °C na končnih 20 °C

a) pri normalnem zračnem tlaku?

b) pri tlaku 10 atmosfer?

c) pri stalni prostornini?

Za vodo velja $c_p = c_V = 4200$ J/(kg K), specifični toploti za plina pa izračunajte sami s pomočjo primera 11.2 v učbeniku.

10.1. [P] Telesu s temperaturo 300 K v času 10 s dodamo skupno 1 kJ toplote. Na katero temperaturo se bo zaradi tega segrelo telo? Toplotna kapaciteta telesa je 200 J/K, toplotni upor telesa pa je 0,1 K/W.

11.* Iz podatka o izparilni toploti vode pri 0 °C (2,5 MJ/kg) ocenite, kolikšna je povprečna disociacijska energija na mol za molekule vode (kolikšno energijo potrebujemo, da iz tekoče vode iztrgamo en mol molekul vode). To energijo primerjajte z disociacijsko energijo kovalentne vezi (∼300 kJ/mol) in s termično energijo (∼2,5 kJ/mol). ($M_{\mathrm{H_20}} = 18$ g/mol)

12. Oblečeni pademo v vodo. Ko pridemo iz vode, je v namočeni obleki 1 l vode. Za koliko stopinj se ohladimo, če se obleka zelo hitro osuši zaradi suhega zraka? Težki smo 70 kg, specifična toplotna telesa pa je nekaj manjša od specifične toplote vode, $c = 3470$ J/(kg K). Izparilna toplota vode (q_i) je 2410 kJ/kg.

13. Da bi si skuhali čaj, ste na električni štedilnik pristavili posodo z 2,5 dl vode pri sobni temperaturi (T_s = 20 °C). Zazvonil je telefon in vam odvrnil pozornost. K štedilniku ste se vrnili ravno v trenutku, ko je izhlapela še zadnja kapljica vode. (Pri tem je gostota vode 1 kg/dm^3, specifična toplota vode 4,2 kJ /(kg K) in specifična izparilna toplota vode 2256 kJ/kg.)

a) ^{L} Koliko energije je bilo porabljene, da se je voda segrela do vrelišča?

b) ^{L} Koliko energije je bilo še potrebne, da se je vrela voda uparila?

c) Kolikšna je sprememba notranje energije med vretjem? (R = 8300 J kmol^{-1} K^{-1})

d) Koliko časa ste telefonirali, če veste, da je moč električne kuhalne plošče 2 kW in da je njen izkoristek 60 %?

13.1. Kako velik polmer naj ima ledena kroglica, ki jo dodamo v 2 decilitra vrele vode, da se bo voda ohladila na 70 °C, primernih za zeleni čaj? Temperatura ledene kroglice je blizu tališča. (q_t = 334 kJ/kg, c_p = 4200 J/kgK, ρ_voda = 1000 kg/m^3, ρ_led = 920 kg/m^3)

13.2. Kuhano vino pripravimo tako, da v 2 dl vina s temperaturo 20 °C 5 sekund vpihujemo paro s temperaturo 100 °C. Masni tok pare je 1 g/s. Kolikšna je končna temperatura vina, če pri pripravi nič toplote in pare ne uide v okolico? Gostota vina je 975 kg/m^3, specifična toplota vode in vina je 4200 J/kgK, izparilna toplota vode pa je q_i = 2256 kJ/kg.

13.3. Električni grelec deluje s konstantno močjo. Vsa energija se porabi za segrevanje vode. Grelec v 10 minutah segreje 3 L vode z 10 °C na 30 °C.

a) ^{L} Kolikšna je bila temperatura te vode po 5 min?

b) Kolikšna bi bila končna temperatura, če bi z istim grelcem in z iste začetne temperature (10 °C) greli 0,5 kg vode 5 min?

14.^{*P} V kalorimetru s toplotno kapaciteto 600 J/K je 1 l vode. Temperatura v kalorimetru je 10 °C. Kolikšna bo zmesna temperatura v kalorimetru, ko vanjo dodamo 0,4 kg ledu s temperaturo −5 °C in gostoto 0,92 g/ml? (c_v = 4,2 kJ/kgK, c_l = 2,11 kJ/kgK, q_t = 334 kJ/kg, q_i = 2256 kJ/kg)

15. Koliko hladne vode s temperaturo 10 °C bi morali popiti, da bi shujšali za 1 kg (porabili 1 kg maščobe)? Temperatura v notranjosti telesa je 38 °C, specifična toplota vode je 4200 J/kgK in presnovna (sežigna) vrednost maščob 9000 kcal/kg.

15.1. Specifična energijska vrednost osvežilne pijače je 1 MJ/L. Za specifično toploto pijače in njeno gostoto privzamemo vrednosti za vodo (4200 J/(kg K), 10^3 kg/m^3), temperatura v želodcu je 38 °C.

a) Koliko energije dobimo, če popijemo pol litra te hladne osvežilne pijače s temperaturo 8 °C?

b) Kako visoko se moramo povzpeti po stopnicah, da bomo dobljeno energijo porabili, če je izkoristek našega telesa (A/W) 20 %? ($m = 60$ kg)

16. Tekač med tri-urnim tekom po ravnini troši 500 W.

a) ^{L} Koliko energije porabi oz. kolikšna je sprememba entalpije med tekom?

b) ^{L} Koliko kalorij porabi med tekom?

c) Približno polovico te energije odda s potenjem, ko voda izhlapeva. Koliko litrov vode izgubi med tekom? Izparilna toplota vode pri 33 °C je 2,4 MJ/kg.

d) Koliko gramov maščob porabi med tekom, če predpostavimo, da le 30 % energije dobi iz maščob, ostalo pa iz sladkorjev? Specifična energijska vrednost maščob je 37 kJ/g.

e) Za koliko bi se zvišala temperatura tekaču, če zaradi 100 % vlažnosti okolice energije ne bi mogel oddajati z izhlapevanjem vode? ($m = 70$ kg, $c = 3500$ J/kg K)

f) Koliko več kalorij bi porabil, če bi se med tekom povzpel za 500 m? Izkoristek hrane je 20 %.

16.1. Tekač teče na Šmarno goro 17 min in pri tem opravi višinsko razliko 360 m. V koristno delo (v pridobivanje višine) se pretvori le 20 % porabljene energije, ostala porabljena energija pa se odda kot toplota. Masa tekača je 64 kg.

a) Kolikšna je celotna moč med vzpenjanjem na Šmarno goro?

b) * Za koliko g se tekaču zmanjša masa zaradi teka na Šmarno goro? Predpostavimo, da se pri metabolizmu 30 % energije dobi iz maščob in 70 % iz sladkorjev, telo pa se ohlaja s potenjem (izparevanjem vode). Kalorična vrednost 1 g maščobe je 37 kJ, 1 g sladkorja pa 17 kJ. Izparilna toplota za vodo je 2,4 MJ/kg.

17. Vrel čaj bi radi shladili na temperaturo 60 °C.

a) Koliko ledu s temperaturo 0 °C moramo dodati v 3 dl čaja, da ga shladimo na želeno temperaturo? Specifična talilna toplota ledu je 334 kJ/kg, specifična toplota vode pa 4200 J kg^{-1}K^{-1}.

b) Za koliko se pri tem spremeni entropija čaju?

c) Za koliko se pri tem spremeni entropija ledu?

d) Za koliko se spremeni celotna entropija sistema ledu in čaja?

18. Pri polnjenju jeklenke s kisikom se kisik adiabatno stiska s tlaka 1 bar na tlak 5 barov. Začetna temperatura kisika je 20 °C, končen volumen stisnjenega kisika pa je 20 l. Molska masa kisika je 32 g/mol. ($R = 8300$ J kmol^{-1} K^{-1})

a) Kolikšen je začetni volumen kisika?

b) Koliko kilogramov kisika je v jeklenki?

c) Na kolikšno temperaturo se kisik ogreje med stiskanjem?

d) Koliko dela opravimo pri stiskanju?

18.1. $*^P$ Med napihovanjem zračnice na kolesu z vsakim pritiskom na tlačilko stisnemo 2 dl zraka z normalnega tlaka (100 kPa) na tlak 300 kPa. Privzemimo, da je zrak idealni dvoatomni plin z efektivno molsko maso 29 g/mol in da nič toplote ne prehaja v okolico. Začetna temperatura zraka je 20 °C.

a) Koliko dela prejme plin pri enem stisku tlačilke?

b) Na katero temperaturo bi se med napihovanjem zračnice segrela tlačilka, če toplotno kapaciteto tlačilke lahko zanemarimo?

c) Kolikšna pa bi bila rezultata za delo in temperaturo, če bi zrak stiskali zelo počasi?

19. Pet litrov dušika (N_2) iz jeklenke se pri stalni temperaturi 20 °C razpne na trikratni volumen glede na začetni volumen. Začetni tlak je 2 bar.

a) ^{L} Kolikšen je končni tlak?

b) Kolikšna je sprememba notranje energije?

c) Koliko dela pri tem opravi plin?

d) Kolikšna je sprememba entalpije?

e) * Kolikšna je sprememba entropije?

20. Ko sobo dobro prezračimo, se napolni z zunanjim zrakom. Relativna vlažnost zunanjega zraka, ki ima 10 °C, je 60 %. Ko zapremo okna, se zrak segreje. Kolikšna je relativna vlažnost tega zraka pri 20 °C? Nasičeni parni tlak pri 10 °C je 1228 Pa, pri 20 °C pa 2338 Pa.

21.* Koliko gramov vode na minuto izgubljamo pri dihanju suhega zraka pri temperaturi 10 °C in koliko pri temperaturi 40 °C? Nasičen parni tlak pri 10 °C je 1,2 kPa, pri 40 °C pa 7 kPa. Predpostavimo, da zrak v pljučih doseže telesno temperaturo ter da se navlaži na 100 %. Predpostavimo še, da vdihnemo vsakih 3,5 s, vsak vdih pa ima prostornino 1,4 l.

22.* Med dihanjem hladnega in suhega zraka telo izgublja toploto, saj se zrak v pljučih segreje na telesno temperaturo ter se navlaži na 100 % vlažnosti. Če pacientu preko umetnih pljuč dovajamo zrak, ki ima sobno temperaturo in vlažnost, ga lahko nevarno podhladimo. Ocenite, koliko toplote izgubljamo vsako sekundo zaradi dihanja! Predpostavimo, da pri dihanju naredimo 15 vdihov na minuto, vsak vdih ima volumen 1,5 l. Sobna temperatura zraka je 20°C, vlažnost 60 %, izdihan zrak pa ima temperaturo 38°C in vlažnost 100 %. Pri 60 % vlažnosti je pri 20°C v zraku 10,3 mg vode na liter, pri 100 % vlažnosti in 38°C pa 45,75 mg vode na liter. Izparilna toplota vode pri 38°C je 2400 kJ/kg. Pri računu specifične toplote zraka lahko zrak obravnavamo kot idealni dvoatomni plin.

23. Kolikšna je prostornina kisika, ki se pri normalnem zračnem tlaku izloči iz litra vode v zrak, ko vodo segrejemo z 1 °C na 40 °C? Računajte, da je temperatura izločenega kisika enaka sobni (25 °C). Podatke za topnost kisika najdete na sliki 13.8 v učbeniku.

23.1. Topnostni koeficient kisika za neko raztopino pri 15 °C je $8{,}03 \cdot 10^{-9}$ mol l^{-1} Pa^{-1}. Izračunajte, kolikšna masa kisika se raztopi v litru te raztopine pri 15 °C, če je delni tlak kisika $2{,}1 \cdot 10^4$ Pa. ($M_{O_2} = 32$ kg kmol^{-1})

23.2. V 1 kg vode pri 20 °C se pri tlaku $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa raztopi 1,7 g CO_2, pri 40 °C pa pri istem tlaku le še 1 g CO_2. Pri kolikšnem največjem tlaku CO_2 lahko polnimo steklenice pri 20 °C, če naj te še prenesejo segrevanje na 40 °C. Steklenica zdrži tlak do $2 \cdot 10^5$ Pa.

24. Celico s prostornino 150 fl, v kateri je osmolarnost 290 mOsm, damo v okolje z osmolarnostjo 340 mOsm. Kolikšna bo prostornina celice v tem okolju, če lahko celično membrano prehaja le voda?

24.1. Epitelijska celica ima v izotonični raztopini (300 mOsm) volumen 200 fl. V hipotoničnem okolju se lahko celici volumen poveča največ za 1,5-krat, preden poči. Kolikšna je najmanjša osmolarnost, pri kateri celica še ne poči?

24.2. Sredino cevke, ki ima obliko črke U, pregrajuje membrana, ki je prepustna za vodo, ne pa tudi za sladkor. Na eni strani membrane je voda, na drugi pa 1 mM raztopina sladkorja pri 20°C. Cevka je postavljena navpično. Kolikšna je razlika gladin vode in raztopine sladkorja? Raztopina sladkorja ima približno enako gostoto kot voda. ($R = 8300$ J kmol^{-1} K^{-1})

24.3. Vpeta polprepustna membrana razmejuje dva predelka. V desnem sta dva litra vodne raztopine $MgCl_2$ s koncentracijo 2 mmol/L, v levem pa en liter vode. Membrana je prepustna samo za vodo. Koliko gramov saharoze z molekulsko maso $M = 342$ g/mol moramo raztopiti v levem predelku, da membrana ne bo napeta?

25. V okrogli celici s polmerom 5 μm je koncentracija neke snovi 0,35 mol l^{-1}. Izračunajte ravnovesno koncentracijo, ki se vzpostavi, če to celico vržemo v 550 μm^3 raztopine s koncentracijo 0,05 mol l^{-1} in snov lahko prehaja skozi membrano celice.

26.^{L} Difuzijski upor membrane je $3 \cdot 10^6$ s/m^3, razlika koncentracij snovi preko membrane pa je 15 mmol/l. Kolikšen je masni tok snovi preko membrane?

26.1. Plin prehaja z difuzijo iz ene posode v drugo skozi 5 mm debelo steno. Difuzijska konstanta za plin v steni je $2 \cdot 10^{-11}$ m^2 s^{-1}. V prvi posodi je gostota molekul $5 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}, v drugi pa je gostota molekul $2 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}. Koliko molekul pride v 1 minuti skozi presek 1 mm^2 v steni, če upoštevamo, da se koncentracija molekul v obeh posodah med tem ne spreminja?

27. Prepustnost celične membrane za neko snov je 10^{-4} m/s.

a) Kolikšen je pretok te snovi v celico, če je koncentracija snovi v celici 0,1 mmol/l in zunaj nje 0,2 mmol/l? Celica je okrogla in meri v polmeru 5 μm.

b) Skicirajte, kako se s časom spreminja razlika koncentracij med zunanjostjo in notranjostjo celice, če se koncentracija zunaj celice ne spreminja! Kako pa se s časom spreminja koncentracija snovi v celici?

c) Izračunajte čas, v katerem naraste koncentracija v celici na 0,15 mmol/l.

27.1. Površina celične membrane je $150\,\mu$m^2, njena prepustnost za glukozo pa 0,15 $\mu m/s$. Koncentracija glukoze v celici je 0,25 mmol/l, izven celice pa 0,15 mmol/l.

a) Kolikšen je začetni tok glukoze v celico?

b) * Koncentracija glukoze v celici v 5 s pade na 0,2 mmol/l. Kolikšna je prostornina celice? Pri prehajanju glukoze v celico ostaja prostornina celice vseskozi enaka.

28. V celici je koncentracija kalcijevih ionov približno 1 μM, zunaj nje pa približno 1 mM. Difuzijski tok teh ionov v celico celica izravnava z membranskimi ionskimi črpalkami, ki kalcij neprestano prečrpavajo iz celice. Površina membrane je 200 μm^2, prepustnost membrane je 10^{-5} m s^{-1}, temperatura pa je 37 °C. ($R = 8{,}3 \cdot 10^3$ J kmol^{-1} K^{-1}, $N_\mathrm{A} = 6 \cdot 10^{23}$ mol^{-1})

a) Kolikšen je difuzijski tok kalcijevih ionov v celico?

b) * Kolikšna je skupna moč, ki jo potrebujejo ionske črpalke za izravnavanje difuzijskega toka kalcijevih ionov?

c) Koliko molekul ATP se porabi vsako sekundo za izravnavanje difuzijskega toka? Pri hidrolizi enega mola ATP se sprosti 31 kJ energije.

29. Stena hladilnika je sestavljena iz dveh plasti z enako debelino (3 cm) in površino (4 m^2). Notranja plast ima koeficient toplotne prevodnosti enak 0,05 W/(m K), zunanja plast pa 0,1 W/(m K).

a) ^{L} Kolikšna sta toplotna upora posameznih plasti?

b) Kolikšen je toplotni tok skozi steno, če je temperatura v hladilniku 2 °C, v sobi pa 23 °C?

c) Kolikšna je temperatura na stiku med plastema?

30. Stene brunarice so debele 30 cm in imajo površino 20 m^2, steklena okna pa so debela 3 mm in imajo površino 1 m^2. Toplotna prevodnost sten je 0,5 W m^{-1} K^{-1}, stekla pa 0,8 W m^{-1} K^{-1}.

a) Kolikšna je toplotna upornost sten in kolikšna toplotna upornost oken?

b) Vsaj kako močno peč potrebujemo v brunarici, da bomo pozimi pri zunanji temperaturi -10°C v njej lahko vzdrževali temperaturo +20°C?

c) Kateri del brunarice (stene ali okna) bolj potrebuje dodatno izolacijo?

30.1. V kako debelo odejo s toplotno prevodnostjo $\lambda = 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ W m^{-1} K^{-1} smemo zaviti ponesrečenca ($T = 37\,$°C), da se ne bo pregrel, če je temperatura okolice 10 °C. Telesna površina onesveščenca je 1,8 m^2, vpliv potenja zanemarimo, telo pa oddaja vsako sekundo 50 J toplote.

30.2. V koči je povprečna temperatura enaka 20 °C, če je električna peč čez dan vklopljena skupaj 10 ur. Zunanja temperatura je enaka 0° C.

a) Koliko ur preko dneva bi morala biti vklopljena ista električna peč, da bi bila v koči povprečna temperatura 25 °C?

b) Na kolikšno temperaturo lahko ta peč segreje kočo?

31.* Ko pride do izpada električne energije, je temperatura v zmrzovalni skrinji, ki je nameščena v prostoru s stalno temperaturo 15 °C, enaka −20 °C. Po tem izpadu temperatura v skrinji v eni uri naraste na −19 °C. Toplotna kapaciteta skrinje je 400 kJ/K.

a) Kolikšen je začetni toplotni tok skozi izolacijo skrinje?

b) Kdaj bo temperatura v skrinji 0 °C?

31.1. Ko vzamemo polno termovko iz nahrbtnika, ima čaj v njej 60 °C. Že po eni minuti na zunanji temperaturi 0 °C temperatura čaja pade na 59 °C. Volumen termovke je 1 l, specifična toplota čaja pa je 4200 J/kgK.

a) Kolikšen je začetni toplotni tok skozi izolacijo? ($c = 4200$ J/(kg K)

b) Po koliko minutah bo čaj na temperaturi 30 °C?

31.2. Površina alpinista s temperaturo kože 35 °C je 1,7 m^2, njegovo telo pa oddaja vsako sekundo 85 J toplote.

a) V kako debelo puhasto obleko s toplotno prevodnostjo 0,024 W/(m K) naj se obleče alpinist, če je zunanja temperatura -10 °C?

b) * Ko se ozračje segreje na 5 °C, prične deževati, zato se obleka hitro premoči ter stanjša za 40 %. Za koliko se v povprečju zniža temperatura telesa v prvih petih minutah po pričetku deževanja? Toplotna prevodnost premočene obleke je 0,4 W/(m K), masa alpinista je 75 kg, povprečna specifična toplota njegovega telesa pa je 3470 J/(kg K).

31.3. Preživeli brodolomci s Titanica so trdili, da so nesrečneži, ki so ostali brez rešilnih čolnov, v mrzli vodi vzdržali pri življenju okrog 20 minut.

a) Ocenite toplotni upor, ki ga predstavljajo oblačila in ekstremitete, če vemo, da smrt zaradi podhladitve nastopi, ko temperatura telesnega jedra pade na 28 °C. Temperatura Atlantskega oceana je bila okrog 4 °C, maso povprečnega potnika ocenimo na 70 kg, telesno jedro predstavlja 42,7 % celotne mase, povprečna specifična toplota tkiva pa je 3470 J/kg K.

b) Koliko časa bi tak brodolomec vzdržal poleti v Jadranskem morju ($T = 24$ °C)? Komentiraj rezultat.

32. V laboratoriju je delež amoniaka v zraku 1 %. Koncentracije amoniaka v zraku nad 0,5 % so zdravju škodljive. Ker je zrak strupen, vklopimo ventilator, ki vzpostavi pretok zraka 2 l/s. Pri vključenem enem ventilatorju v 4 urah koncentracija amoniaka v prostoru pade z 1 % na 0,5 %.

a) Koliko časa od vklopa ventilatorja moramo čakati, da bo koncentracija amoniaka v prostoru padla na 0,25 %?

b) V kolikšnem času bi koncentracija padla z 1 % na 0,5 % pri vključenih dveh ventilatorjih oz. pri pretoku 4 l/s?

32.1. Koncentracija CO_2 v zraku je 0,03 %. Med predstavo morajo biti ventilatorji zaradi hrupa izključeni. Zaradi dihanja gledalcev se je v 1 uri predstave do začetka odmora koncentracija CO_2 v zraku dvignila z 0,03 %, kakršna je v svežem zraku, na 0,15 %, kar nekaterim že povzroča nelagodje. Zaradi delovanja ventilatorjev se med 20 minutnim odmorom koncentracija CO_2 zniža na 0,07 %. Dimenzije dvorane so 15 X 15 X 25 m^3. Predpostavimo, da se aktivnost gledalcev in s tem poraba kisika med predstavo ne spreminja.

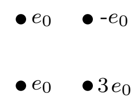
a) Kolikšen je razpolovni čas za izmenjavo zraka oziroma padec koncentracije CO_2?

b) Kolikšen je pretok zraka med zračenjem?

c) V kolikšnem času po odmoru bo ob enakem številu gledalcev koncentracija CO_2 ponovno narasla na 0,15 %?

4 Elektrika in magnetizem

1. V štirih ogliščih kvadrata so zaporedoma razporejeni naboji z vrednostmi 1, +3, -1 in 1 e_0. Stranica kvadrata je dolga 0,3 nm. ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As , $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m)

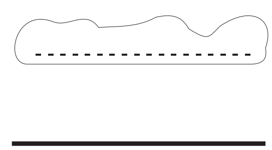


a) Kolikšna je električna poljska jakost v sredini kvadrata?

b) Kolikšen je tam električni potencial?

2. Ocenite, kolikšen je električni potencial na površini jedra zlata, katerega polmer je 6,6 $\cdot 10^{-15}$ m? Vrstno število zlata je $Z = 79$. ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, $\epsilon_0 = 8{,}6 \cdot 10^{-12}$ F/m)

3. V nevihtnem oblaku se nabere veliko negativnega naboja, tako da je napetost med njim in zemljo 10^9 V. Oblak je na višini 500 m.



a) Narišite potek silnic električnega polja in ekvipotencialnih črt med oblakom in zemljo.

b) Kolikšna je jakost električnega polja med oblakom in zemljo?

c) Na zemlji je napetost 0 V. Kolikšna je napetost na višini 125 m?

d) Kolikšen naboj mora imeti prašen delec z maso 0,1 g, ki je v zraku nad zemljo, da bo lebdel?

4. * Oljna kapljica z radijem 3 μm in gostoto $0{,}95 \cdot 10^3$ kg/m^3 pada med navpičnima ploščama, ki sta 1 cm narazen, s stalno končno hitrostjo $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m/s. Ko vzpostavimo med ploščama potencialno razliko $5{,}8 \cdot 10^3$ V, dobi kapljica dodatno stalno horizontalno hitrost $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m/s. Koliko osnovnih nabojev nosi kapljica? ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, $g = 9{,}81$ m/s^2)

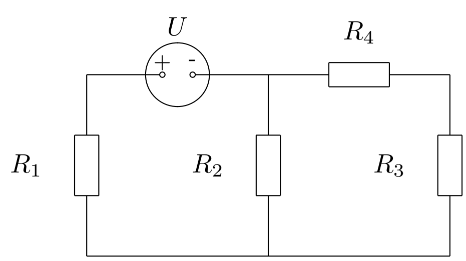
5. Kolikšna sila je med ionoma Na^+ in Cl^- v vodi, ki sta oddaljena 2 nm? Dielektrična konstanta vode ϵ je približno 80. ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m)

6. Plošči s površino 5 cm^2 potopimo 2,5 cm narazen v raztopino KCl. Če je razlika med njunima električnima potencialoma 50 V, teče skozi elektrolit tok 1,2 mA. Kolikšna je specifična prevodnost elektrolita?

7. Ko nas strese elektrika iz vtičnice, steče skozi telo v tla tok 16 mA, pri čemer imamo obute čevlje z električno upornostjo 13 kΩ. Kolikšen tok pa bi stekel po nas, če bi bosi stali na mokrih tleh, ko lahko upornost med podplatoma in tlemi zanemarimo? Za izračun privzemite, da je napetost na vtičnici 220 V.

8. Ko je žarnica priključena na napetost 3 V, sveti z močjo 1 W. S kolikšno močjo sveti žarnica, ko jo priključimo na baterijo z gonilno napetostjo 4,5 V in notranjim uporom 2 Ω?

9. Upore $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 400\,\Omega$, $R_3 = 100\,\Omega$ in $R_4 = 300\,\Omega$ priključimo na napetost $U = 240$ V, kot kaže slika. Kolikšna je napetost na uporu R_2 in kolikšen tok teče skozi upora R_3 in R_4?



10. Dihanje lahko opazujemo z 90 cm dolgo prožno cevko, če jo napnemo okrog prsnega koša in napolnimo z nestisljivo prevodno mastjo. Za koliko se zmanjša električni tok v tej cevi, če ima neraztegnjena cev upornost 1000 Ω in se ob vdihu raztegne na 100 cm? Prostornina cevi se ne spremeni in je priključena na stalno napetost 1 V.

11. Skozi toplotno izolirano cev se pretoči vsako sekundo 1 liter vode. Za koliko se segreje voda v cevi, če je vanjo vgrajen grelec z upornostjo 10 Ω, ki je priključen na napetost 220 V?
($c_{\mathrm{p}} = 4200$ J/(kg K))

12. Ko strela udari v hrast, steče po njem tok 10000 A. Koliko toplote se pri tem sprosti v hrastu? Hrast je visok 7 m, ima premer 1 m, specifična električna upornost lesa pa je 2 Ωm. Strela traja približno desettisočinko sekunde.

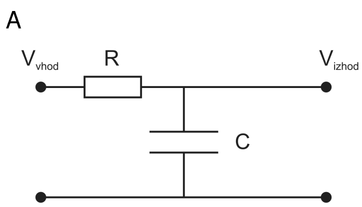
13. Na hišno električno napeljavo so priključeni: 100 W žarnica, 1800 W električna pečka in 350 W glasbeni ojačevalec.

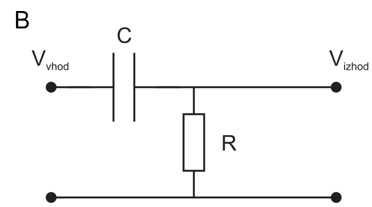
a) Ugotovite, ali so naprave na hišni napeljavi priključene vzporedno ali zaporedno? Ali bi bila drugačna vezava sploh smiselna?

b) Napeljava je priključena na 12 A varovalko. Ali bo varovalka pregorela, ko priključimo še 1200 W sušilec za lase?

14. Proizvajalec zagotavlja, da nek mobilni telefon omogoča 70 ur pogovora. Približno kolikšno moč oddaja ta telefon med pogovorom, če ima njegova baterija 1000 mAh naboja, napetost pa 3,6 V? Privzamemo, da se vsa moč med pogovorom porabi za prenos signala. (Obnašanje baterije se bistveno razlikuje od obnašanja kondenzatorja. Ko se prazni kondenzator, napetost na njem pada. Ko pa praznimo dobro baterijo, napetost na njej ostane vseskozi enaka, vse dokler ni baterija povsem prazna.)

15.* Katero vezje s slike deluje kot filter visokih frekvenc in katero kot filter nizkih frekvenc?





16. Srčni defibrilator ima kapaciteto 14 μF in shrani 250 J energije.

a) Kolikšna je največja napetost na defibrilatorju?

b) Ali bo ta defibrilator uspešno defibriliral srce, če je efektivna upornost telesa 10^4 Ω? (Če po telesu teče tok 1 mA, ga ravno še čutimo, 10 mA povzroči resno krčenje mišic, 70 mA pa fibrilacijo. Za defibrilacijo so potrebni vsaj 0,5 A tokovi.)

c) V kolišnem času se tok skozi telo zmanjša na polovico maksimalne vrednosti?

16.1. Prazen kondenzator priključimo na enosmerno napetost. V kolikšnem času bo napetost na kondenzatorju enaka 25 % maksimalne napetosti? V kolikšnem času pa bo na kondenzatorju 25 % energije, ki jo pri dani napetosti lahko sprejme? ($C = 100\,\mu$F, $R = 10^3$ Ω)

16.2. Kondenzator s kapaciteto 0,22 μF nabijemo na 600 V. Kolikšna je napetost po 7 sekundah in za koliko se pri tem spremeni energija kondenzatorja, če ga praznimo preko upora 36 MΩ?

17. Vrtljivemu kondenzatorju lahko z vrtenjem plošč spreminjamo kapaciteto od 100 pF do 5 pF. Pri maksimalni vrednosti kapacitete kondenzator nabijemo tako, da je potencialna razlika 50 V. Nato kondenzator odklopimo od električnega izvora. Kolikšna je potencialna razlika med ploščama in kolikšno delo moramo opraviti med vrtenjem plošč, če plošči zasučemo tako, da je kapaciteta minimalna?

18. Med zunanjostjo in notranjostjo neke celice je napetost 100 mV. Koliko ionov Na^+ steče v eni milisekundi skozi vsak natrijev ionski kanal, ki vodi skozi celično steno? Računajte, kot da membrana prevaja le ione Na^+, da ima 1 cm^2 površine membrane upor $5 \cdot 10^8\,\Omega$ in da je v membrani 10^4 kanalov/cm^2.

19. Iglo kompasa držimo s prstom izmaknjeno iz ravnovesne lege.

a) Najmanj kolikšna sila je potrebna, da je igla kompasa za 30° izmaknjena iz smeri Zemljinega magnetnega polja? Vodoravna komponenta gostote Zemljinega magnetnega polja je 22 μT, magnetni dipol igle je 54 J/T, njena dolžina je 3 cm, os vrtenja pa je na njeni sredini.

b) Kolikšna je ta sila v komori jedrske magnetne resonance, v kateri je gostota magnetnega polja 5 T?

20. Elektron se začne gibati v električnem polju z jakostjo 10^{-6} V/m. Po 0,1 s izključimo električno polje in vključimo magnetno polje z gostoto 0,3 mT pravokotno na smer električnega polja.

a) S kolikšno hitrostjo kroži elektron? ($m_{\mathrm{el}} = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg, $e_0 = 1{,}6 \times 10^{-19}$ As)

b) Kolikšen je polmer kroženja elektrona?

21. Pretok krvi lahko merijo tako, da merijo napetost nad žilno steno pravokotno na zunanje magnetno polje, v katerem je ta žila. Izračunajte hitrost, s katero teče kri po žili s premerom 1 cm, če je v zunanjem magnetnem polju 0,05 T izmerjena napetost 0,1 mV?

22. V posebnih primerih lahko merimo magnetno polje, ki je posledica električnih tokov znotraj celic. Poznamo določeno vrsto alg, ki ima zelo dolge in ozke celice. Njihov presek je 1 mm^2. V njih doseže intracelularni tok gostoto do 1 $\mu A/mm^2$. Ocenite magnetno polje, ki ga izmerimo z detektorjem, oddaljenim 5 cm od take celice.

5 Valovanje

1.^{L} Najnižja frekvenca zvoka, ki jo zazna človeško uho, je približno 20 Hz, najvišja pa 20000 Hz. Kolikšni sta ustrezni valovni dolžini zvoka v zraku? Hitrost zvoka v zraku je približno 330 m/s.

1.1. ^{L} Ultrazvok, ki ga uporabljajo pri ultrazvočnem slikanju, ima frekvenco približno 4 MHz. Kolikšna je valovna dolžina tega valovanja v tkivu, če je hitrost zvoka v tkivu 1500 m/s?

2. Hitrost ultrazvoka v telesu je 1500 m/s. Koliko valovnih dolžin tega valovanja je od površine kože do ciste, če je frekvenca ultrazvoka 3 MHz, ultrazvočno valovanje pa potuje do ciste in nazaj 80 μs?

2.1. V daljavi opazimo strelo, po 3 sekundah pa zaslišimo grmenje. Hitrost zvoka v zraku je 340 m/s, hitrost svetlobe v zraku pa $3 \cdot 10^8$ m/s.

a) ^{L} Kako daleč od nas je udarila strela?

b) Kolikšno napako smo naredili pri oceni razdalje, če nismo upoštevali hitrosti svetlobe?

c) Kolikšna je ta napaka, če razdaljo ocenjujemo po taborniško, po pravilu: "razdalja v kilometrih je število sekund, deljeno s 3"?

2.2. ^{P} Ultrazvočno slikanje temelji na zaznavi ultrazvočnih sunkov, ki se odbijejo od organov v telesu. Izračunajte, kako globoko v telesu je organ, od katerega odbiti sunek zaznamo po 100 μs, če je frekvenca valovanja 6 MHz. Hitrost ultrazvoka v telesu je približno 1500 m/s.

3. Valovanje frekvence 500/s se širi s hitrostjo 350 m/s. Kako daleč narazen sta točki, med katerima je fazni premik 60°?

4.^{P} Laser oddaja žarek, oziroma vzporeden snop svetlobe, z valovno dolžino 488 nm in presekom 0,5 mm^2. Moč laserja je 1 W. Kolikšna je gostota energijskega toka žarka na oddaljenosti 10 cm od laserja? ($h = 6{,}6\ 10^{-34}$ Js, $c = 3\ 10^8$ m/s)

5. Zelen in rdeč žarek svetlobe potujeta vzporedno skozi raztopino. Ob vstopu v raztopino imata oba žarka enako gostoto energijskega toka. Absorpcijski koeficient za zeleno svetlobo je 3/cm, za rdečo pa 5/cm.

a) Kolikšna je vstopna gostota energijskega toka žarkov, če je na razdalji 2 cm od začetka raztopine njena vrednost za zeleni žarek enaka 3 W/cm^2?

b) Na kateri razdalji od začetka raztopine je gostota energijskega toka rdečega žarka trikrat manjša od gostote energijskega toka zelenega žarka?

5.1. Z laserjem svetimo pravokotno na kožo. Presek laserskega žarka je 1 cm^2, gostota energijskega toka pa je 0,5 W/m^2.

a) ^{L} Kolikšen je energijski tok svetlobe na koži?

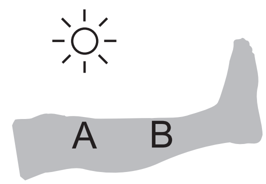
b) Kolikšen je absorpcijski koeficient kože, če je 0,3 cm globoko v koži gostota energijskega toka enaka 2 mW/m^2? Na koži se nič svetlobe ne odbije.

6. Pod mikroskopom opazujemo vzorec krvi. Vzorec osvetljujemo z majhno 100 W žarnico, ki je od vzorca oddaljena 5 cm. Koliko časa lahko opazujemo, preden temperatura vzorca naraste s 37 °C na 38 °C. Površina vzorca je 1 cm^2, masa vzorca je 1 g, specifična toplota krvi pa je 4200 J kg^{-1}K^{-1}. V vzorcu se absorbira 10 % energije, ki pade nanj.

6.1. S 100 W infrardečo žarnico ogrevamo 5 cm oddaljeno poškodovano nogo.

a) Kolikšna energija pade vsako sekundo na 1 cm^2 kože, ki je tik pod žarnico (točka A)?

b) Kolikšna energija pa pada na 1 cm^2 kože, ki je 7 cm stran od točke A (točka B)?



6.2. Opazovati želimo celice v celični kulturi. Za osvetljevanje uporabljamo 40 W žarnico, oddaljeno 4 cm od vzorca. Začetna temperatura v vzorcu je 36,8 °C. Celice ne prenašajo dobro visokih temperatur, zato opazovanje prekinemo, ko temperatura doseže 39 °C. Vzorec ima maso 0,5 g in površino 2 cm^2, njegova specifična toplota pa je 4200 J/(kg K). Privzamemo, da se vzorec med opazovanjem ne ohlaja in se v vzorcu absorbira 5 % vpadne svetlobe (energije).

a) Kolikšna je gostota energijskega toka (j) na vzorcu?

b) Kolikšno energijo prejme vzorec, preden doseže maksimalno dovoljeno temperaturo 39 °C?

c) Koliko časa lahko neprekinjeno opazujemo vzorec?

7. Z uklonsko mrežico s 1000 zarezami na milimeter opazujemo na 3 m oddaljenem zaslonu prvi red neonovega emisijskega spektra. Kolikšen je razmak med zelenima črtama z $\lambda = 533$ nm in $\lambda = 534$ nm? Svetloba pada pravokotno na mrežico, zaslon pa je mrežici vzporeden.

8.^{P} Povprečna frekvenca zvokov pri govorjenju je 1 kHz. Ocenite divergenčni kot za zvoke, ki prihajajo iz ust. Hitrost zvoka v zraku je približno 330 m/s.

9. Ultrazvočna sonda ima premer približno 1 cm, oddaja pa ultrazvočno valovanje s frekvenco 40 kHz.

a) Kolikšen je divergenčni kot? ($c = 330$ m/s)

b) S kolikšno frekvenco bi morala oddajati zvok taka sonda, da bi bil divergenčni kot enak 1°?

c) Kolikšna bi bila takrat dolžina bližnjega območja?

d) Izračunajte vrednosti od a) do c) še za primer, da se UZ širi v mehkem tkivu, kjer je njegova hitrost 1500 m/s?

10. Z ultrazvokom preiskujemo pacienta s sondo, ki oddaja vzporedne žarke.

a) Kolikšen je absorpcijski koeficient za UZ, če je gostota energijskega toka UZ tik pod površino 8 krat večja, kot je gostota energijskega toka UZ 2 cm globoko v telesu?

b) Kolikšna je amplituda valovanja 2 cm globoko v tkivu, če je njena velikost tik pod površino enaka 1 nm?

11. Zvok iz zvočnika z močjo 40 W se širi enakomerno na vse strani.

a) Kolikšna je gostota energijskega toka 5 m od zvočnika?

b) Kolikšen je nivo jakosti zvoka pri tej razdalji? ($j_0 = 10^{-12}$ W/m^2)

Lestvica glasnosti: 0 dB: meja slišnosti, 10 dB: šelestenje listja v gozdu, 20 dB: šepetanje, 60 dB: običajen govor na razdalji 1 m, 75 dB: šum na hrupni ulici, 90 dB: simfonični orkester igra forte, 100 db: sirena na razdalji 30 m, 110 dB: pnevmatično kladivo, 120 dB: prag bolečine, 140 dB: reaktivno letalo na razdalji 30 m.

11.1. Letalo na višini 2,8 km povzroči na zemeljski površini hrup 50 dB. Izračunajte, kako glasno se zdi poslušalcu na zemlji to letalo med vzletom, ko leti na višini 100 metrov in delujejo njegovi motorji štirikrat močneje kot med navadnim poletom. Izgube v zraku zanemarimo.

12. S kolikšno močjo vpije človek, ki ga ravno še slišimo na razdalji 1 km? Absorpcijski koeficient za zvok v zraku je $5 \cdot 10^{-4}$/m.

12.1. Zvočniki na koncertu popularne glasbe imajo moč 5000 W.

a) Kako blizu odra še lahko stojimo, ne da bi nas ob koncertu bolela ušesa (nivo jakosti $\sim$ 120 dB)?

b) Kolikšen je nivo jakosti glasbe na oddaljenosti 5 km, če je absorpcijski koeficient za zvok v vlažnem zraku $2 \cdot 10^{-3}$/m?

13.^{*P} Kolikšne so najmanjše amplitude valovanja, ki jih uho še zazna pri frekvenci 1 kHz? ($j_0 = 10^{-12}$ W/m^2, $\rho = 1{,}2$ kg/m^3, $c = 333$ m/s, $\kappa = 1{,}4$)

14. Ultrazvočna sonda odda zelo raven ultrazvočni sunek proti organu, ki je 4 cm globoko v telesu.

a) Kolikšna je razpolovna debelina za ultrazvok v telesu, če se jakost ultrazvoka na poti od sonde do organa zmanjša za 90 %?

b) Za koliko decibelov je manjši nivo jakosti ultrazvoka, ki pride nazaj do sonde, če se na organu odbije 5 % jakosti ultrazvoka, ki doseže organ?

14.1. Gostota energijskega toka ultrazvoka, ki ga oddaja izvor, je 1 W/m^2, gostota energijskega toka, ki pride do ciste, pa je 0,2 W/m^2. Kolikšna je gostota energijskega toka, ki se vrne do senzorja, če se na cisti odbije 10 % gostote toka?

14.2. Z ultrazvokom slikamo organ, ki je 5 cm globoko v telesu. Hitrost ultrazvoka je 1500 m/s.

a) ^{L} Kolikšna mora biti frekvenca ultrazvoka v MHz, če za slikanje potrebujemo valovno dolžino 0,4 mm?

b) Kolikšna je razpolovna debelina za ultrazvok v tkivu, če ultrazvočna sonda zazna odboj, katerega nivo jakosti je 44 dB šibkejši od nivoja jakosti oddanega sunka? Na organu se odbije 0,4 % vpadne jakosti ultrazvoka.

15. Z ultrazvokom preiskujemo jetra. Privzemimo, da potuje ultrazvočno valovanje najprej po homogenem mehkem tkivu, potem po jetrih in nato po mišici. Hitrost valovanja v mehkem tkivu je 1540 m/s, v jetrih 1550 m/s, in v mišicah 1580 m/s. Gostota mehkega tkiva je 1058 kg/m^3, jeter 1058 kg/m^3 in mišic 1076 kg/m^3.

a) Koliko so oddaljena jetra od površine in kolikšna je njihova debelina, če v sondi zaznamo prvi odboj po 0,15 ms in drugega po 0,25 ms?

b) Kolikšen delež gostote energijskega toka se odbije pri vstopu v jetra in kolikšen pri izstopu iz njih?

16.^{P} Ko je temperatura zraka 35°C, je osnovna frekvenca zvoka v sluhovodu 3,7 kHz. Kolikšna je osnovna frekvenca zvoka v sluhovodu, ko pade temperatura zraka na -10 °C? Dolžina sluhovoda je 2,4 cm, zrak pa je v povprečju dvoatomen.

17.* Ultrazvok s frekvenco 2 MHz potuje skozi materino telo in se odbije od stene srca nerojenega otroka. V seštevku vpadnega in odbitega valovanja je zaznati tudi frekvenco 160/min (t.i. *frekvenco utripanja*). Hitrost zvoka v materinem in otrokovem telesu je 1500 m/s. Kolikšna je hitrost gibanja stene otrokovega srca?

18. Svetloba potuje po optičnem vodniku, kjer je lomni količnik enak 1,4.

a) ^{L} Kolikšna je hitrost svetlobe v optičnem vodniku ($c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s)?

b) Kolikšen je lomni količnik plasti, ki obdaja optični vodnik, če je mejni kot, pri katerem pride do totalnega odboja, enak 75°?

c) Kolikšen je delež svetlobe, ki se absorbira na ravnem optičnem vodniku dolžine 1 m, če je razpolovna dolžina za absorpcijo svetlobe 1 km?

18.1. Kolikšen je lomni kot žarka, ki vpada pod kotom 10° iz optično gostejše snovi v optično redkejšo, kjer je hitrost svetlobe dvakrat večja?

18.2. * Na površini olja z lomnim količnikom 7/5 je steklena planparalelna plošča z lomnim količnikom 1,46. Nad ploščo je zrak. Pod kolikšnim najmanjšim vpadnim kotom mora svetlobni žarek pasti na mejno ploskev olje-steklo (žarek prihaja iz olja), da se na mejni ploskvi steklo-zrak totalno odbije? Lomni količnik zraka je približno 1.

19. Majhno svetilo visi 3 m nad mizo. Gostota svetlobnega toka na mizi točno pod svetilom je 0,5 W/m^2. Med svetilo in mizo postavimo 1 m nad mizo lečo s premerom 10 cm tako, da nastane na mizi enakomerno osvetljena okrogla ploskev s premerom 1 cm. Kolikšna je gostota svetlobnega toka na tej ploskvi?

20.^{L} Kolikšna je energija fotonov EM valovanja s frekvenco 89,3 MHz, izražena v eV? ($h = 6{,}6\ 10^{-34}$ Js, $e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, $hc = 1240$ eVnm, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

20.1. ^{L} Primerjajte energijo fotona vijolične svetlobe z valovno dolžino $\lambda = 400$ nm in energijo fotona rdeče svetlobe z valovno dolžino $\lambda = 700$ nm. Katera energija je višja? Izrazite razliko energij v joulih [J] in v elektronvoltih [eV].($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js, c = 3 $\cdot$ 10^8 m/s)

20.2. Izračunajte energijo konformacijske spremembe, ki jo doživi molekula človeškega vidnega pigmenta rodopsina po absorpciji svetlobe, kadar absorbira fotone z valovno dolžino 498 nm. ($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js)

20.3. Ali lahko elektromagnetno sevanje mobilnih telefonov s frekvenco 1800 MHz ionizira molekulo DNK, katere ionizacijska energija je približno 4 eV?

20.4. Da se kisikova molekula razcepi v atome kisika, je potrebnih približno 5 eV energije. Izračunajte, kolikšno največjo valovno dolžino ima lahko foton, da še razcepi O_2. ($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js)

21. Koliko dela moramo opraviti, da ioniziramo vodikov atom, ki je v stanju, ki ga označujemo s kvantnim številom n = 3? Ionizacijska energija za vodikov atom je 13,6 eV.

21.1. Približno kolikokrat je valovna dolžina fotona, ki nastane pri preskoku elektrona v enoelektronskem atomu (ionu) iz energijskega stanja s kvantnim številom n = 4 na energijsko stanje s kvantnim številom n = 3, večja od valovne dolžine fotona, ki nastane pri preskoku elektrona iz energijskega stanja s kvantnim številom n = 4 na energijsko stanje s kvantnim številom n = 2?

21.2. Kolikšna je valovna dolžina svetlobe, ki jo izseva enkrat ioniziran He pri prehodu iz vzbujenega stanja s kvantnim številom n = 3 v osnovno stanje? ($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js, $W_{\mathrm{i\ vodik}} = 13{,}6$ eV)

21.3. Pri analizi emisijskega spektra vodika dobimo črto modro zelene barve, ki nastane zaradi prehodov elektronov z energijskega stanja s kvantnim številom $n = 4$ na energijsko stanje s kvantnim številom $n = 2$. (Pri tem je ionizacijska energija vodika $W_0 = 13{,}6$ eV, Planckova konstanta pa $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js)

a) Kakšna je valovna dolžina izsevanih fotonov ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)?

b) Če svetlobo pošljemo skozi uklonsko mrežico, je na 1 m oddaljenem zaslonu ta črta prvega uklonskega reda 34 cm oddaljena od veznice med uklonsko mrežico in zaslonom. Kolikšna je razdalja med sosednjima režama v uklonski mrežici?

22. Minimalna frekvenca svetlobe, ki povzroča fotoefekt pri natriju, je $4{,}4 \cdot 10^{14}$/s. Kolikšna kinetična energija izbitih elektronov, če natrij osvetlimo s svetlobo valovne dolžine 560 nm? ($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js)

22.1. Mejna valovna dolžina za fotoefekt v kaliju je 550 nm. Kolikšna je hitrost elektronov izbitih pri fotoefektu na kaliju, če nanj svetimo s svetlobo z valovno dolžino 400 nm? ($hc = 1240$ eV nm, $m_{\mathrm{e}}c^2 = 511$ keV)

6 Optika

1. Oko opišemo kot optični sistem, kjer pri preslikavi predmeta skozi zbiralno lečo z dano goriščno razdaljo nastane ostra slika tega predmeta na mrežnici. Dejansko se svetloba lomi na roženici in leči. Ker sta blizu skupaj, ju lahko obravnavamo kot eno lečo.

a) Kolikšna je goriščna razdalja očesa pri branju na razdalji 25 cm, če je razdalja od leče do mrežnice 1,7 cm?

b) Koliko je v tem primeru lomnost očesa (dioptrija)?

c) Kako velika je slika črk na mrežnici, če so na papirju velike 5 mm?

2. Kratkovidna oseba ne vidi ostro predmetov, ki so od nje oddaljeni več kot 50 cm. Očala s kolikšno lomnostjo leč (dioptrijo) bi težave odpravila?

2.1. Oko ne more izostriti slik predmetov, ki so oddaljeni manj kot 60 cm. Ocenite lomnost leč očal, ki bi omogočala, da se izostri slike predmetov, ki so na normalni zorni razdalji 25 cm.

2.2. Daljnovidna oseba nosi očala z lomnostjo 2 D, tako da lahko vidi ostro predmete, oddaljene vsaj 25 cm. Kolikšna je najmanjša razdalja, pri kateri lahko ta oseba še vidi ostro, ko ne nosi očal?

2.3. Kolikšna naj bo lomnost leče očal za osebo, ki ne vidi ostro predmetov na razdalji, večji od 35 cm,

a) da bo dobro videla na računalniški zaslon, oddaljen 75 cm?

b) da bo videla ostro zelo oddaljene predmete (5 m)?

3. S prostim očesom lahko na 2 m oddaljeni sliki ravno še ločimo detajle, ki so veliki 3 mm. Kako majhne detajle lahko ločimo na sliki, ki je od nas oddaljena za normalno zorno razdaljo ($x_0 = 25$ cm)? Vidimo dobro tako na daleč, kot blizu.

3.1. Pri dobri osvetlitvi na sliki, ki je od očesa oddaljena 25 cm, ravno še vidimo podrobnosti, velike 0,15 mm. Oko lahko izostri sliko (akomodira) na vseh razdaljah, večjih od 20 cm.

a) Kako velike podrobnosti ravno še vidimo na plakatu, ki je od nas oddaljen 6 m?

b) Kako velike podrobnosti bi videli na plakatu pri slabi svetlobi, če vemo, da so fotoreceptorji paličice med seboj približno tri-krat bolj oddaljene kot čepki?

4. Naslednje nalogo rešujete pri privzetku, da so očesna leča in ostali deli očesa, ki prispevajo k lomu svetlobe, tanki. Poleg tega privzamete, da so čepki zelo majhne velikosti. Zanemarimo tudi uklon svetlobe na zenici.
Daljnoviden človek vidi ostro predmete, ki so na razdalji od očesa več kot 2 m.

a) Kje nastane slika, ko človek bere določeno besedilo na razdalji 1 m? Razdalja med sredino leče in mrežnico je enaka 17 mm?

b) Ko prižgemo luč, se človeku zaradi večjega svetlobnega toka premer zenice zmanjša za 20 %. Pri kolikšni razdalji lahko človek sedaj bere isto besedilo, če ga je pri ugasnjeni luči na razdalji 1 m ravno še lahko bral?

c) Pri kolikšni razdalji ta človek še lahko bere 50 % večje črke, če luči ne prižgemo?

d) Koliko čepkov zajame lisa na mrežnici, ki nastane zaradi preslikave določene točke na črki, ko človek bere na 1 m razdalje, če luči ne prižgemo? Premer zenice je 3 mm, gostota čepkov na rumeni pegi pa je $14000/\text{mm}^2$.

5. Optični mikroskop ima 200× povečavo, dolžina tubusa (e) pa je 160 mm. Povečava okularja, ki ima v goriščni ravnini vgrajeno merilce, je 10×. Numerična apertura objektiva je 0,25. Objektiv ni imerzijski. Normalna zorna razdalja je 25 cm.

a) Kako daleč pred objektiv moramo postaviti predmet, da ga vidimo ostro hkrati z merilno mrežico?

b) Koliko narazen so črtice na merilcu, če razdalja med sosednjima črticama predstavlja 100 μm na vzorcu?

c) Pod kakšnim zornim kotom vidimo razdaljo med dvema sosednjima črticama na merilcu?

d) Koliko je radij leče objektiva?

e) Koliko je teoretična ločljivost mikroskopa za zeleno svetlobo z valovno dolžino 550 nm?

5.1. Goriščna razdalja objektiva nekega mikroskopa je 0,5 cm, goriščna razdalja okularja pa je 3 cm. Razdalja med lečama je 8 cm.

a) Kam moraš postaviti predmet, da dobiš sliko v neskončnosti?

b) Pod kolikšnim zornim kotom vidimo predmet skozi okular, če je velikost predmeta 2 mm?

5.2. Objektiv in okular mikroskopa sta oddaljena za 20 cm, goriščna razdalja objektiva je 4 mm, goriščna razdalja okularja pa je 12,5 mm. Kolikšna je razdalja predmeta od objektiva in kolikšna je povečava mikroskopa?

5.3. Na optični klopi sestavimo model mikroskopa. Goriščna razdalja objektiva je 4 cm, goriščna razdalja okularja pa 10 cm.

a) Kolikšna mora biti razdalja med objektivom in okularjem, če je opazovani predmet od objektiva oddaljen 5 cm?

b) Kolikšna je v tem primeru povečava mikroskopa?

5.4. ^{P} Pri mikroskopu je goriščna razdalja objektiva 0,5 cm, goriščna razdalja okularja je 2 cm, razdalja med objektivom in okularjem pa je 15 cm. Razdalja predmeta od objektiva je 0,52 cm. Normalna zorna razdalja je 25 cm. Kolikšna je povečava mikroskopa?

6. Mikroskopski vzorec je osvetljen s svetlobo z valovno dolžino 550 nm. Opazujemo ga z objektivom, ki ima numerično aperturo 0,65. Podatki za oko so pri nalogi 3.1.

a) Koliko narazen morata biti dve točki na vzorcu, da ju mikroskop preslika kot ločeni točki?

b) Kolikšna mora biti najmanj povečava mikroskopa, da bomo ti dve točki tudi videli ločeni?

7. Dve tanki leči z goriščnima razdaljama 20 cm in 4 cm sta na isti osi. Predmet je 30 cm pred prvo lečo. Koliko narazen sta leči, če je slika za drugo lečo pokončna (neobrnjena), realna in enako velika kot predmet?

7 Slikovne metode

1. Pospeševalna napetost v rentgenski cevi je 150 kV.

a) Kolikšna je minimalna valovna dolžina rentgenske svetlobe, ki jo oddaja ta cev ($hc = 1240$ eV nm)?

b) Kolikšno moč seva ta rentgenska cev, če je njen izkoristek 1 %, njen katodni tok pa 20 mA?

c) Kolikšen bo energijski tok 10 cm globoko v tkivu, katerega razpolovna debelina za te žarke je 15 cm? Predpostavite, da so žarki vzporedni.

1.1. V rentgenski cevi je anoda na razdalji 4 cm od žareče katode. Med njima je napetost 40 kV. Vrednost osnovnega naboja je $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, mase elektrona je $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, produkta Planckove konstante in svetlobne hitrosti pa je 1240 eVnm.

a) Kolikšna je minimalna valovna dolžina rentgenskih žarkov, če je lahko največja energija fotona enaka energiji elektrona?

b) Kolikšna je povprečna električna poljska jakost med elektrodama?

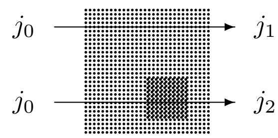
1.2. Rentgenska cev seva žarke z valovnimi dolžinami, večjimi kot 6 pm. ($hc =$ 1240 eVnm, $e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As)

a) Kako visoka je pospeševalna napetost?

b) Koliko fotonov z maksimalno energijo izseva cev v eni desetinki sekunde, če je izsevana moč teh fotonov enaka 0,1 W?

2. Z rentgenskimi žarki slikamo peto debeline 5 cm, pri čemer pride skozi ta del 30 % vpadne gostote energijskega toka. Ko pa jo slikamo pri drugi valovni dolžini, pride skozi 25 % vpadne gostote energijskega toka. Kolikšna je razlika med absorpcijskima koeficientoma?

3. Z vzporednim snopom svetlobe posvetimo skozi telo z absorpcijskim koeficientom $\mu_1 = 1{,}72/\mathrm{m}$, del žarkov pa mora prodreti skozi gostejši del tega telesa, kjer je absorpcijski koeficient $\mu_2 = 4{,}5/\mathrm{m}$. Kako dolg je gostejši del, če je razmerje gostot svetlobnih tokov $j_2/j_1 = 0{,}9$?



3.1. Z vzporednim snopom rentgenskih žarkov preiskujemo testno telo (fantom), ki predstavlja poenostavljeno rezino človeškega telesa s tumorjem. Dolžina, skozi katero potujejo vzporedni rentgenski žarki, je 30 cm. Prvi žarek potuje najprej skozi 15 cm snovi z absorpcijskim koeficientom $\mu_1 = 1{,}5/\mathrm{m}$, potem pa skozi gostejši del tega telesa, kjer je absorpcijski koeficient $\mu_2 = 4/\mathrm{m}$. Sosednji žarek pa potuje najprej skozi 18 cm snovi z absorpcijskim koeficientom $\mu_1 = 1{,}5/\mathrm{m}$, potem pa 2 cm skozi snov z neznanim absorpcijskim koeficientom (npr. tumor z dodanim kontrastnim sredstvom) in nato skozi gostejši del telesa, kjer je absorpcijski koeficient $\mu_2 = 4/\mathrm{m}$.

a) Izračunajte, kolikšen je neznani absorpcijski koeficient, če je izmerjena gostota svetlobnega toka j_1 na drugi strani organa 10 % večja, kot je izmerjena gostota svetlobnega toka j_2!

b) Kolikšna je potem razpolovna debelina te snovi (npr. markiranega tumorja)?

c) Skicirajte pasova v rezini, skozi katera potujeta žarka in s puščico označite „tumor". Stopnjo sivin naj določajo velikosti absorpcijskih koeficientov.

4. Resonančna (Larmorjeva) frekvenca, ki je pri slikanju z magnetno resonanco potrebna za vzbujanje vodikovih jeder, je pri uporabljenem tomografu enaka 64 MHz. Giromagnetno razmerje vodikovih jeder (γ) je 267,5 MHz/T, fosforjevih pa 108,3 MHz/T.

a) Kolikšna je gostota magnetnega polja v tomografu?

b) Katero frekvenco moramo nastaviti pri tem tomografu, če hočemo opazovati jedra fosforja?

4.1. V bolnišnici je MR tomograf z gostoto magnetnega polja 2 T. Giromagnetno razmerje vodikovih jeder (γ) je 267,5 MHz/T, ogljikovih pa 67,3 MHz/T.

a) Kolikšna je resonančna frekvenca, če za slikaje uporabljamo vodikova jedra?

b) Kolikšna bi bila resonančna frekvenca, če bi hoteli za slikanje uporaviti jedra ogljikovega izotopa (C-13)?

5. S tomografom z gostoto magnetnega polja 2 T preiskujemo dve tkivi, ki imata enako gostoto vodikovih jeder in enak spinsko-mrežni relaksacijski čas (T_1). Spinsko-spinski relaksacijski čas prvega tkiva je 10 ms, drugega pa 70 ms. Slikamo pri dveh časih spinskega odmeva, ki sta enaka 5 ms in 20 ms. Pri izračunu upoštevajte, da bi bil pri TE = 0 ms signal spinskega odmeva enak 10 V.

a) Kolikšna je razlika med signaloma iz obeh tkiv pri TE = 5 ms? In kolikšna pri TE = 20 ms? Kateri čas spinskega odmeva bi izbrali za slikanje, da bi bil na sliki večji kontrast med tkivoma?

b) Kolikšno pa je razmerje med signaloma iz obeh tkiv pri TE = 5 ms? In kolikšno pri TE = 20 ms? Kateri čas spinskega odmeva bi izbrali za slikanje, da bi bil na sliki večji kontrast med tkivoma?

c) Ali ste v obeh primerih izbrali isti čas spinskega odmeva? Zakaj?

6. Pri slikanju glave v tomografu pacient leži na hrbtu. Gradient magnetnega polja za to slikanje nastavijo na 25 mT/m. Gostota magnetnega polja zaradi gradienta narašča v smeri veznice med ušesoma. Gostota magnetnega polja na sredini glave je 2 T. Opazujemo vodikova jedra z giromagnetnim razmerjem (γ) 267,5 MHz/T.

a) Kolikšna je razlika v gostoti magnetnega polja med levim in desnim ušesom? Razdalja med ušesoma je 15 cm.

b) Kolikšna pa bi bila razlika v resonančni frekvenci, s katero se vzbudijo vodikova jedra v levem in desnem ušesu?

8 Nuklearna medicina

1.^{L} Kolikšna je aktivnost vzorca z izotopom kalija, če v minuti povprečno razpade 60 jeder?

2. V kolikšnem času razpade 10 % torija, katerega razpolovni čas je $1{,}4 \cdot 10^{10}$ let?

3. Izračunajte aktivnost 1g radija 226 (^{226}Ra). Razpolovni čas ^{226}Ra je 1620 let. ($N_A = 6 \cdot 10^{26}$/kmol)

4. Kolikšno najmanjšo maso izvora ^{60}Co moramo zagotoviti, če naj bo začetna aktivnost vzorca $5 \cdot 10^8$ Bq? Koliko časa bomo ta vzorec lahko uporabljali, če za obsevanje potrebujemo izvor z aktivnostjo vsaj $2 \cdot 10^8$ Bq? Razpolovni čas radioaktivnega ^{60}Co je 5,3 let. (Avogadrovo število $N_A = 6 \cdot 10^{23}$/mol).

4.1. Za obsevanje potrebujemo radioaktivni izvor z aktivnostjo vsaj 10^8 Bq. Kolikšna mora biti aktivnost izvora ob dobavi, če ga nameravamo uporabljati dva meseca? Razpolovni čas radioaktivnega izotopa v izvoru je 5 mesecev.

4.2. Specifična aktivnost odmrlega organizma je zaradi radioaktivnega ^{14}C deset razpadov v minuti na gram snovi. Obenem pa je specifična aktivnost živega organizma dvanajst razpadov v minuti na gram snovi. Približno pred kolikšnim časom je organizem odmrl? Razpolovni čas ^{14}C je 5570 let.

5. Bolniku vbrizgamo $5 \cdot 10^{-6}$ m^3 krvi, zaznamovane z radioaktivnim fosforjem (^{32}P). Aktivnost je 10^4 Bq. Ko se kri dobro premeša, izmerimo v enako velikem vzorcu aktivnost le še 10 Bq.

a) Koliko krvi ima bolnik?

b) Kolikšno aktivnost bi izmerili v takšnem vzorcu, ki ga odvzamemo po 10 dneh, če je razpolovni čas ^{32}P 14,3 dni in se medtem izloči 75 % fosforja?

5.1. Pacientu v kri vbrizgamo 3 ml radioaktivnega vzorca z aktivnostjo $1{,}2 \cdot 10^5$ Bq in z razpolovnim časom 7 dni. Počakamo pol ure, da se vzorec dobro porazdeli po krvi, nakar izmerimo aktivnost 1 ml krvi, ki je 30 Bq. Koliko krvi ima pacient?

6. Pri zdravljenju hipertiroze (prevelikega delovanja ščitnice) pacient v obliki tablete poje radioaktivni izotop joda I-131, pri čemer se v ščitnico vgradi približno 50 % zaužitega joda, ostalo pa se z urinom hitro izloči iz telesa.

a) Če je aktivnost joda v pacientu večja od 150 MBq, mora biti pacient v karanteni. Koliko dni mora biti v karanteni pacient, ki je prejel odmerek joda z aktivnostjo 500 MBq? Razpolovni čas I-131 je 8 dni.

b) Jod I-131 ob razpadu oddaja delce β^-, katerih povprečna energija je 183 keV. Kolikšno dozo prejme ščitnica v prvih 7 dneh po zaužitju radioaktivnega joda? Masa ščitnice je 50 g. ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As)

6.1. Pacient popije 4 mL radioaktivne tekočine s specifično aktivnostjo 600 Bq/mL. Razpolovni čas za radioaktivni tehnecij (^{99}Tc) je 6 ur.

a) Kolikšna je aktivnost snovi v pacientu po 9 urah, če vemo, da se je v tem času že izločilo 15 % radioaktivne snovi iz telesa?

b) Kolikšna je začetna masa radioaktivne snovi v telesu ($N_A = 6 \cdot 10^{23}$/mol)?

6.2. Vzorec radioaktivnega fosforja 32 (^{32}P) ima aktivnost 10^9 Bq. Razpolovni čas fosforja 32 je 14,3 dni.

a) Koliko molov fosforja 32 vsebuje vzorec?

b) Kolikšna je masa tega vzorca?

c) Po kolikšnem času pade število jeder fosforja 32 na eno četrtino?

d) Koliko časa je ta vzorec primeren za uporabo pri preiskavah, če mora biti aktivnost vsaj 10^8 Bq?

7. Med obsevanjem z izotopom ^{60}Co je bila na globini 1 cm pod kožo prejeta doza 1 Gy. Poenostavljeno predpostavite, da pada doza z globino eksponentno in da je absorpcijski količnik za te žarke 3,1/m. Kolikšna je prejeta doza na globini 3 cm pod kožo?

7.1. Z vzporednim snopom žarkov γ smo obsevali pacienta, da je na globini 2 cm pod kožo dobil dozo 10 mGy. Kolikšno dozo je dobil 5 cm globoko v telesu, če je razpolovna debelina za žarke γ 22 cm? Predpostavite, da je tkivo homogeno.

8. Z β^- sevalcem, ki na vse strani seva elektrone z energijo 1,2 MeV, obsevamo površinski tumor. Aktivnost izvora je 50 MBq. Elektroni imajo v tkivu zelo kratek doseg, tako da je njihova absorpcija v tkivu 100%.

a) Ocenite absorbirano dozo, ki jo v eni uri prejme tumor, če je tumor tako blizu sevalca, da ga zadene 40% izsevanih žarkov. Masa tumorja je 30 g. $1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

b) Ocenite še, kolikšen delež žarkov zadene tumor in izračunajte absorbirano dozo, če je tumor od sevalca oddaljen 10 cm. Površina tumorja je 2 cm^2. Absorpcijo elektronov v zraku zanemarite.

9.^{P} Pri brahiterapiji vstavijo vir sevanja v sam tumor ali v njegovo neposredno bližino. Kot radioaktivni izvor se uporablja tudi izotop zlata ^{198}Au, ki ima razpolovni čas 2,7 dneva.

a) Kolikšno maso tega izotopa potrebujemo za aktivnost $3 \cdot 10^{10}$ Bq? ($N_A = 6 \cdot 10^{23}$ /mol)

b) Kolikšno dozo dobi bolnik pri obsevanju pljučnega tumorja mase 10 g v 1 min, če predpostavimo, da se vsi izsevani delci iz tega vzorca zlata absorbirajo v tumorju? Izotop zlata seva delce β^- z energijo 0,96 MeV. ($e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As)

10. Za obsevanje tumorjev se uporablja tudi izotop ^{223}Ra z razpolovnim časom 11,4 dni, ki v verigi štirih hitrih razpadov α s skupno energijo 27,5 MeV razpade do stabilnega svinca ^{207}Pb. Izračunajte dozo, ki jo prejme površinski tumor z maso 50 g, če je bil trideset minut obsevan s sevalcem, ki je vseboval $2 \cdot 10^{-13}$ kg Ra, in je tumor prejel v povprečju 25 % izsevanih delcev α.

10.1. Pacienta obsevamo z radioaktivnim sevalcem žarkov γ z aktivnostjo 40 MBq in z energijo 1,2 MeV. Koliko joule-ov energije se absorbira v tumorju v eni minuti, če se v njem absorbira petina vseh žarkov? Izračunajte prejeto dozo, če je masa tumorja 30 g!

11. Izračunajte, kolikšna energija se sprosti pri jedrski reakciji ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$. ($m_{{}^{7}_{3}\mathrm{Li}} = 7{,}016928$ u, $m_{{}^{1}_{1}\mathrm{H}} = 1{,}007825$ u, $m_{{}^{4}_{2}\mathrm{He}} = 4{,}002602$ u)

Namigi

Uvodne naloge

1 Povprečna gostota je celotna masa, deljena s celotno prostornino. Zrak ima manjšo gostoto.

2 a) Ob predpostavki, da sta obliki telesa enaki, lahko površino telesa izrazimo kot $S = kh^2$, kjer je k poljuben sorazmernostni koeficient. V razmerju se ta koeficient krajša in je razmerje površin enako razmerju med kvadratoma višin. b) Obe površini izračunamo po formuli. Ker je razmerje površin drugačno kot v prejšnji nalogi, lahko sklepamo, da sta obliki različni.

3 Za hitro preračunavanje volumnov: 1 dm^3 = 1 l, 1 cm^3 = 1 ml, 1 mm^3 = 1 μl.

3.1 Ustrezno število kapljic/eritrocitov dobimo, če celotni volumen delimo z volumnom posamezne kapljice/eritrocita, $N = V/V_1$.

3.2 Najprej izračunamo, koliko molov vode je v študentu, nato pa se spomnimo, da je v vsakem molu N_A molekul vode, v vsaki molekuli vode pa so trije atomi.

4 Molarna koncentracija pove, koliko molov topljenca (n) je v litru raztopine. Koncentracija je v ravnovesju povsod enaka, torej velja $c_i = n_i/V_i$, kjer V_i označuje volumen raztopine. V 1 molu je $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ molekul, torej vsaki molekuli "pripada" $V_1 = 1\ \mathrm{l}/(nN_A)$ volumna. Če za oceno predpostavimo, da je ta volumen kocka, povprečno razdaljo med molekulama (a) dobimo iz $a^3 = V_1$. V tem primeru ima vsaka molekula 4 sosede na razdalji a: 11,84 nm (118,4 nm, 1184 nm) in 4 sosede na razdalji $a\sqrt{2}$: 16,74 nm (167,4 nm, 1674 nm), kar v povprečju da 14,29 nm (142,9 nm, 1429 nm). Bolj natančna je ocena z najgostejšim skladom, kjer ima vsaka molekula 12 najbližjih sosed, ki pa so vse enako oddaljene: 12,38 nm (123,8 nm, 1238 nm). Pri zraku je potrebno ugotoviti, koliko molekul/molov je v enoti volumna zraka. To lahko ocenimo iz gostote zraka in povprečne molske mase zraka - poiščite podatke na spletu ali iz splošne plinske enačbe.

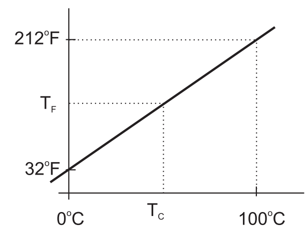
5 a) Hitrost/frekvenca dihanja je konstantna $V_1/t_1 = V_2/t_2$. b) V vdihani mešanici je kisik iz zraka in dodani kisik. Najlažje je izračunati volumne za eno minuto: v minuti predihamo 6 L (12 x 0,5 L) mešanice, 1 L od tega je čisti kisik. Torej je kisika 1 L $+ 0{,}21 \cdot 5$ L.

5.1 Minutni volumen je isto kot pretok, le da je čas izražen v minutah: $\Phi = V/t$.

6 Ker je življenjska doba eritrocitov 120 dni, se jih mora vsak dan obnoviti ena stodvajsetina, vsako sekundo pa torej $\frac{1}{120 \times 60 \times 60 \times 24}$.

6.1 Za a) in b) glej nalogo 6. Pri vprašanju c) je treba odgovoriti na vprašanje, koliko se jih je rodilo po cepljenju?

7 Sklepni račun deluje le v primeru, ko sta količini linearno odvisni in *obe hkrati enaki nič* (npr. če bi bilo 0 °C enako kot 0 °F), zato pri našem problemu križni račun ne pomaga. Ker je temperatura v Fahrenheitih T_F linearno odvisna od temperature v stopinjah Celzija T_C, ju povezuje enačba premice $T_F = k \times T_C + A$. Če si to odvisnost narišemo, hitro vidimo, da je vrednost konstante A enaka 32 °F, vrednost naklona premice k pa je $k = \frac{212\text{ °F}-32\text{ °F}}{100\text{ °C}-0\text{°C}} = 1{,}8$ °F/°C. Enačba, po kateri pretvarjamo Celzije v Fahrenheite, je torej $T_F = 1{,}8$ °F/°C $\times T_C + 32$ °F.



7.1 Dojenček tehta $6 \times 453{,}6$ g $+ 11 \times 28{,}35$ g $= 3033$ g.

7.2 Najlažje je v zapisu vsako enoto zamenjati z ustrezno količino novih enot.

8 Pri hitrosti 4 m/s potrebuje za maraton $t = s/v = 10550$ s, kar je 175,83 min. V tem času bi porabil 703 g sladkorja. Pri tem tempu zmanjka torej cca 3 g sladkorja oziroma za 45 sekund oziroma za 180 m proge.

9 Po razmisleku ugotovimo, da naraščanje števila celic v celični kulturi opisuje enačba $N = N_0 2^{\frac{t}{t_2}}$, kjer je N_0 število celic na začetku, t_2 pa njihov delitveni čas (npr.: ko poteče dvakrat delitveni čas, $t = 2t_2$, bo število celic $2^{\frac{2t_2}{t_2}} = 2^2 = 4$ krat večje kot na začetku). Čas, v katerem se število podeseteri, izračunamo, ko v to enačbo vstavimo $N = 10N_0$: $10N_0 = N_0 2^{\frac{t}{t_2}} \;\Rightarrow\; 10 = 2^{\frac{t}{t_2}} \;\Rightarrow\; \log_{10} 10 = \frac{t}{t_2} \log_{10} 2 \;\Rightarrow\; t = t_2 \frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 2} = t_2 \frac{1}{0{,}3} = 1{,}5 \text{ d} \times 3{,}3 = 5 \text{ d}$. Pri tem se je število celic na začetku N_0 pokrajšalo, pomagali pa smo si tudi z logaritmiranjem. Ali znamo sedaj na pamet izračunati čas, v katerem se število celic postoteri in potisočeri?

10 Uporabimo logaritmiranje s primerno osnovo.

Mehanika

1 Ko je skakalec v zraku, lahko njegov let obravnavamo kot navpični met. Čas v zraku je čas dviga in čas padanja (med seboj sta enaka). Razdalja pri prostem padu je h=gt^2/2. Posnetek skoka si lahko ogledate na https://www.youtube.com/watch?v=AVmi6gjMdvs

2 Se gibalna količina ohranja? Če se, uporabi zakon o ohranitvi gibalne količine! Kaj pa energija, se ta ohranja?

3 Če se spuščamo (padamo) s pospeškom g, je sila na podlago 0.

4 Med mečkanjem avtomobila se težišče avtomobila enakomerno pojemajoče ustavlja. Bolj ko se avtomobil zmečka, daljša je pot ustavljanja. Poznamo torej pot ustavljanja in začetno hitrost. Glej namig k nalogi 15b. b) Masa 80 kg se je ustavljala s pospeškom, ki smo ga izračunali. Kolikšna sila ustavlja to maso?

5 Frekvenca pove število obratov na časovno enoto, kotna hitrost pa, za kolikšen kot se v časovni enoti telo zavrti. Radialni pospešek je $a_r = \omega^2 r$. g je težni pospešek, za izračun vzeta vrednost 10 m/s^2.

6 Uporabimo zvezo med radialnim pospeškom, kotno hitrostjo in radijem kroženja. Ne pozabimo na zvezo med frekvenco kroženja in kotno hitrostjo ter na enote. b) V času enega vrtljaja se zavrti za 2π, točka na obodu pa pri tem opravi pot 2πr. c) Spomnimo se, da so enačbe pri kroženju enake tistim pri premem gibanju, le količine so druge (pri kroženju v enačbah gibanja namesto poti s uporabimo kot φ, namesto hitrosti v uporabimo kotno hitrost ω, $a \to \alpha$, $F \to M$, $m \to J$, $G \to \Gamma$...). Podan imamo čas enakomernega ustavljanja t, začetno hitrost $\omega_z = 2\pi\nu$, končna hitrost pa je $\omega_k = 0$. Če je pri premem gibanju pot pri enakomerno pospešenem ustavljanju $s = (v_z - v_k)t/2$, bo pri kroženju $\varphi = (\omega_z - \omega_k)t/2$, število obratov pa bo $N = \varphi/(2\pi)$. d) Kot pri namigu c, drugi Newtonov zakon zapišemo za kroženje, namesto sile F je navor M, namesto mase m je vztrajnostni moment J in namesto pospeška a kotni pospešek α. Navor je enak kot pri nalogi c). Ker je vztrajnostni moment prazne centrifuge manjši (odštejemo vztrajnostne momente epruvet), se ustavlja manj časa - z večjim kotnim pojemkom (negativni kotni pospešek).

7 a) Ker med drsalko in ledom ni trenja, na vrtenje drsalke ne vpliva nobena zunanja sila. Med krčenjem rok se vrtilna količina torej ohranja, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 4$ kgm^2/s. Spomnimo se še na definicijo vrtilne količine $\Gamma = \omega J$, kjer je ω kotna hitrost, J pa vztrajnostni moment. b) Ali se med krčenjem rok drsalki poveča kinetična energija? Od kod pride ta energija? c) Glej namig k nalogi 6b.

8 Hidrostatski tlak tekočine z gostoto ρ je na globini h enak $\rho g h$. Če hočemo nek tlak p zapisati v milimetrih živega srebra, moramo preprosto izračunati, koliko milimetrov globine živega srebra ustvarja tlak p, $h_{\mathrm{mmHg}} = p/(\rho_{\mathrm{Hg}} g)$. V našem primeru je tlak krvi med glavo in nogami $p_k = \rho_k g h$. Če ga zapišemo v mmHg, dobimo

$$h_{\mathrm{mmHg}} = \frac{p_k}{\rho_{\mathrm{Hg}} g} = \frac{\rho_k g h}{\rho_{\mathrm{Hg}} g} = \frac{\rho_k h}{\rho_{\mathrm{Hg}}} = \frac{1060 \text{ kg/m}^3 \ \cdot 1830 \text{ mm}}{13550 \text{ kg/m}^3} = 143 \text{ mm}.$$

Iz zgornjih enačb tudi razberemo, da je 1 mm Hg približno 130 Pa (g = 9,81 m/s^2), 1 mm H_2O pa je približno 10 Pa.

9 Pri lebdenju telo miruje, kar pomeni, da je vsota vseh sil 0. K vzgonu prispeva volumen izpodrinjene vode (99 % vsote volumna tkiv in zraka), k sili teže prispeva masa telesa.

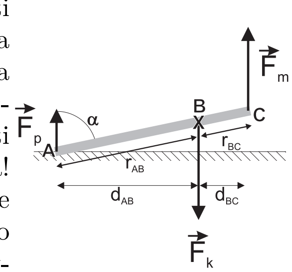
9.1 Pri stoji na eni nogi na koleno pritiska vsa teža, ki je nad njim, v našem primeru je to 100 % - 5,3 % - 1,7 % = 93 % celotne teže. V vodi se ta teža razbremeni za silo vzgona, ki je enaka teži izpodrinjene vode.

10 a) Razdalja med težiščem sestavljenega togega telesa in neko točko se izračuna po formuli $d_t = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$, kjer so m_i mase posameznih delov, r_i pa razdalje med težišči posameznih delov in to točko. V našem primeru so razdalje med ramo in težišči delov roke naslednje: $r_n = d_n/2 = 15$ cm, $r_p = d_n + d_p/2 = 44{,}5$ cm in $r_d = d_n + d_p + d_d/2 = 68$ cm. Razdalja med ramo in težiščem roke je torej $r_t = \frac{15\text{ cm } 2{,}7\text{ kg } + 44{,}5\text{ cm } 1{,}8\text{ kg } + 68\text{ cm } 0{,}6\text{ kg}}{5{,}1\text{ kg}} = 32\,\text{cm}$.

11 a) Za obravnavo naloge si izberemo os vrtenja, npr. pri stopalih, kjer je zato navor sile podlage na stopali enak nič. Navora sile teže in sile podlage na roke pa morata biti v ravnovesju izenačena. b) Tudi vsota vseh sil v ravnovesju je enaka nič, tokrat torej upoštevamo tudi silo podlage na stopala.

12 Tlak je sila na površino, pazite na enote. Elastični modul je sorazmernostni faktor med tlakom in relativno spremembo dolžine ($\Delta x/x$).

13 a) Pri računanju neznanih sil v mirujočih sistemih si pomagamo s pogojema za ravnovesje: vsoti vseh sil in vseh navorov na mirujoč sistem sta enaki nič (to velja tudi za enakomerno gibajoče se sisteme). Za začetek moramo torej narisati vse sile na stopalo! Sila mišice F_m je že narisana in deluje v peti navzgor. V prstih na stopalo navzgor deluje sila podlage F_p. Kako velika je ta sila? Sila podlage na prste je ravno nasprotno enaka sili, s katerimi prsti pritiskajo na podlago. Pri stoji na eni nogi prsti na podlago pritiskajo ravno s težo celotnega telesa! Sila podlage F_p je torej po velikosti enaka sili teže $F_g = mg$, v našem primeru je torej $F_p = 800$ N. To pa še niso vse sile na stopalo: obe sili kažeta navzgor in ker je stopalo pri miru, ju mora uravnovesiti neka sila, ki kaže navzdol. Po razmisleku ugotovimo, da je to sila kosti, ki deluje v gležnju navzdol F_k. Enačba za ravnovesje sil se torej glasi



$$F_p + F_m = F_k.$$

Rešitve naloge iz te enačbe ne moremo razbrati, saj je v njej znana le ena sila od treh (F_p). Zapisati moramo torej še enačbo za ravnovesje navorov. Navor vedno računamo glede na os navora. Čeprav si lahko pri mirujočih sistemih os navora izberemo kjerkoli, se ponavadi izkaže, da je najbolj primerno mesto v prijemališču tiste sile, ki je ni treba poznati. V takem primeru bo ročica te sile namreč enaka nič, zato bo tudi navor te sile enak nič in v enačbi za ravnovesje navorov ta neznana sila sploh ne bo nastopala! Po razmisleku ugotovimo, da je v našem primeru os navora najbolje postaviti v gleženj, tja, kjer prijemlje sila kosti. Enačba za ravnovesje navorov se torej glasi (v tej enačbi so vsi navori, ki hočejo sistem zavrteti v desno, na eni strani enačaja, navori, ki pa hočejo sistem zavrteti v levo, pa na drugi strani enačaja):

$$F_p r_{AB} \sin\alpha = F_m r_{BC} \sin\alpha,$$

kjer je α kot med silo in ročico. K navoru prispeva le dolžina ročice pravokotno na silo (ta dolžina je enaka $r \sin\alpha$). V našem primeru sta ti dolžini podani ($d_{AB} = r_{AB} \sin\alpha$ in $d_{BC} = r_{BC} \sin\alpha$), zato lahko enačbo za ravnovesje navorov zapišemo kot

$$F_p d_{AB} = F_m d_{BC}$$

in iz nje razberemo rešitev za silo mišice:

$$F_m = F_p \times \frac{d_{AB}}{d_{BC}} = 800\ \mathrm{N} \times \frac{13\mathrm{cm}}{3\mathrm{cm}} = 800\ \mathrm{N} \times 4{,}3 = 3470\ \mathrm{N}.$$

Vidimo, da je mišica napeta s precej večjo silo, kot je sila teže celotnega telesa! Čim krajša je peta (d_{BC}), tem bolj bo pri stoji na prstih mišica napeta! b) Ker sedaj poznamo tako F_p kot F_m, lahko silo v gležnju F_k izračunamo iz enačbe za ravnovesje sil. Vidimo, da je sila v kosti celo 5,4 krat večja od sile teže! c) En kvadratni centimeter prenese 90 N, naša mišica pa je napeta z 3470 N. Torej bo imela presek

$$S = 1\ \mathrm{cm}^2 \times \frac{3470\ \mathrm{N}}{90\ \mathrm{N}} = 39\ \mathrm{cm}^2.$$

14 Glej namig k nalogi 13a.

14.1 a) Vsota vseh navorov, ki delujejo na roko, je enaka nič. Če izberemo za osišče točko na sredini ramenskega sklepa, lahko zapišemo

$$mgL = F_\mathrm{t} \sin\varphi R\,. \tag{1}$$

b) Problem poenostavljeno rešujemo tako, kot da bi bila sila enakomerno porazdeljena.
c) Vodoravna komponenta sile v sklepu je kompenzirana z vodoravno komponento sile v deltasti mišici, torej

$$F_{\mathrm{r}x} = F_\mathrm{t} \cos\varphi\,. \tag{2}$$

Navpična komponenta sile v sklepu je kompenzirana z razliko med navpično komponento sile v deltasti mišici in težo roke, zato velja

$$F_{\mathrm{r}y} = F_\mathrm{t} \sin\varphi - mg\,. \tag{3}$$

Sila v ramenskem sklepu, tj. njena velikost sile (F_r), ustreza $\sqrt{F_{\mathrm{r}x}^2 + F_{\mathrm{r}y}^2}$.
d) Tangens kota ϑ ustreza razmerju med komponentama sile v sklepu.

14.2 a) Upoštevati je treba, da je vsota vseh navorov, ki delujejo na golen, enaka nič. Če izberemo za osišče točko na sredini glavice stegnenice, lahko zapišemo

$$mgL = F_{\mathrm{t}} \cos\varphi r_t \,, \tag{4}$$

pri čemer velja $\tan\varphi = r/R$.
Izziv je določiti r_t. Spomnimo se, da se sila vzdolž vrvice, oziroma tu tetive, ne spreminja, kar pomeni, da lahko računamo, kot da sila tetive prijema točno na vrhu pogačice, ki pa je nad osjo vrtenja. V tem primeru je ročica kar $D + r$, k navoru pa prispeva le vodoravna komponenta sile tetive: $mgL = (D+r)F_{tx}$. b) Vodoravna sila v sklepu je kompenzirana z vodoravno komponento sile v tetivi. c) Vsota sil v navpični smeri mora biti enaka nič, zato je sila v sklepu enaka razliki med težo goleni in komponento sile tetive v navpični smeri

$$F_y = mg - F_{\mathrm{t}} \sin\varphi \,. \tag{5}$$

Slednja enačba kaže vlogo pogačice. Pri manjšem kotu φ je večja sila F_y. V našem približku je rezultat za F_y majhna negativna sila, kar pomeni, da prevlada navpična komponenta sile tetive, oz. da deluje sila v sklepu na golen navzdol.

14.3 a) Problem rešujemo pri pogojih, da sta vsota vseh sil in vsota vseh navorov enaka nič. Vsoto vseh sil zapišemo za vodoravno in navpično smer v obliki

$$F_x - F_{\mathrm{t}} \sin 70^\circ = 0 \,, \tag{6}$$

$$F_y - F_{\mathrm{t}} \cos 70^\circ - \frac{mg}{7} = 0 \,. \tag{7}$$

Prvi člen v enačbi 6 je sila čašice na glavico v vodoravno smeri, drugi člen pa vodoravna komponenta sile mišice. V enačbi 7 členi po vrstnem redu pripadajo sili čašice na glavico v navpični smeri, navpični komponenti sile mišice in teži noge. V slednjem sistemu dveh enačb imamo tri spremenljivke. Še eno enačbo potrebujemo, da lahko rešimo problem. Dobimo jo, če upoštevamo ravnovesje navorov

$$F_{\mathrm{t}} \sin 70^\circ d - \frac{D}{2}\frac{mg}{7} = 0 \,, \tag{8}$$

kjer sta d in D razdalja od centra glavice do prijemališča sile mišice in dolžina noge. Iz slednje enačbe lahko izrazimo silo mišice glede na težo človeka

$$F_{\mathrm{t}} = \frac{D}{14d \sin 70^\circ} mg \,. \tag{9}$$

iz katere ugotovimo, da je sila v mišici le malo manjša od teže človeka $F_{\mathrm{t}} = 0{,}98mg$. Ob upoštevanju izraza za silo v mišici (en. 9) lahko komponenti za silo v glavici izrazimo glede na težo človeka

$$F_x = \frac{D}{14d} mg \,, \tag{10}$$

$$F_y = \left(\frac{D \cos 70^\circ}{14d \sin 70^\circ} + \frac{1}{7} \right) mg \,, \tag{11}$$

kar vodi do ustreznih numeričnih vrednosti posameznih komponent te sile $F_x = 0{,}92mg$ in $F_y = 0{,}47mg$ ter njene velikosti $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1{,}03mg$. Čeprav delujeta na nogo navzdol dve sili, je vodoravna komponenta sile v kolku večja ($F_x > F_y$), ker deluje sila mišice pod velikim kotom glede na navpičnico.

b) Problem rešujemo z uporabo Newtonovega zakona za translacijo in vrtenje. Sedaj velja, da sta vsota vseh sil in vsota vseh navorov enaka produktu mase noge ter pospeška njenega težišča in produktu vztrajnostnega momenta noge ter njenega kotnega pospeška. Koordinatni sistem imamo usmerjen glede na človeka enako kot prej, kar pomeni, da deluje teža v isto smer kot F_x. Ustrezen zapis po posameznih komponentah za translacijo in rotacijo je

$$F_x + \frac{mg}{7} - F_\mathrm{t} \sin 70^\circ = 0\,, \tag{12}$$

$$F_y - F_\mathrm{t} \cos 70^\circ = \frac{m}{7} a_y\,, \tag{13}$$

$$F_\mathrm{t} \sin 70^\circ d = \frac{m}{7} \frac{D^2}{3} \alpha\,, \tag{14}$$

kjer je α kotni pospešek. V enačbi 13 pospeševanja v navpični smeri, tj. radialnega pospeška, nismo upoštevali, saj nas zanima začetno pospeševanje, ko je hitrost enaka nič. Podobno v enačbi 14 navora zaradi teže noge ne upoštevamo, saj v začetku noga visi navpično navzdol. Pospešek težišča izračunamo iz enačbe 14, pri čemer upoštevamo zvezo med kotnim pospeškom in začetnim pospeškom težišča ($\alpha = a_y/(D/2)$) ter velikost sile v primeru a (en. 9)

$$a_y = \frac{3}{4} g\,. \tag{15}$$

Pa pospešek a_y je po velikosti primerljiv z gravitacijskim pospeškom, pospešek stopala pa je celo večji od gravitacijskega pospeška, saj je dvakrat večji kot a_y zaradi dvakrat večje oddaljenosti od osišča. Komponenti sile v kolčnem sklepu izračunamo, če vstavimo izraz za silo mišice (en. 9) v enačbi 12 in 13. V enačbo 13 vstavimo tudi izraz za pospešek (en. 15), da dobimo

$$F_x = \left(\frac{D}{14d} - \frac{1}{7} \right) mg\,, \tag{16}$$

$$F_y = \left(\frac{D \cos 70^\circ}{14d \sin 70^\circ} + \frac{3}{28} \right) mg\,. \tag{17}$$

Ob upoštevanju teh izrazov lahko komponenti za silo v glavici izrazimo glede na težo človeka, podobno kot v primeru a: $F_x = 0{,}78mg$ in $F_y = 0{,}44mg$. Sledi še vrednost za celotno silo $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 0{,}89mg$, ki je nekoliko manjša kot v primeru a, saj sila teže deluje v nasprotno smer kot navpična komponenta mišice.

c) V tem primeru upoštevamo isti sistem enačb kot v primeru b (enačbe od 12 do 14), pri čemer upoštevamo, da je vrednost sile v glavici v navpični smeri, ki je tudi sedaj smer osi x, enaka nič ($F_x = 0$). Tako enačba 12 vodi do izraza za velikost sile v mišici

$$F_{\mathrm{t}} = \frac{mg}{7\sin 70^\circ}\,, \tag{18}$$

ki je precej manjša od teže človeka: $F_{\mathrm{t}} = 0{,}15mg$. Kotni pospešek izračunamo z enačbo 14, pri čemer upoštevamo silo krčenja mišice za ta primer (en. 18)

$$\alpha = \frac{3dg}{D^2}\,. \tag{19}$$

Po vstavitvi parametrov dobimo $\alpha = 2{,}5/\mathrm{s}^2$. Ker je navpična komponenta sile v kolčnem sklepu enaka nič ($F_x = 0$), je celotna sila v sklepu (F) kar enaka F_y. Torej, ob upoštevanju velikosti sile mišice (en. 18) in zveze med pospeškom težišča in kotnim pospeškom ($a_y = \alpha D/2$) lahko izraz za silo v sklepu (en. 13) zapišemo v obliki

$$F = \frac{mg}{7\sin 70^\circ}\cos 70^\circ + \frac{m}{7}\frac{\alpha D}{2} = \left(\frac{\cos 70^\circ}{7\sin 70^\circ} + \frac{3d}{14D}\right) mg\,. \tag{20}$$

Če v slednjo enačbo vstavimo vrednosti za ustrezne dimenzije, dobimo $F = 0{,}069mg$, kar je bistveno manj kot v primerih a in b zaradi manjše sile v mišici. Opombe: Vrednost kotnega pospeška (α) kaže, da bi v eni sekundi krčenja mišice noga opisala kot 73°. To je prevelika vrednost za kot v okviru našega približka, čeprav je sila 6,4-krat manjša kot v primeru b. Zato opis gibanja za primera b in c velja samo za zelo kratke čase. V zvezi s tem primerom c se lahko vprašamo, za kolikšen kot se noga zavrti (φ) pri tej sili v mišici (izraz 18). Pri maksimalnem dvigu pospeševanja ni, zato je navor mišice, za katerega privzamemo, da deluje pod enakim kotom, enak navoru teže na nogo

$$F_{\mathrm{t}}\sin 70^\circ d = \frac{m}{7} g \frac{D}{2}\sin\varphi\,. \tag{21}$$

kjer je φ kot, za katerega se noga zavrti. Po vstavitvi izraza 18 in dimenzij v enačbo 21 dobimo vrednost kota: $\varphi = 9^\circ$.

d) V ta namen poiščemo razmerja med F_{t} in F. Za primere a, b in c so ta razmerja enaka 0,95, 1,1 in 2,2.

15 Predstavljamo si lahko, da je vsa masa telesa zbrana v njegovem težišču. Težišče na poti iz čepečega položaja v stoječ položaj pospešuje, ko pa se od tal odlepi, leti po zakonih prostega pada. a) Ko se odlepimo od tal, ima težišče kinetično energijo ${mv_0}^2/2$. Ta energija se nato med letom spremeni v potencialno energijo mgh (h je v našem primeru 45 cm). b) Poznamo pot pospeševanja ($l = 60$ cm) in končno hitrost, ki jo s pospeševanjem doseže težišče (v_0). Čas in pospešek pospeševanja lahko izračunamo, če uporabimo enačbi za pot $l = at^2/2$ in končno hitrost $v_0 = at$. Iz pospeška lahko izračunamo rezultanto sil na težišče $F = ma$. V našem primeru je rezultanta vsota sile teže F_g (ki kaže navzdol) in sile mišic F_m (ki kaže navzgor), $F = F_m - F_g$, torej bo sila mišic enaka $F_m = ma + F_g$. c) Moč, ki je potrebna za pospeševanje, je produkt rezultante sil in trenutne hitrosti. Rezultanta sil je vseskozi enaka, hitrost pa je največja na koncu pospeševanja. Največja moč je torej kar $P = F \cdot v_0$.

15.1 Na ravnini oziroma na koncu zaleta ima tekač kinetično energijo, nad palico pa potencialno. Če je hitrost na vrhu zanemarljiva, lahko zanemarimo tudi kinetično energijo v primerjavi s potencialno.

16 a) Glej 16.1. nalogo. b) Moč je opravljeno delo v času.

16.1 Med vzponom se 20% energijske vrednosti čokolade spremeni v potencialno energijo, $20\% \, E_{\text{čok}} = mgh$. Pri računu pazimo na enote (najbolje je energijo v čokoladi zapisati v joulih).

17 a) Proteza je nihajoče togo telo, za katera velja $\omega_0 = \sqrt{mgd_t/J}$, kjer je m celotna masa telesa, d_t razdalja med težiščem telesa in osjo nihanja, J pa vztrajnostni moment telesa okrog osi nihanja. Celotna masa je vsota mase golenskega dela in stopala, pri računanju težišča celotne proteze pa si lahko pomagamo z namigom k nalogi 10. Lastna frekvenca je $\nu_0 = \omega_0/(2\pi)$. b) Ko damo na stopalo čevelj, se protezi spremenijo vse tri lastnosti: celotna masa, težišče in vztrajnostni moment. Nov vztrajnostni moment bo kar vsota starega J in vztrajnostnega momenta čevlja. V približku točkastega telesa je vztrajnostni moment čevlja $J_č = m_č d_č^2 = 0{,}5$ kg $(0{,}5\ \text{m})^2 = 0{,}125\ \text{kgm}^2$. c) Dušenje zmanjša lastno frekvenco nihala po formuli $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

18 Molekulo si lahko predstavljamo kot fizikalno vzmetno nihalo: masa (vodik oz. devterij) je z vzmetjo (kemijska vez) pripeta na steno (jod). Ker so kemijske lastnosti izotopov enake, lahko predpostavimo, da se k vzmeti ne spremeni. Iz podatkov lahko izračunamo razmerje med k/m_H ali pa izrazimo maso devterija z maso vodika.

19 b) Ko se mešičkom poveča radij, se jim poveča površina in s tem površinska energija. Delo je enako razliki površinskih energij. c) Predstavljamo si lahko, da si površinska napetost želi zmanjšati površino mešička oz. da ga neprestano stiska. Tlak v notranjosti mešička bo torej malo večji kot tlak zunaj njega. Mešički imajo eno površino, zato je zveza med površinsko napetostjo in razliko tlakov pri njih enaka $\Delta p = 2\sigma/r$ (milni mehurčki imajo dve površini, notranjo in zunanjo, zato pri njih velja $\Delta p = 2 \times 2\sigma/r = 4\sigma/r$).

20 Tlak je v obeh delih žile enak, torej morata biti med seboj enaki tudi razliki tlakov med notranjostjo in zunanjostjo žile. Pri okrogli anevrizmi je razlika tlakov $\Delta p = 2sigma_a/r_a$; kot pri zračnem mehurčku v vodi. Na valjastem delu žile pa je stena ukrivljena le v eni smeri, zato je razlika tlakov $\Delta p = sigma/r$.

20.1 Pretok je v obeh delih žile enak, za turbulenten tok lahko uporabimo Bernoullijevo enačbo in višinsko razliko med obema deloma žile zanemarimo. Glej namig pri nal. 26.1. Za povezavo med tlakom in napetostjo žile glej namig pri nal. 20.

21 Graf prikazuje odvisnost natezne obremenitve (F/S) od relativnega raztezka. Za izračunano napetost 40 MPa lahko odčitamo, da ustreza približno 7,5 % raztezku. b) Lahko primerjamo kar relativne raztezke 7,5 % od 15 %.

22 a) Zvezo za hitrost sedimentacije dobimo iz enačbe za ravnovesje sil na eritrocit, ki tone. b) Če se celice zlepijo, se jim gostota ne spremeni, zato pa je premer skupka večji od premera posamezne celice. Hitrost sedimentacije je odvisna od kvadrata radija, zato je hitrost zlepljenih večja od hitrosti prostih za faktor $(15/8)^2$. c) Hitrost in posledično Reynoldsovo število sta zelo majhna. d) V centrifugi celice ne čutijo le pospeška g, ampak predvsem radialni pospešek a_r.

23 a) Spomnimo se zveze med povprečno hitrostjo tekočine $\bar{v}$, pretokom Φ_v in presekom žile S, $\Phi_v = S\bar{v}$. b) Upoštevamo, da celotni krvni pretok teče hkrati skozi N kapilar, torej skozi posamezno kapilaro teče le pretok Φ_v/N. c) Največja hitrost pri laminarnem toku je na sredini žile in je dvakrat večja od povprečne hitrosti.

24 Višje, kot bo vrečka s krvjo, večji tlak bo poganjal kri skozi iglo. Med enim in drugim koncem igle je razlika tlakov $\Delta p = p_\text{k} - p_\text{ž}$, kjer je $p_\text{ž}$ tlak v žili, p_k pa je tlak, ki ga ustvarja dvignjena vrečka s krvjo: $p_\text{k} = \rho_\text{k} g h$. S h smo označili višino vrečke. Po drugi strani je razlika tlakov povezana s pretokom skozi iglo preko Ohmovega zakona za pretok tekočin $\Delta p = R\Phi_v$, kjer je R viskozna upornost igle. Izračunamo jo po Hagen-Poiseuilleju zakonu, ki pravi, da je viskozna upornost valjaste cevi (žile) $R = \frac{8L\eta}{\pi r^4}$, kjer je L dolžina cevi, r njen radij, η pa je viskoznost tekočine. Razlika tlakov, ki bo ustvarila zahtevani pretok, je torej

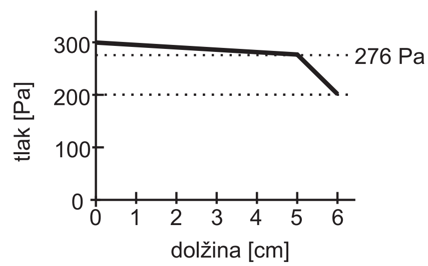
$$\Delta p = \frac{8l\eta\Phi_v}{\pi r^4} = \frac{8 \times 0{,}04\ \text{m} \times 0{,}0027\ \text{Ns/m}^2 \times 2 \times 10^{-6}\ \text{m}^3}{\pi(2 \times 10^{-4}\ \text{m})^4 \times 60\ \text{s}} = 5730\ \text{Pa}.$$

Višino vrečke nato izračunamo iz enačbe $\Delta p = p_\text{k} - p_\text{ž}$.

24.1 Pomagamo si z Hagen-Poiseuillejevim zakonom! Glej namig k nalogi 24.

25 a) Hagen-Poiseuillejev zakon pravi, da je viskozna upornost valjaste cevi (žile) $R = \frac{8L\eta}{\pi r^4}$, kjer je L dolžina cevi, r njen radij, η pa je viskoznost tekočine. Ko v to enačbo vstavimo dolžino prvega dela žile $L_1 = 5$ cm, njegov radij $r_1 = 0{,}5$ cm in viskoznost krvi $\eta = 0{,}0027\ \text{Ns/m}^2$, dobimo rezultat $R_1 = 550\ \text{kPas/m}^3$. Za drugi del žile ($L_2 = 1$ cm, $r_2 = 0{,}25$ cm) dobimo $R_2 = 1{,}76\ \text{MPas/m}^3$. b) Razliko tlakov Δp in pretok skozi žilo Φ_v povezuje Ohmov zakon za pretok tekočin: $\Delta p = R\Phi_v$, kjer je R viskozna upornost. V našem primeru teče kri skozi oba dela žile zaporedno, zato je viskozna upornost celotne žile kar vsota posameznih upornosti $R = R_1 + R_2$. Pretok je torej $\Phi_v = \Delta p/R = 2{,}6$ l/min.

c) Vzdolž vsakega dela žile pada tlak linearno (to vidimo tudi iz Ohmovega zakona)! Padec tlaka na prvem delu žile lahko izračunamo iz Ohmovega zakona za ta del $\Delta p_1 = R_1 \Phi_v = 24$ Pa (pretok je enak skozi oba dela žile!). Podobno bi lahko izračunali tudi padec tlaka na drugem delu žile, a nam ga niti ni treba, saj je že podan celoten padec tlaka $\Delta p = 100$ Pa. Na začetku celotne žile je tlak torej 300 Pa, na koncu celotne žile pa za dano razliko tlakov Δp manjši, torej 200 Pa. Ker je padec na prvem delu žile enak 24 Pa, bo torej tlak na stičišču delov enak 276 Pa, Vmes se bo tlak spreminjal linearno.



25.1 Pretok skozi večjo žilo je enak celotnemu pretoku skozi manjše žile. Ko združimo Ohmova zakona za vsakega od delov (glej namig k nalogi 25), vidimo, da je razmerje padcev tlakov enako razmerju viskozne upornosti večje žile in skupne viskozne upornosti manjših žil. Skozi manjše žile teče kri vzporedno, zato skupno upornost manjših žil izračunamo s formulo za vzporedno vezavo: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ...$ Posamezne upornosti izračunamo po Hagen-Poiseuilleju.

25.2 Podobno kot v nalogi 25.1, le da so tu različni radiji.

26 Curek tekočine v zraku ne čuti velikega trenja, zato lahko višino brizga ocenimo s pomočjo Bernoullijeve enačbe, ki pravi, da je vsota $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h$ konstantna vseskozi vzdolž toka tekočine. V našem primeru bo torej ta vsota, izračunana tik preden kri zapusti žilo (v žili je tlak $p_1 = p_0 + 80$ mmHg, hitrost $v_1 = 0{,}05$ m/s, višina h_1), enaka vsoti, izračunani na vrhu brizga krvi (tam je tlak enak zunanjemu $p_2 = p_0$, hitrost krvi je $v_2 = 0$ m/s, višina pa je $h_2 = h_1 + \Delta h$). Pri tem smo upoštevali, da je tlak v žilah vedno podan glede na zunanji zračni tlak p_0. Poznamo torej vse, kar potrebujemo za izračun višine brizga Δh.

26.1 Oceno podtlaka izračunamo s pomočjo Bernoullijeve enačbe (glej namig k nalogi 26), pri čemer primerjamo tok vode v točki A, s tokom vode v točki B. Tlak vode v točki B bo enak podtlaku, ki ga ustvarja črpalka (v točki C). Hitrost vode lahko izračunamo iz danega pretoka in preseka toka.

27 Ko razlika tlakov Δp prečrpa volumen V porabi delo $A = \Delta p V$. Če za to porabi čas t, je moč $P = A/t = \Delta p V/t = \Delta p \Phi_v$.

28 Pri navpični kapilari se kri dvigne do višine kapilarnega dviga $h = 2\sigma/(\rho g r)$ in izračunamo volumen tega dela kapilare, ki je enak volumnu kapljice (polkrogle). Pri poševni legi kapilare se kri dvigne do iste višine, dolžina polnega dela kapilare je seveda daljša $l = h/sin\alpha$. To velja, dokler ni polna cela kapilara.

Termodinamika

1 Zaradi poudarka, počasi, vemo, da je temparatura stalna. Po plinski enačbi je tlak sorazmeren s številom molov zraka v jeklenki. Število molov je sorazmerno z maso plina ($n = m/M$) zato v našem primeru velja sorazmerje med tlakom in maso.

1.1 Po plinski enačbi je tlak sorazmeren s temperaturo, zato lahko zapišemo $p_\mathrm{k}/T_\mathrm{k} = p_\mathrm{z}/T_\mathrm{z}$. Vrednost tlaka dobimo, če vstavimo v slednjo enačbo vrednosti za začetni tlak ($p_\mathrm{z} = 1$ bar) ter začetno in končno vrednost temperature (T_z, T_k) v Kelvinovi temperaturni lestvici.

1.2 a) Glej namig k nalogi 1.1. b) Uporabiti je treba plinsko enačbo: $pV = mRT/M$.

1.3 a) Glej namig k nalogi 1.2; število molov je enako razmerju med m in M. b) Spet je treba uporabiti plinsko enačbo, pri čemer je bistveno sorazmerje med tlakom in absolutno temperaturo. Molske mase za rešitev naloge ne potrebujemo.

2 a) Vsota delnih parnih tlakov vseh plinov je ravno skupni tlak $p_0 = 10^5$ Pa. b) Maso kisika (m) dobimo, ko v plinsko enačbo $pV = nRT$ vstavimo volumen pljuč in delni parni tlak kisika, ter upoštevamo zvezo med maso kisika, številom molov in molsko maso: $n = m/M$.

3 a) Najprej je treba poudariti, da nekaj kisika ostane v jeklenki, kajti tlak se v njej lahko zniža le do zunanjega zračnega tlaka. Preden odgovorimo na zastavljeno nalogo se lahko torej vprašamo, koliko litrov kisika dobimo iz jeklenke, ko se v njej tlak zniža do normalnega zračnega tlaka. Pomagamo si s plinsko enačbo (namig 1.2), pri čemer upoštevamo, da je temperatura plina v jeklenki enaka kot zunaj nje. b) Iz podatka za čas lahko izračunamo pot, kjer je sorazmernostni koeficient hitrost.

3.1 Za izračun, koliko litrov kisika dobimo, ko se tlak v jeklenki zniža na normalen zračni tlak, uporabimo plinsko enačbo (namig 1.2). Nato lahko izračunamo, za koliko časa zadostuje taka jeklenka. Iz tega čas lahko s sklepnim računom ugotovimo, koliko jeklenk potrebujemo.

3.2 Razmislek je podoben kot pri nalogah 3 in 3.1. Potapljaču se z globino spreminjata okoliški tlak in temperatura, diha pa z enakim prostorninskim tokom: $\Phi_V = V/t$. Spomnimo se tudi, da je tlak na gladini en bar, potem pa z globino narašča na vsakih 10 m za en bar. Z uporabo plinske enačbe (namig 1.2) zapišemo razmerje med volumnom zraka, ki ga iz jeklenke potapljač dobi na globini 10 m, in volumnom, ki ga dobi na 30 m.

4 Balon bo lebdel, ko bo njegova teža ravno enaka sili vzgona, tj. teži izpodrinjenega zraka. Teža določenega volumna zraka (se pravi njegova gostota) je po plinski enačbi odvisna od njegove temperature: $pV = \nu RT \;\Rightarrow\; \rho = \frac{M}{R}\frac{p}{T}$. Upoštevamo še, da je tlak v balonu enak kot izven njega (razmislite, zakaj je tako!).

5 Glej enačbo 10.3 v učbeniku.

5.1 a) in b) Glej namig k nal. 5. c) Po Einstein-Stokesovi zvezi (enačba 10.4 v učbeniku) je difuzijski koeficient molekule obratno sorazmeren z njenim polmerom. Ob predpostavki, da sta proteina enako gosta, velja, da je razmerje med njunima difuzijskima konstantama obratno sorazmerno kubičnem korenu iz razmerja njunih mas.

6 Koeficienti linearnega raztezka so 3-krat manjši od koeficientov prostorninskega raztezka, saj so relativne spremembe prostornin 3-krat večje od relativnih sprememb dolžin v eni dimenziji, torej $\beta_{L\text{sklenina}} = 11{,}4 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $\beta_{L\text{titan}} = 8{,}64 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $\beta_{L\text{amalgam}} = 25 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $\beta_{L\text{jeklo}} = 12 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $\beta_{L\text{voda}} = 70 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}. Iz definicije linearnega raztezka: $\Delta l/l = \beta_L \Delta T$ sledi: $(\Delta l_i - \Delta l_{\text{sklenina}}) = (\beta_{Li} - \beta_{L\text{sklenina}})\Delta T l$, kjer indeks i označuje bodisi titan, amalgam, jeklo ali vodo, ΔT je sprememba temperature, l pa dolžina stranice.

7 Delo je $A = -\int p dv$, pri počasnem stiskanju toplota prehaja v okolico in je temperatura konstantna oziroma $pV = Konst.$, oziroma $A = -p_z V_z \ln V_k/V_z$. Pri hitrem stiskanju toplota nima časa uiti in proces opišemo kot adiabaten $pV^\kappa = Konst$, oziroma $A = -p_z V_z^\kappa (V_k^{1-\kappa} - V_z^{1-\kappa})/(1-\kappa)$. Kisik je dvoatomen plin ($\kappa = 7/5$), helij pa enoatomen ($\kappa = 5/3$). Za določitev temperature uporabimo splošno plinsko enačbo.

8 a) Iz plinske enačbe vidimo, da se pri spremembah ob stalnem tlaku ohranja razmerje med volumnom in temperaturo, $V/T =$ konst. b) in c) $\Delta W_n = mc_v \Delta T$, $\Delta H = Q = mc_p \Delta T$. d) $\Delta S = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1}$. e) $\frac{m<v^2>}{2} = \frac{3}{2} k_B T \;\Rightarrow\; \sqrt{<v^2>} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

9 Iz formule izračunamo molsko maso saharoze in določimo, koliko molov je v 10 g saharoze. Razlika med standardnimi tvorbenimi entalpijami reaktantov in produktov (pazite na število molov posameznih spojin) je enaka sproščeni toploti za en mol reaktanta.

9.1 Sprememba entalpije pri reakciji A $\rightarrow$ C je enaka vsoti entalpij pri reakcijah A $\rightarrow$ B in B $\rightarrow$ C. Sprememba entalpije pri reakciji B $\rightarrow$ C je torej enaka $-34\,\text{kJ} - (-36\,\text{kJ})$.

10 Po definiciji je dovedena toplota sorazmerna z maso in razliko temperatur, sorazmernostni koeficient pa je specifična toplota, $Q = cm\Delta T$.

10.1 Dovedena toplota je sorazmerna spremembi temperature, sorazmernostni koeficient pa je toplotna kapaciteta.

11 Vsaka molekula vode lahko tvori štiri vodikove vezi, pri štetju vezi pa prištejemo le 2 vodikovi vezi za vsako molekulo, da ne podvajamo seštevka. Ocena za energijo vodikove vezi je torej $mq_\mathrm{i}/(2n)$, kjer je n število molov. Ob upoštevanju molske mase dobimo za energijo vodikove vezi vrednost 22,5 kJ/mol. Disociacijske energije kovalentnih vezi so nekoliko večje – tipična vrednost je 300 kJ/mol.

12 Voda iz obleke izpari, za kar dobi toploto iz našega telesa. Velja torej $m_\mathrm{v}q_\mathrm{i} = m_T c\Delta T$, oziroma $\Delta T = m_\mathrm{v}q_\mathrm{i}/m_T c$.

13 a) Glej namig k nalogi 10. b) Specifična izparilna toplota (q_i) je enaka razmerju med dovedeno toploto med izparevanjem (Q_i) in maso, torej $Q_\mathrm{i} = q_\mathrm{i}m$. c) Sprememba notranje energije je manjša od dovedene toplote, kajti med vretjem opravi para delo: $A = p\Delta V$, kjer je p zračni tlak (10^5 Pa). Končno prostornino pa izračunamo iz plinske enačbe (namig 1.2) in temperature vrelišča. Upoštevamo še, da je molska masa vode 18 kg/kmol. d) Toplota, ki jo je prejela voda ($Q + Q_\mathrm{i}$), je enaka produktu moči in časa ter izkoristka.

13.1 Maso čaja lahko izračunamo po enačbi: $m_\mathrm{č} = \rho_\mathrm{voda}V_\mathrm{č}$. Maso ledu, ki shladi čaj na $T_\mathrm{k} = 70$ °C, izračunamo ob upoštevanju, da je toplota, ki jo sprejme masa ledu, enaka oddani toploti: $m_\mathrm{led}q_\mathrm{t} + m_\mathrm{led}c_\mathrm{voda}(T_\mathrm{k} - T_0) = m_\mathrm{č}c_\mathrm{v}(T_\mathrm{vrelišče} - T_\mathrm{k})$. Polmer kroglice ($r$) nato izračunamo z upoštevanjem definicije gostote: $\rho_\mathrm{led} = m_\mathrm{led}/(4\pi r^3/3)$.

13.2 Energija, ki jo sprejme vino, je enaka toploti, ki jo odda masa pare. Oddana toplota je podana z izrazom: $m_\mathrm{p}q_\mathrm{t} + m_\mathrm{p}c(T_\mathrm{vrelišče} - T_\mathrm{k})$, kjer T_k označuje zmesno temperaturo. Slednji izraz pripada kondenzaciji pare in ohlajevanju ustrezne mase: $m_\mathrm{p} = \Phi t$, kjer Φ je masni tok pare. Izraz za toploto, ki jo sprejme vino, pa je $m_\mathrm{v}c(T_\mathrm{k} - T_\mathrm{z})$, kjer T_z označuje začetno temperaturo vina, za masa vina pa valja $m_\mathrm{v} = \rho_\mathrm{v}V_\mathrm{v}$. Če enačimo izraza za oddano in sprejeto toploto, lahko izračunamo zmesno temperaturo.

13.3 a) Moč grelca je stalna, zato je tudi toplotni tok stalen in temperatura se linearno spreminja s časom. Po sklepnem računu lahko dobimo, da se v 5 min temperatura zviša za 10 °C. Končna temperatura je vsota začetne temperature in temperature zaradi segrevanja. b) Upoštevamo, da je pri določeni moči grelca v nekem izbranem času sprememba temperature obratno sorazmerna z maso, skladno z enačbama: $Pt = Q$ in $Q = mc\Delta T$. Ker v tem primeru segrevamo 6-krat manj mase in 50 % manj časa, je dvig temperature 3-krat večji.

14 Predpostavimo, da se masa ledu najprej segreje do temperature ledišča ($T_0 = 0$ °C), potem stali, nazadnje pa še segreje na končno temperaturo (T_k). Toplota za to pride iz vode in kalorimetra, ki se ohlajata na končno temperaturo. Pri tej predpostavki velja torej: $m_\mathrm{l}c_\mathrm{l}(T_0 - T_\mathrm{l}) + m_\mathrm{l}q_\mathrm{t} + m_\mathrm{l}c_\mathrm{v}(T_\mathrm{k} - T_0) = m_\mathrm{v}c_\mathrm{v}(T_\mathrm{v} - T_\mathrm{k}) + C(T_\mathrm{v} - T_\mathrm{k})$, kjer je C toplotna kapaciteta posode, T_l in T_v začetna temperature ledu in vode. Iz te enačbe lahko izrazimo in izračunamo končno temperaturo ($T_\mathrm{k} = -13{,}9$ °C). Ta temperatura ni možna. Rezultat kaže, da se masa ledu ne segreje do ledišča. Ali se to res ne zgodi? Da bi prišli do tega odgovora, poizkusimo z drugo predpostavko: da se masa ledu ne segreje do 0 °C. Potemtakem se voda najprej ohladi na 0 °C, nato zmrzne, nazadnje pa se še ohladi na končno temperaturo, ki je nižja od ledišča. Hkrati z ohlajanjem vode se ohlaja na končno temperaturo tudi posoda. Pri tej predpostavki velja torej: $m_\mathrm{l}c_\mathrm{l}(T_\mathrm{k}-T_\mathrm{l}) = m_\mathrm{v}c_\mathrm{v}(T_\mathrm{v}-T_0) + m_\mathrm{v}q_\mathrm{t} + m_\mathrm{v}c_\mathrm{l}(T_0-T_\mathrm{k}) + C(T_\mathrm{v}-T_\mathrm{k})$. Vrednost končne temperature (T_k) po slednji predpostavki je 106 °C. Sedaj smo dobil temperaturo, ki je precej višja od ledišča. Sklepamo lahko torej, da je končna temperatura enaka temperaturi ledišča, delež ledu, ki se stali (η), pa lahko izračunamo iz enačbe, pri čemer upoštevamo, da le ta delež ledu sprejme toploto med taljenjem: $m_\mathrm{l}c_\mathrm{l}(T_0-T_\mathrm{l}) + \eta m_\mathrm{l}q_\mathrm{t} = m_\mathrm{v}c_\mathrm{v}(T_\mathrm{v}-T_0) + C(T_\mathrm{v}-T_0)$. Delež staljenega ledu je približno ena tretjina.

15 Energijo, potrebno za segretje vode na telesno temperaturo, dobimo iz presnove maščobe.

15.1 a) Če popijemo pol litra osvežilne pijače, pomeni, da preko presnove dobimo pol manj, kot če bi popili en liter pijače, torej $H_\mathrm{pr} = 500$ kJ. To pijačo človek segreje, zato telo odda energijo. Izgubo energije zaradi segrevanja lahko izračunamo po enačbi $Q = mc\Delta T$. Dobljena energija je enaka razliki med energijo, ki jo izkoristimo s presnovo, in oddano energijo zaradi segrevanja. b) Opravljeno delo gre v potencialno energijo, torej $mgh = 20~\% \cdot (H_\mathrm{pr} - Q)$, kjer je h višina, g pa gravitacijski pospešek.

16 a) $\Delta H_\mathrm{pr} = Pt$. b) 1 kcal = 4200 J. c) $\Delta H_\mathrm{pr}/2 = V\rho q_\mathrm{i}$. d) $30\,\% \cdot \Delta H_\mathrm{pr} = m_\mathrm{s}q_\mathrm{s}$, kjer sta m_s in q_s masa maščob in specifična energijska vrednost maščob. e) $\Delta H_\mathrm{pr}/2 = mc\Delta T$. f) Zaradi 20 % izkoristka je porabljena energija 5-krat večja od spremembe potencialne energije, ki jo opišemo z izrazimo z $W_\mathrm{p} = mgh$ (namig 15.1).

16.1 Glej namige k nalogi 16. a) Energija gre le deloma v vzpenjanje (20 %), zato mora biti celotna moč 5-krat večja. Iz maščob pridobi 1129 J · 30 % energije, iz sladkorjev pa 1129 J · 70 %. Iz kaloričnih vrednosti za maščobe in sladkorje izračunamo, da se masa maščob zmanjša za 9 g in sladkorjev za 46 g. Ker predpostavimo, da tekač vso toplota odda s potenjem, lahko izgubo mase vode m_v, ki ustreza oddani toploti (Q_i), izračunamo z enačbo: $m_\mathrm{v}q_\mathrm{i} = 80\,\% \cdot (5mgh)$.

17 a) Masa vode, ki je v ledu, se najprej stali, potem pa še segreje na končno temperaturo. Toplota za to pride iz vrelega čaja, ki se ohlaja na končno temperaturo. Velja torej $m_L q_t + m_L c\Delta T_L = m_č c\Delta T_č$. Iz te enačbe lahko izračunamo maso ledu m_L. b) Čaj se ohlaja in pri tem oddaja toploto. Entropija se mu bo zato zmanjšala: $\Delta S_č = m_č c \ln\frac{T_k}{T_z} = 0{,}3$ kg 4200 J/(kg K) $\ln\frac{333}{373} = -143$ J/K. c) Masa ledu toploto prejema, zato se ji bo entropija povečala. Ker je led podvržen dvema procesoma – najprej taljenju in potem še segrevanju, bomo morali povečanje entropije izračunali za vsak proces posebej. Taljenje: $\Delta S_1 = \frac{Q_t}{T_L} = \frac{q_t m_L}{T_L} = 106$ J/K, kjer je T_L temperatura ledišča, $T_L = 273$ K. Spremembo entropije pri segrevanju staljenega ledu izračunamo podobno kot pri nalogi b) : $\Delta S_2 = m_L c \ln \frac{T_k}{T_z} = m_L c \ln \frac{333}{273} = 71$ J/K. Pri tem smo seveda upoštevali da je začetna temperatura za staljeni led drugačna kot pri čaju. Skupna sprememba entropije za led je torej $\Delta S_L = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 177$ J/K. d) Celotna sprememba entropije v sistemu je vsota sprememb za led in čaj, $\Delta S = 177$ J/K–143 J/K = 34 J/K. Celotna entropija sistema se je torej povečala, kar bi pričakovali že iz drugega zakona termodinamike.

18 a) Pri adiabatnih spremembah idealnih plinov velja $pV^\kappa =$ konst., $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \Rightarrow V_2 = V_1(p_1/p_2)^{1/\kappa}$. b) Iz plinske enačbe sledi $m = \frac{Mp_1V_1}{RT_1}$, c) Pomagamo si lahko s plinsko enačbo. d) $Q = 0 \Rightarrow A = \Delta W_n = mc_V \Delta T$, c_V dobimo iz podatka, da je kisik dvoatomni plin.

18.1 a) Če nič toplote ne uide v okolico, pomeni, da gre za adiabatno stiskanje (namig 18). Ko izračunamo, za koliko se dvigne temperatura zraka, lahko izračunamo spremembo notranje energije tega zraka, ta pa je enaka opravljenemu delu. b) Temperatura tlačilke je enaka temperaturi zraka v njej, če zanemarimo njeno kapaciteto, saj je tlak zraka v zračnici enak tlaku zraka v tlačilki. c) Če stiskamo zelo počasi, se temperatura zraka ne dvigne, ker toplota uide v okolico. Iz enačbe za opravljeno delo ($A = p\Delta V$) lahko zapišemo enačbo za diferencialno delo ($\mathrm{d}A = p\mathrm{d}V$), iz te pa enačbo za opravljeno delo pri konstantni temperaturi ($A = \int_{V_\mathrm{z}}^{V_\mathrm{k}} p\mathrm{d}V = p_\mathrm{z} V_\mathrm{z} \ln(V_\mathrm{k}/V_\mathrm{z})$), kjer se končno prostornino izračuna s plinsko enačbo.

19 a, b in c) $pV =$ konst, $\Delta W_n = 0$, $A_\mathrm{opravljeno} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$. d) Uvedba entalpije H je smiselna le pri stalnem tlaku (takrat velja $\Delta H = Q$), zato pri stalni temperaturi o entalpiji ponavadi sploh ne govorimo. Je pa res, da je entalpija funkcija stanja in jo zato lahko (če si to želimo) izračunamo v vsakem primeru s pomočjo njene definicije $H = W_n + pV$. Velja torej $\Delta H = H_2 - H_1 = W_{n2} + p_2 V_2 - W_{n1} - p_1 V_1 = \Delta W_n + p_2 V_2 - p_1 V_1 = 0$. e) $\Delta S = Q/T = A_\mathrm{opravljeno}/T$.

20 Relativna vlažnost je opredeljena kot razmerje med tlakom, ki ga ustvari v zraku vlažnost, in nasičenim tlakom, tj. maksimalnim tlakom zaradi vlažnosti pri izbrani temperaturi. Ker gre v našem primeru za isti zrak, se absolutna vlažnost ne spremeni. Za isti faktor, kot se poveča nasičeni parni tlak, se zmanjša relativna vlažnost.

21 Na minuto vdihnemo $V = 1{,}4$ l $\cdot$ 1 min/3,5 s = 24 l zraka. V vsaki minuti izpari $MpV/(RT)$ vode (namig 1.2), kjer je p njen nasičeni parni tlak pri temperaturi v pljučih (T). Za nasičeni parni tlak vzamemo vrednost pri temperaturi 40 °C, ker je ta le nekoliko višja od temperature v pljučih.

22 Razmislek je podoben kot pri namigu 21. Toploto izgubljamo zaradi izparevanja vode iz zraka ter zaradi ogrevanja zraka. Na minuto vdihnemo 1,5 l $\cdot$ 15 = 22,5 l zraka. V vsakem vdihanem litru zraka izpari 45,75 mg – 10,3 mg = 35,45 mg vode, za kar je potrebno $Q_\mathrm{i} = m_\mathrm{v} q_\mathrm{i}$ toplote. Za segrevanje zraka porabimo toploto $Q_\mathrm{s} = m_\mathrm{z} c_p \Delta T = m_z \frac{7}{2} \frac{R}{M} \Delta T = \frac{pV}{T} \frac{7}{2} \Delta T$.

23 Topnostni koeficient ($\alpha = c/p$) je pri 1 °C 2,2 in pri 40 °C 1 mM/kPa, parcialni tlak kisika pri normalnem zračnem tlaku je 21 kPa. Preko razlike koncentracij izračunamo, koliko molov kisika se sprosti (0,252 mmola). Volumen sproščenega kisika je določen pri normalnem zračnem tlaku.

23.1 $c = \alpha p$.

23.2 Podobno kot pri nalogi 23.1. Upoštevamo tudi, da se koncentracija plina v vodi v zaprti steklenici praktično ne spreminja več.

24 Osmolarnost celice se mora spremeniti glede na zunanje pogoje. Ker snovi ne prehajajo skozi membrano, se mora spremeniti prostornina celice. Ker se zunanja koncentracija snovi poveča, se prostornina celice zmanjša.

24.1 V hipotoničnem okolju v celico vdira voda toliko časa, dokler se osmolarnost v celici ne izenači z zunanjo. Za osmolarnost c velja $c = N/V$, kjer je N število raztopljenih osmotsko aktivnih delcev v volumnu V. Ko se celici volumen poveča za 1,5 krat, se bo osmolarnost v njej zmanjšala ravno za enak faktor. Zunanja osmolarnost torej ne sme biti manjša od $c_{\mathrm{normalna}}/1{,}5$.

24.2 V ravnovesju bo razlika hidrostatskih tlakov ob membrani enaka osmoznemu tlaku $\rho g \Delta h = \pi = RT \sum c_i$.

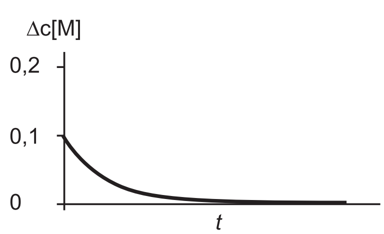
24.3 Membrana ne bo napeta, ko bosta osmozna tlaka na obeh straneh enaka. Spomnimo se tudi, da moramo pri osmoznem tlaku upoštevati koncentracije vseh disociiranih raztopljenih delcev (en mol $MgCl_2$ v raztopini disociira na tri mole raztopljenih delcev).

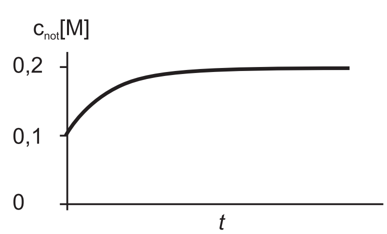
25 V ravnovesju bo koncentracija v celici enaka kot zunaj nje. Koncentracija bo torej povsod enaka in jo lahko izračunamo kar kot število vseh delcev v sistemu deljeno s celotnim volumnom sistema.

26 $\Phi = \frac{\Delta c}{R_D}$. Izračun je enostaven, če razliko v koncentracijah najprej pretvorimo v take enote, da se nam v enačbi enota lažje pokrajša.

26.1 $\Phi = SD\frac{\Delta c}{L}$. Pazimo na enote; ker nas zanima število molekul na minuto, nadomestimo razliko koncentracij Δc kar z razliko gostot molekul.

27 a) $\Phi = PS\Delta c$. b) $\Delta c(t) = \Delta c_0 e^{-t/\tau}$.





c) Čas v katerem koncentracija v celici naraste na 0,15 mM, je enak času, v katerem razlika koncentracij med notranjostjo in zunanjostjo pade na 0,05 mM. Uporabimo torej enačbo za spreminjanje razlike koncentracij s časom, pri čemer upoštevamo $\tau = V/(PS)$.

27.1 Podobno kot pri nalogi 27a.

28 a) $\Phi = PS\Delta c$, b) Črpalke ione črpajo iz območja z manjšo koncentracijo v območje z večjo koncentracijo, se pravi iz območja z manjšim kemijskim potencialom na območje z večjim kemijskim potencialom. Energija, ki jo porabimo za prečrpavanje ν molov snovi na višji kemijski potencial, je kar $E = \Delta G = \nu\Delta\mu = \nu RT \ln c_2 - \nu RT \ln c_1 = \nu RT \ln \frac{c_2}{c_1}$. Moč je porabljena energija na čas, zato $P = \frac{E}{t} = \frac{\nu}{t} RT \ln \frac{c_2}{c_1} = \Phi RT \ln \frac{c_2}{c_1} = 3{,}6 \cdot 10^{-11}$ W. c) Črpalke vsako sekundo porabijo $3{,}6 \cdot 10^{-11}$ J energije, torej $\frac{3{,}6 \cdot 10^{-11}}{31000}$ molov ATP.

29 a) Toplotni upor posameznega dela je sorazmeren z debelino tega dela in obratno sorazmeren z njegovo površino. Toplotni upor je tudi obratno sorazmeren s koeficientom toplotne prevodnosti. b) Glede na toplotni tok sta posamezna dela postavljena zaporedno. Toplotni tok je sorazmeren z razliko temperatur in obratno sorazmeren s toplotnim uporom. c) Toplotni tok je enak skozi oba dela, zato je razlika v temperaturah na posameznih delih obratno sorazmerna s toplotno prevodnostjo teh delov.

30 a) Glej namig k nalogi 29. b) Moč peči bo enaka toplotnemu toku, ki se izgublja iz brunarice. Pri računanju toplotnega toka razmislimo, ali toplota skozi okna in stene uhaja vzporedno ali zaporedno. c) Dodatno izolacijo potrebuje tisti del brunarice, skozi katerega izgubljamo več toplote.

30.1 Podobno kot pri nalogi 29a.

30.2 a) Peč oddaja toploto, ko je vklopljena (t_p). Ker se temperatura v koči ne spremeni, toplota, ki jo peč v enem dnevu odda ($P_p t_p$), ravno nadomesti toplotne izgube v tem dnevu ($P_i t_i$). Toplotne izgube so sorazmerne z razliko temperatur ($P_i = k(T_n - T_z)$, kjer je k konstanten (opisuje izolacijo sten koče), ravno tako je konstantna tudi moč peči. Razmerje P_p/k dobimo iz podatkov. b) Največja temperatura je v koči, ko je peč vklopljena 24 h na dan.

31 Toplotni tok skozi izolacijo ($P = \Delta T/R$) je po velikosti enak produktu toplotne kapacitete in časovne spremembe temperature: $P = -C\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$. Takoj po izpadu električne energije, ko temperatura v skrinji ne naraste bistveno, je toplotni tok skozi stene približno stalen. Zato je njegova vrednost kar produkt toplotne kapacitete in hitrosti spreminjanja temperature. b) Razlika temperatur se eksponentno manjša, kar lahko zapišemo z enačbo $\Delta T = \Delta T_0 \mathrm{e}^{-t/RC}$, kjer je ΔT_0 začetna razlika temperatur. Toplotni upor lahko izračunamo iz začetnega toplotnega toka, ko poznamo toplotni tok in razliko temperatur, torej $R = \Delta T_0 / P_{t=0}$. Čas, v katerem naraste temperatura na 0 °C, izrazimo kot $t = RC \ln(\Delta T_0/\Delta T)$, kjer je ΔT razlika temperatur, ko je temperatura v skrinji enaka 0 °C.

31.1 Glej namig k nalogi 31, pri čemer upoštevamo definicijo: $C = m_{\text{voda}}c$. Prve rešitve so približki, ko predpostavimo, da se v 1. minuti tok tako malo spreminja, da je maksimalni tok kar enak povprečnemu toku v 1. minuti, druge pa, ko tudi za 1. minuto upoštevamo eksponentno spreminjanje temperature. Vidimo, da so razlike res majhne, kar pomeni, da je približek upravičen.

31.2 a) Podobno kot pri nalogi 29. b) Uporabimo linearni približek, pri čemer je razlika v temperaturah med kožo in zunanjostjo stalna. Zato je tudi toplotni tok skozi obleko ($P = \Delta T/R$) v našem približku stalen. V izrazu za ta toplotni tok sta sedaj razlika v temperaturah in toplotni upor drugačna kot v prvem primeru. Razlika v temperaturah je manjša, ker se je ozračje segrelo. Manjši je tudi toplotni upor zaradi večje toplotne prevodnosti in manjše debeline obleke. Ta toplotni tok pa je enak vsoti produkta toplotne kapacitete človeka in hitrosti spreminjanja temperature ter gretja zaradi metabolizma ($P_0 = 85$ W): $P = -C\mathrm{d}T/\mathrm{d}t + P_0$. P_0 je precej manjši od toplotnega toka skozi obleko.

31.3 $\Delta T(t) = \Delta T_0 \mathrm{e}^{-t/\tau}$, kjer je $\tau = R_t C$.

32 a) Zračniki vpihujejo čist zrak, iz prostora pa gre enaka količina zraka s trenutno koncentracijo amoniaka, kar pomeni, da je sprememba koncentracije sorazmerna trenutni koncentraciji, oziroma da se koncentracija eksponentno manjša. b) Količina izmenjanega zraka, da pade koncentracija na polovico, je neodvisna od pretoka. A večji, kot je pretok, manj časa je potrebnega, da se ta količina izmenja; zaradi 2-krat večjega pretoka je razpolovni čas 2-krat krajši.

32.1 a) Ko delujejo ventilatorji, se zrak v dvorani izmenjuje z zunanjim zrakom, v katerem je koncentracija CO_2 0,03 %. Glej tudi namig k nalogi 32. b) Ker se količina zraka v dvorani ne spreminja, mora biti pritok Φ_v enak odtoku (kV), kjer je k ista hitrostna konstanta kot pri spreminjanju koncentracije $k = ln2/t_{1/2}$. c) Ker je poraba kisika zaradi dihanja konstantna, se koncentracija CO_2 povečuje linearno.

Elektrika in magnetizem

1 a) Električna poljska jakost je vektorska količina. Njeno vrednost v določeni točki prostora izračunamo tako, da vektorsko seštejemo prispevke vseh nabojev v prostoru, pri čemer je velikost posameznega prispevka $E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, kjer je r razdalja med izbranim nabojem in določeno točko. Smer vektorja je določena z zveznico od izbranega naboja do točke (pri pozitivnih nabojih kaže $\vec{E}$ stran od naboja, pri negativnih pa proti njim). Vrednosti nabojev v tej nalogi so izbrane tako, da lahko vektorsko vsoto izračunamo tudi grafično. b) Električni potencial je skalarna količina. Njegovo vrednost v določeni točki prostora izračunamo tako, da seštejemo prispevke vseh nabojev, pri čemer je velikost posameznega prispevka $\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$. V nasprotju z nalogo a) torej tu ne bo potrebno seštevati vektorsko.

2 Računamo lahko, kot da je celotni naboj jedra zbran v njegovem središču in uporabimo $\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$.

3 a) Situacija pri nevihtnem oblaku je podobna kot pri ploščatem kondenzatorju, zato je tudi potek silnic in ekvipotencialnih črt podoben. Polje je med oblakom in zemljo homogeno, ob straneh pa se malo deformira. b) V homogenem polju velja $E = U/d$, kjer je d razdalja med oblakom in zemljo. c) V homogenem polju se napetost vzdolž silnic spreminja linearno. Na četrtini višine do oblaka bo torej tudi napetost ena četrtina celotne. d) Delec bo lebdel, če bo električna sila nasprotno enaka sili teže, $eE = mg$.

4 Če se kapljica giblje s stalno hitrostjo, je rezultanta sil nanjo enaka 0, oziroma je sila, ki jo vleče, enaka sili upora $F_u = 6\pi\eta r v$. Ko kapljica pada navpično, torej velja $F_u = F_g \Rightarrow 6\pi\eta r v_y = mg$. Ko vključimo električno polje, se kapljica zaradi njega začne gibati še v vodoravni smeri, kjer velja $F_u = F_e \Rightarrow 6\pi\eta r v_x = eE$. Jakost električnega polja E lahko izračunamo iz podatka o napetosti in razdalji med ploščama. Neznani produkt ηr izračunamo iz prve enačbe in ga vstavimo v drugo.

5 $F = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$. Kako pa je z enotami? Pomagamo si z znanimi zvezami AsV=J, enoto za farad F pa uganemo na primer iz enačbe $e = CU$, F = As/V.

6 Velja Ohmov zakon, kjer je upornost raztopine odvisna od njene specifične upornosti in geometrije : $U = RI = \frac{l}{S\sigma} I$.

7 Kolikšna je celotna upornost telesa in čevljev skupaj ($U = RI$, kjer je napetost v vtičnici $U = 220$ V)? Iz celotne upornosti nato izračunamo upornost telesa, nato pa s pomočjo Ohmovega zakona še tok skozi telo brez čevljev.

8 Najprej izračunamo upornost žarnice R_Z (s pomočjo enačb $U = R_Z I$ in $P = UI$). Ko žarnico priključimo na baterijo z napetostjo U_0 in notranjim uporom R_0, na žarnici ni celotna napetost U_0, temveč je le-ta manjša, saj do napetosti pride že na notranjem uporu. Gre torej za zaporedno vezavo, pri kateri so v tokokrogu U_0, R_Z in R_0. Ko izračunamo celotno upornost tokokroga (pri zaporedni vezavi velja $R = R_0 + R_Z$), lahko izračunamo tok skozi tokokrog (iz $U = RI$), nato pa še napetost na žarnici $U_Z = R_Z I$. Moč je $P = UI$.

9 Najtežje pri tej nalogi si je predstavljati, kje tok teče zaporedno in kje vzporedno. Za lažjo predstavo si lahko sliko narišemo tudi malo drugače, pri čemer upoštevamo: R_4 in R_3 sta vezana zaporedno (izračunamo njuno skupna upornost $R_{s1} = R_4 + R_3$), vzporedno z njima je vezan R_2 (izračunamo še skupno upornost te vzporedne vezave, $1/R_{s2} = 1/R_{s1} + 1/R_2$), na vse skupaj pa je zaporedno vezan še R_1 (skupna upornost celotnega tokokroga je torej $R_1 + R_{s2}$).

10 Ker se volumen cevke ne spreminja, se pri vdihu cevka podaljša in tudi stanjša, $V = LS$, kjer je L dolžina cevke, S pa njen presek. Kako se pri tem spremeni njena upornost? Spomnimo se, da je $R = \xi \frac{L}{S}$, iz znane napetosti in spremenjene upornosti pa lahko izračunamo zmanjšanje toka.

11 Če poznamo moč grelca ($P = UI$), lahko izračunamo, koliko toplote Q odda vsako sekundo, $Q = Pt$. Voda dobiva toploto iz grelca in se tako vsako sekundo segreje za $\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{P}{\Phi_m c}$.

12 Toplota, ki se sprosti zaradi električnega toka skozi snov je $Q = Pt = UIt = RI^2t$. Izračunati moramo še upornost hrasta ($R = \xi \frac{L}{S}$).

13 a) Vtičnice so vezane vzporedno – le tako je lahko na vsaki 220 V ne glede na to, kaj je priključeno na ostale vtičnice. b) Varovalka je na vtičnice priključena zaporedno in bo pregorela, če bo skozi njo tekel tok, ki je večji od 12 A.

14 Moč električnih naprav je v primeru enosmernega toka kar $P = UI$. Napetost U je kar napetost baterije, tok I skozi mobitel pa lahko izračunamo iz podatka o času, ki je potreben, da se izprazni celoten naboj, ki je shranjen v bateriji, $I = e/t$.

15 Spomnimo se izraza za impedanco (efektivno upornost) kondenzatorja pri izmeničnem toku $R = \frac{1}{\omega C}$. Večja ko je frekvenca toka ω, manjša bo impedanca kondenzatorja. Za visoke frekvence kondenzator torej ne predstavlja praktično nobenega upora. Če na vhod vezja A priključimo visoko frekvenčno izmenično napetost, bo ves električni tok stekel skozi kondenzator in se na izhodu ne bo nič poznalo. Če pa na vhod vezja A priključimo napetost z majhno frekvenco, skozi kondenzator tok ne bo tekel, in praktično vsa vhodna napetost se bo poznala tudi na izhodu.

16 a) Napetost izračunamo iz enačbe za energijo kondenzatorja $W = \frac{1}{2}CU^2$. b) $U = RI$. c) $I = I_0 e^{-t/\tau}$), karakteristični čas je $\tau = RC$, $t_{1/2} = \tau ln2$

16.1 Med polnjenjem se napetost na kondenzatorju s časom spreminja kot $U = U_0(1 - e^{-t/\tau})$, kjer je $\tau = RC$. Energija kondenzatorja je sorazmerna kvadratu napetosti in se bo tako spreminjala kot $W \propto U^2$, oziroma $W = \frac{1}{2}CU_0^2(1 - e^{-t/\tau})^2$.

16.2 Glej namig k nalogi 16.1.

17 Ker smo kondenzator odkopili s tokokroga, se bo naboj na njem ohranjal. Velja torej, $e = C_1U_1 = C_2U_2$, oziroma $U_2 = U_1\frac{C_1}{C_2}$. Ob spreminjanju kapacitete in napetosti se je spremenila tudi energija kondenzatorja $W = \frac{1}{2}CU^2$. Delo je enako razliki energij.

18 Tok teče skozi kanalčke vzporedno. Če je preko membrane tok I in je v membrani N kanalčkov, bo skozi vsakega tekel tok I/N. Kolikšen tok teče skozi 1 cm^2 membrane ($U = RI$)? Kakšna je povezava med tokom in količino naboja, ki se pretoči v določenem času ($I = e/t$)? Kolikšen naboj ima en ion (1,6 $\times$ 10^{-19} As)?

19 Magnetno polje na iglo kompasa deluje z navorom $M = p_m B \sin\phi$. Sila, s katero mi držimo iglo, deluje z navorom $M = Fr$, kjer je r dolžina ročice. Ker držimo iglo pravokotno glede na njeno smer – tedaj je namreč potrebna sila najmanjša, je dolžina ročice kar polovica dolžine igle. V ravnovesju morata biti oba navora enaka.

20 Sila v električnem polju $F = eE$ pospešuje elektron. Pospešek je $a = F/m$, končna hitrost v električnem polju pa bo tako at. Ko se električno polje izklopi in vklopi magnetno polje, začne na elektron delovati magnetna sila. Ta sila je pravokotna na hitrost potovanja elektrona in je konstantna. Zato ne more spreminjati velikosti hitrosti, pač pa povzroča kroženje. Magnetna sila $F_m = evB$ je ravno sila, ki povzroča radialni pospešek $a_r = v^2/r$. Torej velja $evB = mv^2/r$.

21 Tu pride do Hallovega pojava, pri katerem je magnetna sila na gibajoče se naboje $F_m = evB$ enaka električni sili, ki jo povzroča induciran naboj, $F_i = E_i e = \frac{U_i}{d} e$.

22 Jakost magnetnega polja okoli dolgih vodnikov pada z oddaljenostjo kot $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Tok v celici je $I = jS$.

Valovanje

1 Spomnimo se zveze med valovno dolžino, hitrostjo valovanja in frekvenco: $\lambda = c/\nu$.

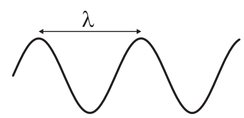
1.1 Glej nalogo 1.

2 Število valovnih dolžin je enako razmerju med prepotovano potjo in valovno dolžino (namig 1).

2.1 a) Gibanje valovne fronte obravnavamo kot enakomerno gibanje, $s = ct$. Če bi hoteli biti res natančni, je čas med tem, ko opazimo in slišimo strelo $t_z - t_s = s/c_z - s/c_s$. b) Napaka je zanemarljiva, ker je hitrost svetlobe neprimerljivo večja od hitrosti zvoka. c) Izračunamo hitrost, ki jo opisuje pravilo: $c_t = 1000$ m/3s. Napako izračunano iz razlike razdalj, ali se spomnimo, kako se računa z relativnimi napakami: $\Delta s/s = \Delta t/t + \Delta c/c$, ker ocenjujemo napako le zaradi napačne hitrosti je relativna napaka razdalje kar $\Delta c/c$. Verjetno je napaka pri določanju časa večja.

2.2 V času t zvok prepotuje razdaljo $s = ct$. Ker v tem času zvok prepotuje do organa in nazaj, je s enak dvakratniku globine organa.

3 Narišimo si sinusno valovanje! Iz slike vidimo, da sta točki, ki nihata v fazi, tj. s faznim premikom ali fazno razliko 360°, oddaljeni za eno valovno dolžino. Ker je fazna razlika 60° enaka eni šestini celotne faze, je tudi razdalja med točkama, ki nihata s to fazno razliko, enaka eni šestini valovne dolžine. Točki, ki nihata z nasprotno fazo, tj. s fazno razliko 180°, pa sta na primer oddaljeni pol valovne dolžine. Valovno dolžino se izračuna enako kot pri nalogi 1.



4 Gostota energijskega toka je enaka kvocientu P/S.

5 a) Zapišemo enačbi za eksponentno pojemanje gostote energijskega toka za za zeleno svetlobo: $j_\mathrm{z} = j_0 e^{-\mu_\mathrm{z} x}$. Če iz slednje enačbe izrazimo j_0, lahko njegovo vrednost tudi izračunamo. b) V ta namen izračunamo še izraz za pojemanje gostote energijskega toka za rdečo svetlobo: $j_\mathrm{z} = j_0 e^{-\mu_\mathrm{z} x}$. Iz pogoja $j_\mathrm{r} = j_\mathrm{z}/3$ sledi $j_0 e^{-\mu_\mathrm{r} x} = j_0 e^{-\mu_\mathrm{z} x}/3$. Po deljenju slednjega izraza z j_0 in logaritmiranju sledi enačba $\ln 3 - \mu_\mathrm{r} x = -\mu_\mathrm{z} x$, iz katere lahko izračunamo razdaljo, na kateri je gostota energijskega toka rdečega žarka trikrat manjša od gostote energijskega toka zelenega žarka (x).

5.1 a) Energijski tok je enak produktu Sj. b) Glej namig k nalogi 5.

6 Žarnica oddaja svetlobo na vse strani, zato gostota njenega svetlobnega toka pada s kvadratom razdalje: $j = P/(4\pi r^2)$. Če vzorec osvetljujemo čas t, se v njem absorbira toplota $Q = P_\mathrm{v} \cdot t = 0{,}1 \cdot S_\mathrm{v} \cdot j \cdot t$, kjer je P_v moč svetlobe, ki pada na vzorec, S_v pa njegova površina. Vzorec se bo segrel za ΔT, ko absorbira toploto $Q = mc\Delta T$.

6.1 a) Upoštevati moramo, da gostota svetlobnega toka pada s kvadratom razdalje (namig 6). b) Oddaljenost točke B od žarnice lahko izračunamo s pomočjo Pitagorovega izreka. Poleg tega je potrebno upoštevati, da na točko B svetloba pada pod kotom, zaradi česar se žarki razredčijo in v koži absorbira ustrezno manjša moč, $P_{abs} = P\cos\alpha$, kjer je α vpadni kot.

6.2 a) Po definiciji je gostote energijskega toka enaka razmerju med močjo in površino, na katero pada ta moč, $j = P/(4\pi r^2)$. b) Glej namig k nalogi 10 pri termodinamiki. c) Glej namig k nalogi 13c pri termodinamiki za zvezo med specifično toploto in prejeto toploto: $Q = mc\Delta T$. Toplotni tok na vzorcu je enak produktu gostote energijskega toka, ki se absorbira in površine vzorca: $P = \eta j S$. Ker je produkt toplotnega toka in časa enak prejeti toploti, lahko zapišemo $t = Q/P$.

7 Svetloba z valovno dolžino λ se na uklonski mrežici uklanja pod kotom α, pri čemer velja $D\sin\alpha = \lambda$, kjer je D razdalja med sosednjima režama mrežice (v našem primeru je med sosednjima režama tisočinka milimetra, torej en mikrometer). Na zaslon, ki je od mrežice oddaljen za razdaljo l, bo tako svetloba padla na razdaljo $y = l \cdot \tan\alpha$ od pravokotnice. Razmak med črtama je razlika njunih odklonov y.

8 Za divergenčni kot (α) velja enačba: $\sin\alpha \approx \lambda/D$, kjer sta λ in D valovna dolžina in velikost izvora oziroma ust. Valovna dolžina je tako velika, da nihče nima tako širokih ust, da bil lahko divergenčni kot manjši od 90°. Kot je tako velik, da se valovanje širi okrog glave.

9 a) Uporabimo isto enačbo kot pri nalogi 8, le da je sedaj valovna dolžina 40-krat manjša. b) Spet uporabimo isto enačbo, le da iščemo valovno dolžino oziroma frekvenco pri danem kotu. c) Izračunamo jo iz enačbe: $L_\mathrm{F} = D^2/(4\lambda)$. d) Uporabimo iste enačbe kot v prejšnjih primerih.

10 a) Za vzporedne žarke velja absorpcijski zakon: $j = j_0 \mathrm{e}^{-\mu x}$, kjer je μ absorpcijski koeficient. Taka izraza napišemo za obe globini (0 cm in 2 cm): $j_1 = j_0$ in $j_2 = j_0\mathrm{e}^{-\mu x_2}$. V slednjih enačbah j_0 in μ ne poznamo, vendar vemo, da je $j_1 = 8j_2$. j_0 se pokrajša in izrazimo $\mu = \ln(8/1)/x_2$; lahko pa delamo po splošni formuli: $\mu = \ln(j_2/j_1)/(x_2 - x_1)$ in upoštevamo, da je $x_1 = 0$. b) Gostota energijskega toka je sorazmerna s kvadratom amplitude ($j = s^2\omega^2\rho c/2$), ker $j_1/j_2 = 8$, je $s_2 = s_1/\sqrt{8}$. Vidimo, da se amplituda valovanja z globino zmanjšuje kot $s = s_0\mathrm{e}^{-\mu x/2}$.

11 a) Glej namig k nalogi 6.2. b) Definicija nivoja jakosti zvoka (I) je $I = 10\log(j/j_0)$.

11.1 Za glasnost (v dB) velja $I = 10\log\frac{j}{j_0}$, kjer je $j_0 = 10^{-12}$ W/m^2. Ker letalo zvok oddaja na vse strani, pada gostota energijskega toka zvoka z razdaljo r kot $j = P/(4\pi r^2)$, kjer je P moč izvora. Iz teh dveh enačb lahko izračunamo, kolikšna je moč izvora zvoka med letom na višini, $P_1 = j_0 \cdot 4\pi r_1^2 10^{I/10}$. Pri vzletu je moč štirikrat večja, razdalja pa je $r_2 = 100$ m.

12 Absorpcijski zakon lahko zapišemo enako kot pri nalogi 10: $j = j_0\mathrm{e}^{-\mu x}$, kjer je μ absorpcijski koeficient. Če upoštevamo še razširjanje valovanja (namig k nalogi 11a), velja $P = j_0 \cdot 4\pi r^2 \mathrm{e}^{\mu r}$.

12.1 a) Glej enačbe pri nalogi 11.1. b) Tu se gostota energijskega toka zvoka manjša tako zaradi širjenja v prostor (s kvadratom oddaljenosti), kot tudi zaradi absorpcije (eksponentno z oddaljenostjo). Gostota toka se torej manjša po enačbi $j = P\mathrm{e}^{-\mu r}/(4\pi r^2)$.

13 Za gostoto energijskega toka velja $j_0 = \frac{1}{2}\rho(2\pi\nu)^2 s_0^2 c$, kjer sta ν in s_0 frekvenca in amplituda valovanja.

14 a) Gostota energijskega toka se zmanjšuje eksponentno $j = j_0 2^{-x/x_{1/2}}$, kjer sta x globina in $x_{1/2}$ razpolovna debelina (prim. namig 10). Pri globini x velja $j/j_0 = 0{,}1$. Z logaritmiranjem sledne enačbe ugotovimo, da za razpolovno globino velja $x = -x_{1/2}\ln(0{,}1)/\ln 2$. b) Glej namig k nalogi 14.1 za izračun razmerja med sprejeto in poslano gostoto energijskega toka in namig k nalogi 11b za izračun decibelov, pri čemer je treba pri UZ upoštevati drugačno izhodiščno vrednost gostote energijskega toka.

14.1 Razmerje med gostoto energijskega toka, ki pride do ciste, in gostoto energijskega toka, ki ga oddaja izvor ($0{,}2\ \mathrm{W/m^2}/(1\ \mathrm{W/m^2}) = 0{,}2$), je enako razmerju med gostoto energijskega toka, ki se vrne do senzorja, in odbito gostoto energijskega toka. Torej gostoto energijskega toka, ki se vrne do senzorja, je enaka $0{,}2 \cdot 10\% \cdot 0{,}2\ \mathrm{W/\ m^2}$.

14.2 a) Glej namig k nalogi 1. b) Iz namiga k nalogi 11, ki ima definicijo za nivo jakosti ultrazvoka, sledi, da je razmerje med gostoto energijskega toka, ki ga oddaja izvor, in gostoto energijskega toka, ki se vrne do senzorja, enako $j_0/j = 10^{I/10}$, pri čemer I ustreza oslabitvi nivoja jakosti ultrazvoka. Gostote energijskega toka v telesu se zmanjšuje eksponentno, tako da lahko gostoto energijskega toka, ki prode do organa zapišemo z izrazom (namig 14) $j' = j_0 2^{-x/x_{1/2}}$, kjer je j' gostota energijskega toka, prispelega do organa. Iz slednega izraza in ob upoštevanju razlage k namigu k nalogi 14.1 sledi zveza $j = 0{,}4\,\% \cdot j_0 2^{-2x/x_{1/2}}$, iz katere lahko izračunamo razpolovno debelino ($x_{1/2}$).

15 a) Predstavljajte si, da dva avta z isto hitrostjo (v_m) začneta voziti proti prvemu kraju. Prvi v prvem kraju obrne in se odpelje nazaj in se vrne v izhodišče po 15 h. Drugi pa nadaljuje pot naprej z drugo hitrostjo (v_j) in prispe do drugega kraja. Tam se obrne in pelje najprej do prvega kraja in nato do izhodišča. Tja prispe v 25 h. Kolikšna bo razdalja med prvim in drugim krajem? b) Odboj valovanja je odvisen od akustičnih impedanc v posameznih tkivih, tj. od hitrosti širjenja valovanja v posamezni snovi in od gostote posamezne snovi: $j_\mathrm{odb}/j_\mathrm{vpa} = ((z_1 - z_2)/(z_1 + z_2))^2$, kjer je $z_i = \rho_i c_i$ akustična impedanca posameznega tkiva.

16 Pri konstantni dolžini sluhovoda je pri stoječem valovanju frekvenca zvoka kar sorazmerna s hitrostjo, le ta pa je sorazmerna s korenom absolutne temperature. Zato je razmerje med frekvencama sorazmerno s korenom razmerja med absolutnima temperaturama.

17 Pri odboju valovanja od gibajočega se tkiva pride do dvakratnega Dopplerjevega pojava. Če je hitrost gibanja tkiva v majhna v primerjavi s hitrostjo zvoka c, je relativna sprememba frekvence odbitega valovanja $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ približno enaka dvakratniku $\frac{v}{c}$. Ko se vpadno valovanje (frekvenca ν) sešteje z odbitim valovanjem (frekvenca $\nu + \Delta\nu$), se v vsoti pojavi nizka frekvenca, ki ji pravimo frekvenca utripanja. Ko v izraz za vsoto dveh sinusov, $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, vstavimo $\alpha = 2\pi\nu t$ in $\beta = 2\pi(\nu + \Delta\nu)t$ razberemo, da je frekvenca utripanja enaka $\Delta\nu/2$. Iz tega izračunamo $\Delta\nu = 320/\mathrm{min} = 5{,}3\ \mathrm{Hz}$. Hitrost gibanja tkiva je torej $v = \frac{1}{2}\frac{\Delta\nu}{\nu}c = \frac{1}{2} \cdot \frac{5{,}3}{2\times10^6} \cdot 1500\ \mathrm{m/s} = 2\ \mathrm{mm/s}$.

18 a) Lomni količnik snovi je razmerje med hitrostjo svetlobe v praznem prostoru in hitrostjo svetlobe v snovi. b) Za kot totalnega odboja (α) velja enačba $\sin\alpha = n_1/n_2$, kjer sta n_1 lomni količnik snovi, kjer valovanja vpada na mejo dveh sredstev, in n_2 lomni količnik snovi, v katero valovanje ne prodre pri kotih, večjih od kota totalnega odboja. c) Majhne spremembe v gostoti energijskega toka so sorazmerne z gostoto energijskega toka in debelino, na kateri pride do te absorpcije, pri čemer je sorazmernostni koeficient absorpcijski koeficient: $\Delta j = \mu j \Delta x$.

18.1 Lomni zakon lahko napišemo v obliki $\sin\alpha/\sin\beta = c_1/c_2$, kjer sta α in c_1 vpadni kot in hitrost svetlobe v sredstvu, v kateri žarek vpada na mejo, β in c_2 pa lomni kot in hitrost svetlobe v sredstvu, v kateri je lomni žarek. Podatek, da žarek prehaja iz optično gostejše snovi v optično redkejšo, pomeni, da velja: $c_2 = 2c_1$ (glej namig k nalogi 18).

18.2 Narišimo si pot žarka, ki se najprej lomi na prehodu iz zraka v steklo in nato še na prehodu iz stekla v olje. Zapišimo lomni zakon za vsakega od prehodov. Iz slike vidimo, da je izstopni kot v prvem prehodu enak vpadnemu kotu v drugem, $\beta_1 = \alpha_2$. Do totalnega odboja na prehodu v olje pride, če je $\beta_2 = 90°$. Ko iz enačb izrazimo α_1, ugotovimo, da rezultat sploh ni odvisen od lomnega količnika stekla!

19 Za gostoto svetlobnega velja ista enačba, kot pri nalogi 6. Ker poznamo gostoto toka, ki pada na mizo ($j_1 = 0{,}5$ W/m^2) in oddaljenost mize ($x_M = 3$ m), lahko torej izračunamo moč žarnice, $P = j_1 \cdot 4\pi x_M^2$. Med žarnico in mizo postavimo lečo. Najtežje pri tej nalogi je ugotoviti, kaj se dogaja z gostoto svetlobnega toka na poti od žarnice do mize. Od žarnice do leče gostota svetlobnega toka pada s kvadratom razdalje. Na lečo tako pada $j_L = P/(4\pi x_L^2)$, kjer je x_L razdalja med žarnico in lečo. Leča nato vso svetlobo, ki pade nanjo, zbere ("zgosti") v majhni svetli okrogli ploskvi na mizi. Gostota svetlobnega toka na okrogli ploskvi je torej $j_2 = j_L(S_L/S_2)$, kjer sta S_L je površina leče ($S_L = \pi r_L^2$) in S_2 površina osvetljene ploskve ($S_2 = \pi r_2^2$).

20 Energija fotonov izračunamo po enačbi $W = h\nu$, kar da $5{,}9 \cdot 10^{-26}$ J. Iz podatka, da ima osnovi e_0 naboj na potencialu 1 V energijo 1 eV, izračunamo identiteto 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Torej v našem primeru dobimo energijo $5{,}9 \cdot 10^{-26}$ J $\cdot$ 1 eV/$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Drugi možni izračun energije je, da najprej izračunamo valovno dolžino iz svetlobne hitrosti: $\lambda = c/\nu = 3{,}36$ m. Energijo potem izračunamo z enačbo $W = hc/\lambda$.

20.1 Energijo fotona izračunamo kot $W_f = h\nu = hc/\lambda$.

20.2 Energija konformacijske spremembe je enaka energiji fotona, ta pa je $W = h\nu = hc/\lambda$.

20.3 Ko izračunamo energijo fotonov, ki jih oddaja mobitel, ugotovimo, da je ta energija veliko manjša od ionizacijske.

20.4 Uporabimo $W_\gamma = h\nu = hc/\lambda$.

21 Spomnimo se, da so energije elektrona v atomih z enim elektronom podane z izrazom $W = -13{,}6$ eV Z^2/n^2, kjer je Z vrstno število atoma.

21.1 Glej nalogo 21. Upoštevamo tudi, da gre razlika energij elektrona v energijo fotona, ki je podana z izrazom $W_\gamma = h\nu = hc/\lambda$.

21.2 Glej nalogo 21.1.

21.3 a) Energijo vodikovega atoma lahko zapišemo z enačbo: $W_n = W_0/n^2$, pri čemer je n glavno kvantno število. Pri preskoku elektrona z $n = 4$ na $n = 2$ odnese foton energijo: $W_\mathrm{f} = W_4 - W_2 = W_0(1/4^2 - 1/2^2)$. Končen rezultat dobimo, če upoštevamo izraz za energijo fotona $W_\mathrm{f} = hc/\lambda$, kjer je λ valovna dolžina. b) Najprej je treba izračunati kot, pod katerim pride do ojačite. Za ta kot velja enačba $\tan\alpha = x/y$, kjer je x oddaljenost črte prvega uklonskega reda 34 cm od veznice med uklonsko mrežico in zaslonom ter y oddaljenost zaslona od mrežice. Potem pa lahko uporabimo enačbo pogoja za ojačitve na uklonski mrežici: $\sin\alpha = \lambda/D$, kjer je D razdalja med režama.

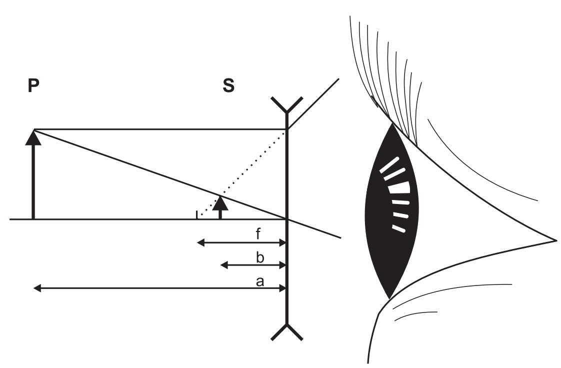
22 Svetloba z minimalno frekvenco je tista, katere fotoni imajo ravno še dovolj energije za izbitje elektrona. Iz minimalne frekvence svetlobe lahko torej izračunamo energijo, ki je potrebna za izbitje elektrona, tj. izstopno delo, $A_\mathrm{i} = h\nu_\mathrm{min}$. Če ima svetloba večjo frekvenco od minimalne, gre presežek energije fotona v kinetično energijo elektrona: $W_\mathrm{k} = h\nu – A_\mathrm{i}$.

22.1 Kinetično energijo izbitega elektrona izračunamo podobno kot pri nalogi 22, hitrost elektrona pa iz $W_\mathrm{k} = \frac{1}{2}m_\mathrm{e}v^2$.

Optika

1 a) Oko si poenostavljeno predstavljamo kot lečo in zaslon, zapišemo enačbo leče za ta primer: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Predmet je na razdalji a = 25 cm, realna slika na mrežnici pa nastane na drugi strani leče, zato je b = 17 mm. b) Lomnost leče (pogovorno dioptrija) je 1/f, kjer je goriščna razdaja izražena v metrih. c) Pomagajmo si s podobnimi trikotniki, $A : a = B : b$, kjer je A velikost črke, a razdalja od predmeta do očesa in B velikost slike na razdalji b.

2 Oseba, ki ne vidi na daleč, je kratkovidna in torej potrebuje očala z negativno dioptrijo, tj. očala z razpršilnimi lečami. Iz slike ugotovimo, da razpršilna leča oddaljene predmete zares preslika bližje, kjer jih lahko tudi kratkovidno oko dobro izostri. Navidezna velikost predmeta se pri tem ne spremeni, saj je zorni kot, pod katerim skozi lečo vidimo sliko predmeta enak zornemu kotu, pod katerim bi videli predmet brez leče. Očala bodo kratkovidni osebi pomagala, če bodo zelo oddaljene predmete preslikala ravno na razdaljo, na kateri ta oseba še vidi.



Zapišemo enačbo leče za ta primer: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Ker je predmet zelo oddaljen ($a = \infty$), je njegova obratna vrednost praktično nič, $\frac{1}{a} = 0$. Oddaljenost slike od leče b je v našem primeru enaka ravno največji razdalji, pri kateri oseba še vidi ostro. Po definiciji je b v našem primeru negativen, saj je slika na isti strani leče kot predmet. Po definiciji je obratna vrednost goriščne razdalje leče enaka lomnosti leče, ki jo merimo v dioptrijah, zato iz enačbe leče sledi

$$\frac{1}{f} = 0 + \frac{1}{b} = \frac{1}{-0{,}5\ \text{m}} = -2\text{m}^{-1} = -2\text{D}\,.$$

Nalogo lahko rešimo še na drug način. Če imamo dve leči z goriščnima razdaljama f_1 in f_2 blizu skupaj, tako da je razdalja med njima manjša kot je povprečna goriščna razdalja leč, velja enačba

$$\frac{1}{f_s} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\,,$$

kjer je f_s skupna goriščna razdalja dveh leč. Ta enačba dobro velja tudi pri človeku, če lomnost leče očal le ni prevelika ali premajhna (>10D ali <-10D).

Problem reševanja poenostavimo tako, kot da bi se svetloba v očesu lomila samo na očesni leči. Če se f_1 nanaša na goriščno razdaljo očesne leče in če se f_2 nanaša na goriščno razdaljo leče očal, lahko zapišemo enačbi leče, ko človek gleda brez očal

$$\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{b} = \tfrac{1}{f_1}$$

in ko človek gleda z očali

$$\tfrac{1}{a_s} + \tfrac{1}{b} = \tfrac{1}{f_s}\,,$$

pri čemer je a razdalja med predmetom in lečo, ko človek gleda brez očal, a_s je razdalja med predmetom in lečo, ko človek gleda z očali, in b je razdalja med očesno lečo in mrežnico. Če vstavimo enačbi leče v enačbo za skupno goriščno razdaljo, dobimo

$$\tfrac{1}{f_2} = \tfrac{1}{a_s} - \tfrac{1}{a}\,.$$

Pri naši nalogi je $a = 50$ cm in $a_s = \infty$, ker bi oseba rada videla ostro tudi zelo oddaljene predmete, zato za lomnost leče očal velja $1/f_2$ = -2 m^{-1} = -2 D. Potrebujemo razpršilno lečo.

2.1 Pri tej nalogi je razmislek podoben kot pri nalogi 2, le da oseba ne vidi na blizu. Uporabiti mora zbiralno lečo, ki bližnje predmete preslika tako, da so navidezno bolj daleč.

2.2 Glej nalogo 2.1.

2.3 Glej nalogo 2.

3 Zorni kot mora biti v obeh primerih enak. Pomagajmo si s podobnimi trikotniki, $A_1 : x_1 = A_0 : x_0$, kjer je A_1 ločljivost na razdalji $x_1 = 2$ m, A_0 pa ločljivost na normalni zorni razdalji x_0.

3.1 a) Glej nalogo 3. b) Če so paličice 2x bolj narazen, mora biti za enako natančnost tudi slika 2x večja. Predstavljajte si vzorec na karo papirju.

4 a) Najprej zapišemo enačbo leče za primer, ko človek bere na razdalji (a) 1 m

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}\,,$$

kjer je b razdalja med sredino leče in sliko črk ter f goriščna razdalja leče, ki je ne poznamo. V primeru, da bi človek gledal nek predmet na minimalni razdalji, pri kateri bi slika nastala točno na mrežnici, (a_0) velja enačba

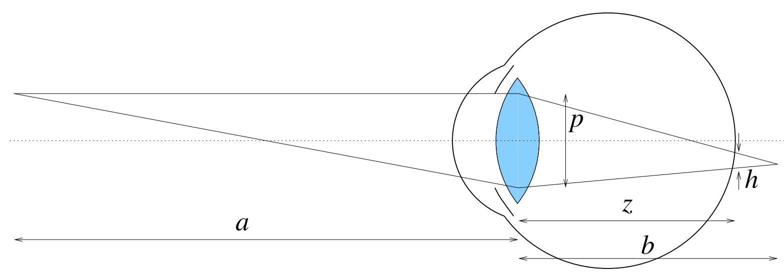
$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{z} = \frac{1}{f}\,,$$

kjer je z razdalja med sredino leče in mrežnico. Če iz zgornjih dveh enačb izločimo goriščno razdaljo leče in izrazimo b, dobimo izraz

$$b = \frac{1}{\frac{1}{a_0} + \frac{1}{z} - \frac{1}{a}}\,. \tag{22}$$

Ko vstavimo podatke ($a_0 = 2$ m, $z = 17$ mm in $a = 1$ m) v slednji izraz, sledi $b = 17{,}15$ mm.

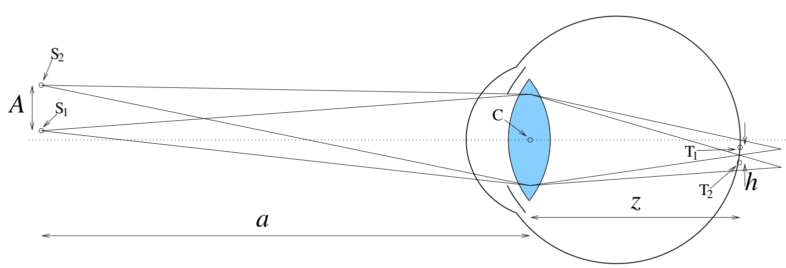
b) V danem primeru se črke preslikajo na mrežnici v nekoliko zabrisane črke. Koliko so te črke zabrisane, ugotovimo, če upoštevamo, v kako velike lise se preslikajo točke. Slika točke nastane za mrežnico, zato nastane na mrežnici lisa.



Rob lise oblikujejo žarki iz roba zenice, ki še sodelujejo pri preslikavi predmeta. Na zgornji sliki h in p označujeta premer lise in p zenice. Iz podobnih trikotnikov ugotovimo, da velja

$$\frac{p}{b} = \frac{h}{b - z}\,. \tag{23}$$

Manjše lise se težje prekrivajo. Na spodnji sliki vidimo, da se dve lisi na mrežnici ne prekrivata, ko je premer lis enak razdalji med sredinama lis.



Človek vidi točki kot dve ločeni lisi, če sta točki na predmetu oddaljeni najmanj za razdaljo A. Ko prižgemo luč, se velikost lis spremeni, toda za razločevanje črk je pomembna ista razdalja A, saj beremo isto besedilo. Ker je trikotnik $\mathrm{CS_1S_2}$ podoben trikotniku $\mathrm{CT_1T_2}$, velja

$$\frac{A}{a} = \frac{h}{z}\,. \tag{24}$$

Sedaj lahko zapišemo zvezo med razdaljo A in velikostjo zenice (p) ter a in a_0. Ko iz enačb 22, 23 in 24 izločimo h, b in z, dobimo

$$\frac{a}{a_0} = 1 - \frac{A}{p}\,. \tag{25}$$

Razdalja, pri kateri človek še lahko bere, se zmanjša, če se velikost zenice (p) zmanjša. Zapišimo še zvezo med dvema točkama na predmetu, ki ju oko še loči kot točki, velikostjo zenice (p_z), oddaljenostjo besedila od leče (a_z) in a_0, ko se velikost zenice zmanjša za 20 %. Ker sedaj p preide v p_z in a preide v a_z, lahko namesto enačbe 25 zapišemo

$$\frac{a_\mathrm{z}}{a_0} = 1 - \frac{A}{p_\mathrm{z}}\,.$$

Če iz slednjih dveh enačb izločimo A, dobimo

$$a_\mathrm{z} = a_0 - \frac{p}{p_\mathrm{z}}(a_0 - a)\,.$$

Ko vstavimo podatke ($a_0 = 2$ m, $a = 1$ m in $p_\mathrm{z} = (1 - 20\,\%)p$), sledi rezultat $a_\mathrm{z} = 75$ cm.[1]

c) Pri večjih črkah je lahko velikost lis na mrežnici večja. Pri 50 % večjih črkah je zato razdalja med dvema točkama na predmetu, ki ju oko še loči kot točki, 50 % večja ($A \to 1{,}5A$). Na podlagi enačbe 25 lahko zapišemo

$$\frac{a_2}{a_0} = 1 - \frac{1{,}5A}{p}\,, \tag{26}$$

kjer je a_2 razdalja med besedilom z večjimi črkami in lečo. Iz enačb 25 in 26 izločimo kvocient A/p in izrazimo a_2, da dobimo

$$a_2 = a_0 - 1{,}5(a_0 - a)\,.$$

Ko vstavimo podatke ($a_0 = 2$ m in $a = 1$ m), sledi rezultat $a_2 = 0{,}5$ m.

d) Čimvečja je površina lise, več čepkov zajame. Če iz enačbe 23 izrazimo h in vstavimo podatke za p, b in z (3 mm, 17,15 mm in 17 mm), dobimo, da je premer lise, ki nastane zaradi preslikave točke, enak 26 μm. Če delimo površino lise ($\pi 26^2 \mu\mathrm{m}^2/4$) s površino enega čepka (1 mm^2/14000), dobimo, da lisa zajame 7 čepkov.

[1] Ljudje, ki imajo težave z branjem majhnega besedila, včasih zapirajo veke, da z zmanjšanjem odprtine izboljšajo ločljivost.

5 Mikroskop bo sliko predmeta preslikal v neskončnost v primeru, če bo objektiv predmet preslikal ravno v goriščno ravnino okularja, kjer je tudi merilna mrežica. Da lahko izračunamo lego predmeta z uporabo enačbe za lečo, $\frac{1}{f_{OB}} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, moramo poznati goriščno razdaljo objektiva. To dobimo iz povečave, namreč povečava mikroskopa je produkt povečave objektiva ($N_{OB} = e/f_{OB}$) in povečave okularja ($N_{OK} = x_0/f_{OK}$). Iz povečave okularja izračunamo njegovo goriščno razdaljo: $f_{OK} = x_0/N_{OK}$ in iz povečave objektiva $N_{OB} = N_M/N_{OK} = e/f_{OB}$ goriščno razdaljo objektiva. Najprej lahko izračunamo velikost slike predmeta, ki jo ustvari objektiv: $B = Ae/f_{OB}$, kjer sta A velikost predmeta, $e(= b - f_{OB})$ pa razdalja med goriščema. Nato zorni kot izračunamo z enačbo $\tan\varphi = B/f_{OK}$. Merilce je v goriščni ravnini okularja, kjer nastane slika, ki jo projicira objektiv, in je N_{OB}x večja od predmeta.

5.1 a) Mikroskop bo sliko predmeta preslikal v neskončnost v primeru, če bo objektiv predmet preslikal ravno v goriščno ravnino okularja. Ker je razdalja med objektivom in okularjem 8 cm, goriščna razdalja okularja pa 3 cm, mora slika objektiva torej nastati na razdalji $b = 5$ cm za objektivom. Razdaljo med predmetom in objektivom a nato izračunamo z enačbo leče, $\frac{1}{f_{OB}} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.
b) Najprej lahko izračunamo velikost slike predmeta, ki jo ustvari objektiv: $B = Ae/f_OB$, kjer je A velikost predmeta, $e(= b - f_{OB})$ pa razdalja med goriščema. Nato zorni kot izračunamo z enačbo $\tan\varphi = B/f_{\mathrm{OK}}$.

5.2 Glej namig k nalogi 5.

5.3 Glej namig k nalogi 5.

5.4 Podobno kot pri nalogi 5, podatkov je preveč, zato lahko za izračun uporabite različne.

6 a) Najmanjša razdalja, da preslika kot dve točki (ob dobrem kontrastu), je ločljivost mikroskopa. b) Razdalja na mikroskopski sliki mora biti enaka razdalji, ki bi jo videli s prostim očesom na normalni zorni razdalji.

7 Narišimo si obe leči in predmet. Vidimo, da slika, ki jo preslika prva leča, predstavlja predmet za drugo lečo in je razdalja med lečama zato ravno $b_1 + a_2$. Za vsako lečo posebej velja enačba leče. Iz podatkov lahko tako izračunamo razdaljo med prvo lečo in sliko, ki nastane za njo (rezultat je b_1=60 cm). Izračunati moramo še a_2. Pri tem si pomagamo s podatkom o velikosti slik. Velikost slike za prvo lečo B_1 je podana z razmerjem $\frac{A_1}{B_1} = \frac{a_1}{b_1}$. Velikost slike za drugo lečo B_2 mora biti enaka velikosti predmeta A_1, hkrati pa je velikost slike prve leče enaka velikosti predmeta za drugo lečo ($B_1 = A_2$), Za drugo lečo tako velja razmerje $\frac{A_2}{B_2} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{B_1}{A_1}$. Ko združimo razmerja za obe leči, dobimo $\frac{a_2}{b_2} = \frac{b_1}{a_1}$. Neznano razdaljo b_2 izrazimo s pomočjo enačbe leče za drugo lečo in tako izračunamo $a_2 = f_2(1 + b_1/a_1) = 12$ cm.

Lahko pa rešimo le z opazovanjem slike in podobnimi trikotniki: s središčnega žarka skozi prvo lečo, vidimo, da je slika za prvo lečo 2x večja od premeta, zato mora nastati 2x dlje od leče (60 cm), kot je od leče do predmeta. Podobno velja za drugo lečo - končna slika je 2x manjša kot vmesna slika, zato je od vmesne slike do gorišča 2. leče 2x dlje, kot je njena goriščna razdalja, oziroma 3 goriščne razdalje pred njo, skupaj 60 + 12 cm.

Slikovne metode

1 a) Elektroni, pospešeni v rentgenski cevi, imajo energijo $W_e = e_0 U = 150$ keV. Če gre vsa energija elektrona v energijo fotona, izračunamo valovno dolžino izsevane svetlobe iz $W_e = W_\gamma = hc/\lambda$. b) Moč toka elektronov je $P = UI$, od tega pa gre le 1 % v izsevano rentgensko svetlobo. c) Ko se rentgenska svetloba absorbira v tkivu, pada gostota njenega toka (in s tem tudi moč) z globino eksponentno: $P = P_0 e^{-\mu x} = P_0 2^{-x/x_{1/2}}$.

1.1 a) Glejte namig k nalogi 1a. b) Za izračun jakosti električnega polja upoštevamo, da je napetost enaka produktu električne povprečne poljske jakosti in razdalje med anodo in katodo.

1.2 a) Glejte namig k nalogi 1a. b) Izsevana moč je enaka energiji vseh izsevanih fotonov deljeno s časom sevanja.

2 Absorpcijski koeficient pri določeni valovni dolžini izračunamo iz absorpcijskega zakona (namig 10, str. 64).

3 Gostota svetlobnega toka se na poti skozi snov zmanjšuje eksponentno. Na poti do gostejšega dela telesa se svetlobi gostota toka zmanjša za faktor $e^{-\mu_1 l_1}$, kjer je l_1 dolžina poti svetlobe do gostejšega telesa. Na poti skozi gostejši del telesa se ji gostota toka zmanjša še za faktor $e^{-\mu_2 d}$, kjer je d debelina gostejšega dela telesa. Na koncu se gostota toka zmanjša še za faktor $e^{-\mu_1 l_2}$, kjer je l_2 dolžina poti svetlobe na drugi strani telesa. V celoti se torej gostota svetlobnega toka na spodnji poti zmanjša za $j_2 = j_0 e^{-\mu_1 l_1} e^{-\mu_2 d} e^{-\mu_1 l_2}$. Na zgornji poti, kjer ni gostejšega dela telesa, pa se gostota toka zmanjša za $j_1 = j_0 e^{-\mu_1 l_1} e^{-\mu_1 d} e^{-\mu_1 l_2}$. Ko zapišemo razmerje j_2/j_1, se v njem pokrajšata faktorja z l_1 in l_2, iz ostanka pa lahko izračunamo d.

3.1 a) Poglejte namig 3 na str. 200. b) Razpolovno debelino izračunamo iz absorpcijskega koeficienta. c) Sivine na sliki uskladimo z absorpcijskimi koeficienti, kot je pri računalniški tomografiji (CT): najmanjši koeficient – najbolj svetlo, največji absorpcijski koeficient – najbolj temno. Lahko je tudi obratno. Torej 1. tkivo: absorpcijski koeficient je 1,5/m – najbolj svetlo (ali temno), 2. tkivo: absorpcijski koeficient je 4/m – nekaj vmes, 3. tkivo (tumor): absorpcijski koeficient je 12,5/m – najbolj temno (ali svetlo)

4 Uporabite enačbo za resonančno frekvenco pri jedrski magnetni resonanci, $\nu = \gamma B_0 / 2\pi$.

4.1 a) Namig k nalogi 4.

5 a) Uporabiti moramo tak TE, pri katerem sta signala iz obeh tkiv (npr. tumorja in iz zdravega tkiva) čim bolj različna. V tem primeru dobimo namreč na sliki dober kontrast. To bo tedaj, ko bo čas spinskega odmeva TE nekje med T_2 relaksacijskima časoma obeh tkiv. Signal spinskega odmeva iz obeh tkiv izračunamo iz enačbe za višino signala spinskega odmeva, $I_{SE} \propto \rho\,(1 - e^{-TR/T_1})\, e^{-TE/T_2}$, kjer so gostota jeder ρ in relaksacijska časa (T_1 in T_2) lastnosti tkiva, TR in TE pa sta parametra, ki ju lahko nastavimo na napravi. TR je namreč čas ponavljanja RF zaporedja (90- in 180-stopinjskega sunka), torej čas med enim in drugim 90-stopinjskim sunkom, TE pa je dvakratnik časa med 90- in 180-stopinjskim sunkom. Produkt gostote jeder in člena s T_1 relaksacijo je isti pri obeh časih, saj so gostota jeder,T_1 relaksacijski čas in TR enaki.

Vidimo, da sta signala iz različnih tkiv bolj različna pri 20 ms, saj je njuna razlika večja (6,16 V v primerjavi s 3,26 V). Do istega zaključka pridemo, če zamenjamo tkivi in izračunamo razliki $SE_1 - SE_2$.
c) Poglejmo še razmerje signalov spinskega odmeva: kontrasta ne bi bilo, če sta signala enaka - tedaj je razmerje signalov enako 1. Torej razmerje signalov iz obeh tkiv, ki bo enako ali blizu 1, ne da dobrega kontrasta. Pri razmerju, ki se zelo razlikuje od 1, pa dobimo dober kontrast, saj sta takrat signala zelo različna! Razmerji SE_1/SE_2 pri TE = 5 ms in TE = 20 ms pokažeta, da se signala iz različnih tkiv bolj razlikujeta pri 20 ms, saj je njun količnik bolj oddaljen od 1! Enako velja za razmerje SE_2/SE_1.

6 a) Gostoto magnetnega polja izračunamo kot vsoto gostote osnovnega (stacionarnega) magnetnega polja (B_0) in gostote magnetnega polja zaradi vključenega gradienta (G): $B = B_0 + G \cdot x$, pri čemer je x razdalja od sredine magneta do preiskovanega organa. b) Frekvenco na posameznih delih telesa izračunamo kot pri nalogi 4 ob upoštevanju skupne gostote magnetnega polja.

Nuklearna medicina

1 Aktivnost (A) pove, koliko razpadov zaznamo v eni sekundi, in ima enoto bequerel [Bq].

2 Število jeder se pri radioaktivnem razpadu manjša eksponentno, $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-t/t_{1/2}}$. To enačbo logaritmiramo in upoštevamo, da je $N/N_0 = 0{,}9$.

3 Upoštevamo povezavo $N = A/\lambda$ ter povezavo med številom jeder, maso in množino snovi, $n = m/M = N/N_A$.

4 Iz zapisa za eksponentno upadanje aktivnosti vzorca $A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 2^{-t/t_{1/2}}$ lahko izpeljemo, da je $\lambda = \ln 2/t_{1/2}$. Upoštevamo povezavo $N = A/\lambda$ ter povezavo med številom jeder, maso in množino snovi, $n = m/M = N/N_A$.

4.1 Glej nalogo 2. Upoštevamo zvezo med številom radioaktivnih jeder in njihovo aktivnostjo, $A = \lambda N$.

4.2 Zaradi jedrskega razpada se v odmrlem organizmu zmanjšuje vsebnost radioaktivnega izotopa ogljika in s tem tudi njegova aktivnost (glej nalogo 4). V času od odmrtja organizma se je aktivnost tako zmanjšala na $\frac{10}{12}$.

5 a) Ker se je aktivnost 1000 krat zmanjšala, se je torej radioaktivna snov 1000 krat razredčila in $V = 1000V_0 = 1000 \times 5 \times 10^{-6}$ m^3=1000×5 ml = 5 l. b) Aktivnost celotnega fosforja bo po 10 dneh $A = A_0 2^{-t/t_{1/2}} = 10$ Bq $2^{-10/14,2} =$ 6,1 Bq. Ker se je med tem izločilo 75% radioaktivnega fosforja, bomo izmerili le še eno četrtino te aktivnosti.

5.1 Glej nalogo 5.

6 a) Pacient mora biti v karanteni toliko dni, da bo aktivnost joda A padla na 150 MBq. Začetna aktivnost joda je

$$A_0 = 50\% \cdot 500 \text{ MBq} = 250 \text{ MBq} \; . \tag{27}$$

Aktivnost radioaktivne snovi se eksponentno zmanjšuje s časom (aktivnost je sorazmerna številu jeder):

$$A = A_0 \; 2^{-\frac{t}{t_\neg 1/2}} \; . \tag{28}$$

Zgornjo enačbo na obeh straneh delimo z A_0 in logaritmiramo

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln 2^{-\frac{t}{t_\neg 1/2}} = -\frac{t}{t_\neg 1/2} \ln 2 \tag{29}$$

ter iz nje izrazimo t:

$$t = -t_\neg 1/2 \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{\ln 2} = -8 \text{ dni} \; \frac{\ln \frac{150 \text{ MBq}}{250 \text{ MBq}}}{\ln 2} = 5{,}9 \text{ dni} = 5 \text{ dni } 22 \text{ ur} \; . \tag{30}$$

b) Doza je absorbirana energija na maso tkiva:

$$D = \frac{W_{abs}}{m} \; . \tag{31}$$

Masa tkiva je $m = 50$ g. Absorbirano energijo lahko izračunamo iz števila razpadlih jeder: če je število razpadlih jeder N_{raz} in se ob vsakem razpadu sprosti β^- delec z energijo $W_1 = 183$ keV, hkrati pa se vsi nastali β^- delci tudi absorbirajo v ščitnici, je $W_{abs} = N_{raz} W_1$. Število razpadlih jeder je število jeder na začetku N_0 minus število jeder, ki še ostanejo po sedmih dneh:

$$N_{raz} = N_0 – N(t = 7 \text{ dni}) = N_0 – N_0 \; 2^{-\frac{t}{t_\neg 1/2}} = N_0 (1 – 2^{-\frac{7 \text{ dni}}{8 \text{ dni}}}) = N_0 (1 – 2^{-\frac{7}{8}}) \; . \tag{32}$$

Število jeder na začetku izračunamo iz aktivnosti na začetku: $A = N\lambda$, kjer je $\lambda = \frac{\ln 2}{t_\neg 1/2}$, oz.

$$N_0 = A_0 \frac{t_\neg 1/2}{\ln 2} = 250 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \; \frac{8 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}}{\ln 2} = 2{,}5 \times 10^{14} \; . \tag{33}$$

Doza je torej

$$D = \frac{W_{abs}}{m} = \frac{E_1 N_0 (1–2^{-\frac{t}{t_{\neg 1/2}}})}{m} = \frac{183 \text{ keV } 2{,}5 \times 10^{14}(1–2^{-7/8})}{0{,}05 \text{ kg}} = \tag{34}$$

$$= \frac{4{,}15 \times 10^{20} \text{ eV}}{\text{kg}} = \frac{4{,}15 \times 10^{20} \text{ eV} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J}}{\text{kg eV}} = 66{,}38 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 66{,}4 \text{ Gy} \tag{35}$$

6.1 Upoštevamo, da je izmerjena aktivnost $A = 0{,}85 A_0 2^{-t/t_{1/2}}$.

6.2 Za rešitev a) in b) vprašanja upoštevajte zvezo $n = m/M = N/N_A$. Vprašanji c) in d) sta podobni kot pri nalogi 2 oziroma 4.1.

7 Doza je sorazmerna gostoti toka radioaktivnih žarkov, ta pa se z globino manjša eksponentno, $j = j_0 e^{-\mu x}$. Razmerje med dozo na globini 1 cm in dozo na globini 3 cm je torej $e^{-\mu \Delta x}$, kjer je $\Delta x = 2$ cm.

7.1 Glej nalogo 7.

8 a) Izvor vsako sekundo odda 50×10^6 β^- delcev (A = 50 MBq). Doza je absorbirana energija na maso tkiva:

$$D = \frac{W_{abs}}{m} \; . \tag{36}$$

V eni uri izvor odda $N = 50 \times 10^6 \times 60 \times 60 = 1{,}8 \times 10^{11}$ β^- delcev. Od tega se jih v tumorju absorbira 40%, $N_{abs} = 0{,}4 \times N = 7{,}2 \times 10^{10}$. Absorbirana energija je $W_{abs} = N_{abs} E_1$, zato

$$D = \frac{W_{abs}}{m} = \frac{N_{abs} W_1}{m} = \frac{7{,}2 \times 10^{10} \times 1{,}2 \times 10^6 \text{ eV} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J}}{0{,}03 \text{ kg eV}} = 0{,}46 \text{ Gy} \; , \tag{37}$$

pri čemer smo upoštevali, da je v tem primeru energija enega delca $W_1 = 1{,}2$ MeV.
b) Sevalec seva na vse strani, zato bo tumor tem manj obsevan, čim bolj bo oddaljen od sevalca. Nalogo rešimo tako, da izračunamo, kolikšen delež izsevanih žarkov zadene tumor (pri tem vemo, da se bodo vsi žarki, ki tumor zadenejo, v njem tudi absorbirali). Sevalec seva na vse strani (in torej obseva celotno kroglo okrog sebe), zato bo delež žarkov, ki zadenejo tumor s površino S_{tumor}:

$$x = \frac{S_{tumor}}{4\pi r^2} = \frac{2 \text{ cm}^2}{4\pi 100 \text{ cm}^2} = 0{,}0016. \tag{38}$$

V tumorju se torej absorbira le 0,16% vseh oddanih žarkov (pri nalogi (a) se je absorbiralo 40% vseh žarkov). Ker se torej v tem primeru absorbira $\frac{40\%}{0{,}16\%} = 251$ krat manj žarkov kot pri nalogi (a), bo tudi doza 251 krat manjša:

$$D = \frac{0{,}46 \text{ Gy}}{251} = 1{,}8 \text{ mGy} \; . \tag{39}$$

9 Glej nalogo 2 za a) vprašanje. Pri b) vprašanju lahko zaradi kratkega časa obsevanja v primerjavi z razpolovnim časom privzamemo, da je aktivnost izvora konstantna. Število razpadov v 1 min lahko izračunamo neposredno iz aktivnosti vzorca (ki je po definiciji enaka številu razpadov na časovno enoto).

10 Iz mase radija izračunajte število jeder v vzorcu; s pomočjo λ in zveze $A = \lambda N$ pridete do aktivnosti vzorca (pazite na časovno enoto) in na podlagi tega tudi do števila izsevanih delcev v pol ure. Upoštevajte le četrtino izsevanih delcev.

10.1 Glej nalogo 10.

11 Sprosti se energija, sorazmerna razliki mas na koncu in na začetku reakcije.

Rešitve

Uvodne naloge

1: 68 dm^3. Zmanjša. | **2:** a) 6,25× b) 4,9× | **3:** $10^{-12}\,l = 1\,pl$ | **3.1:** a) 29,8 oz 30 kapljic, b) 1,34 10^8 | **3.2:** $7 \cdot 10^{27}$ | **4:** a) red velikosti 10 nm, 100 nm, 1000 nm; b) 3 nm | **5:** a) 8640 L; 8,6 m^3 b) 34,2 % | **5.1:** 7200 L | **6:** $2{,}4 \cdot 10^6$ | **6.1:** a) 69,3 rojstev b) 184500 cepljenj c) 36,7 % | **7:** 37 °C = 98,6 °F, 42°C = 107,6 °F | **7.1:** 3 ml | **7.2:** od 5,6 do 9,1 atm | **8:** Ne. | **9:** 10× v 5 dneh, 100× v 10 dneh, 1000× v 15 dneh | **10:** $\mu = \epsilon c \ln 10$ oz. $\mu = \epsilon c / \log e$ b) $\mu = \ln 2/x_{1/2}$ |

Mehanika

Rešitve so izračunane s približkom za težni pospešek, $g \approx 10$ m/s^2 **1:** 1 s | **2:** 1,21 m/s | **3:** 702 N | **4:** a) 350 m/s^2 $\approx$ 35 g b) 28 kN | **5:** 1,23 obrata na sekundo | **5.1:** a) Odvisno od podatkov. b) V začetku. | **6:** 630 m/s^2 $\approx$ 63 g b) 12 m/s c) 750 obratov d) 2 min 45,6 s | **7:** a) 0,5 kg m^2 b) 7,5 J c) 0,4 Nm | **8:** 143 mmHg, 31 mmHg | **9:** 5,3 l | **9.1:** Do pasu ni dovolj. | **10:** a) 31,6 cm, b) 12,5 cm, c) Poskusite. | **11:** a) 197,3 N b) 127,7 N | **12:** a) 42 MPa na enice, na šestice "le" 7,5 MPa b) 0,115 mm | **13:** a) 3,47 kN b) 4,27 kN c) 39 cm^2 | **14:** a) 811 N b) 1340 N | **14.1:** a) 455 N b) 15 kN/m c) 446 N d) 11° | **14.2:** a) 213,6 N b) 200 N c) -25 N | **14.3:** a) 1,03 mg b) 3g/4, 0,89 mg c) 2,5/s^2; 0,069 mg d) Vadbo v primeru c. | **15:** a) 3 ms^{-1} b) 0,4 s 1050 N c) 3150 W | **15.1:** 9,95 m/s | **16:** a) tekač 1,26 MJ, tekačica 0,9 MJ b) 377,2 W oziroma 225,6 W | **16.1:** 3,6 tablice | **17:** a) 0,85 Hz b) 0,81 Hz c) 0,65 Hz Hz) | **18:** $1{,}84 \cdot 10^{13}$ Hz | **19:** a) 54 m^2, 2,2 l b) 0,15 J c) vdih 67 Pa, izdih 83 Pa | **20:** 2-krat | **20.1:** od 2 do 2,24 krat | **21:** a) ≈1,9 cm, b) 50 % | **22:** a) 10 mm/h b) 35 mm/h c) laminarni d) 620 mm/h | **23:** a) 17 cm/s b) 0,26 mm/s c) 102 cm/s | **24:** 64,1 cm | **24.1:** 1,22-krat | **25:** a) daljši del 550 kPa s/m^3, krajši del 1,76 MPa s/m^3 b) 2,6 L/min | **25.1:** 25-krat | **25.2:** a) 2,8 Pa b) 2 ml/min, 33 ml/min, 165 ml/min | **26:** 1 m | **26.1:** 31 kPa | **27:** 1,1 W | **28:** 11,5 μl, 16,3 μl, 38,5 μl oziroma radiji 1,77 mm, 1,98 mm in 2,64 mm |

Termodinamika

1: 50 % | **1.1:** 1,14 bar | **1.2:** a) 450 K b) 23 g | **1.3:** a) 58 mol b) 95 barov | **2:** $5{,}32 \cdot 10^3$Pa, 0,68 g | **3:** a) 103 min b) 103 km | **3.1:** 3 jeklenke | **3.2:** 14,5 min | **4:** 28 °C | **5:** 0,054 ms; 54 s | **5.1:** a) 1,56 s b) 18 dni c) $1{,}2 \cdot 10^{-7}\,cm^2/s$ | **6:** -0,58, 2,72, 0,12 in 11,27 μm glede na sklenino | **7:** a) 1151,3 J, b) 1151,3 J, c) 1890 J, 475,5°C, d) 2732 J, 1109°C | **8:** a) 1,07-krat b) 34,6 kJ c) 48,4 kJ d) 171 J/K e) 477 m/s | **9:** -2223 kJ/mol | **9.1:** Endotermna. 2 kJ | **10:** a) H_2O 42 kJ oziroma 10 kcal, He 51,9 kJ, N_2 10,4 kJ, b)H_2O 42 kJ oziroma 10 kcal, He 51,9 kJ, N_2 10,4, c)H_2O 42 kJ oziroma 10 kcal, He 31,1 kJ, N_2 7,4 kJ | **10.1:** 305 K | **11:** 45 kJ/mol | **12:** 10 °C | **13:** a) 84 J b) 564 kJ c) 522 kJ d) 540 s | **13.1:** 2,2 cm | **13.2:** 35 °C | **13.3:** a) 20 °C b) 70 °C | **14:** 0 °C | **15:** 321,4 l | **15.1:** a) 437 kJ b) 149 m | **16:** a) 5,4 MJ b) 1286 kcal c) 1,13 L d) 43,8 g e) 11 K f) 417 kcal | **16.1:** a) 1129 W b) 440 g | **17:** a) 86 g b) – 143 J/K c) 177 J/K d) 34 J/K | **18:** a) 63 l b) 83 g c) 192 °C d) 9,3 kJ | **18.1:** a) 18,4 J b) 401 K c) 22 J, 293 K | **19:** a) 0,67 bar b) 0 J c) 1099 J d) 0 J e) 3,7 J/K | **20:** 32 % | **21:** 1,2 g in 0 g | **22:** 40 W (P_{izp} = 32 W; P_{seg} = 7,6 W) | **23:** 6,25 ml | **23.1:** $5{,}39 \cdot 10^{-3}$ g | **23.2:** 118 kPa | **24:** 128 fl | **24.1:** 200 mOsm | **24.2:** 24 cm | **24.3:** 2,05 g | **25:** 196 mM | **26:** $5 \cdot 10^{-6}$ mol/s | **26.1:** $7{,}2 \cdot 10^{14}$ | **27:** a) $3{,}1 \cdot 10^{-15}$ mmol/s c) 11,6 ms | **27.1:** a) 0,225 fmol/s b) 162 fl | **28:** a) $2 \cdot 10^{-15}$ mol/s b) $3{,}6 \cdot 10^{-11}$ W c) $6{,}9 \cdot 10^{8}$ | **29:** a) 150 mK/W in 75 mK/W b) 93 W c) 16 °C | **30:** a) 30 mK/W, 3,75 mK/W b) 9 kW | **30.1:** 1,8 cm | **30.2:** a) 12,5 h b) 48 °C | **31:** a) 111 W b) 29 h | **31.1:** a) 70 W oz. 70,6 W b) Po 42 min oz. 41,2 min | **31.2:** a) 2,2 cm b) 1,7 K | **31.3:** a) 36 mK/W b) 1 h in 14 min | **32:** a) 8 h b) 2 h | **32.1:** a) 914 s b) 4,3 m^3/s c) 40 min |

Elektrika in magnetizem

1: a) $E_x = 0$ V/m, $E_y = 9{,}3 \cdot 10^{10}$ V/m b) $\varphi = 27{,}9$ V | **2:** $1{,}72 \cdot 10^{7}$ V | **3:** b) $2 \cdot 10^{6}$ V/m c) $2{,}5 \cdot 10^{8}$ V d) $5 \cdot 10^{-10}$ As | **4:** 13 | **5:** 0,74 pN | **6:** $1{,}2 \cdot 10^{-3}/(\Omega\text{m})$ | **7:** 293 mA | **8:** 1,5 W | **9:** 160 V, 0,4 A | **10:** 0,19 mA | **11:** 1,15 K | **12:** 180 kJ | **13:** a) Vzporedno. b) Da. | **14:** 51 mW | **15:** Vezje A prepušča nizke frekvence, vezje B pa visoke. | **16:** a) 6 kV b) Da. c) 97 ms. | **16.1:** 0,03 s, 0,07 s | **16.2:** 248 V, 0,033 J | **17:** 1000 V, 2,375 μJ | **18:** 125 | **19:** a) 0,04 N b) 9 kN | **20:** a) 18 km/s b) 0,3 mm | **21:** 0,2 m/s | **22:** 4 pT |

Valovanje

1: 16,5 m, 1,65 cm | **1.1:** 0,375 mm | **2:** 120 | **2.1:** a) 1020 m b) zanemarljivo, 1,16 mm c) 20 m | **2.2:** 7,5 cm | **3:** 11,7 cm | **4:** 2 MW | **5:** a) 0,12 W/m^2 b) 0,55 cm | **5.1:** a) 50 μW b) 1,8/mm | **6:** 132 s | **6.1:** a) 320 mJ b) 62 mJ | **6.2:** a) 2 kW/m^2 b) 4,6 J c) 231 s | **7:** 4,96 mm | **8:** 180° | **9:** a) 56° b) 1,9 MHz c) 15 cm d) 180°; 8,6 MHz; 15 cm | **10:** a) 1 cm^{-1} b) 0,35 nm | **11:** a) 0,13 W/m^2 b) 111 dB | **11.1:** 85 dB | **12:** 0,021 mW | **12.1:** a) 20 m b) 29 dB | **13:** 10 pm | **14:** a) 1,2 cm b) 33 dB | **14.1:** $4 \cdot 10^{-3}$ W/m^2 | **14.2:** a) 3,75 MHz b) 1,5 cm | **15:** a) 11,6 cm, 7,8 cm b) $0{,}9 \cdot 10^{-5}$, $32 \cdot 10^{-5}$ | **16:** 3,4 kHz | **17:** 2 mm/s | **18:** a) $2{,}14 \cdot 10^{8}$ m/s b) 1,35 c) 0,07 % | **18.1:** 20,3° | **18.2:** 45,6° | **19:** 113 W/m^2 | **20:** $3{,}7 \cdot 10^{-7}$ eV | **20.1:** Višja je energija fotona vijolične svetlobe, in sicer za 1,33 eV oz. $2{,}13 \cdot 10^{-19}$ J. | **20.2:** 2,5 eV | **20.3:** Ne | **20.4:** 248 nm | **21:** 1,51 eV | **21.1:** 3,86 X | **21.2:** 26 nm | **21.3:** a) 486,27 nm b) 1,5 μm | **22:** 0,39 eV | **22.1:** 550 km/s |

Optika

1: a) 1,59 cm b) 62,75 D c) 0,34 mm | **2:** -2D | **2.1:** 2,3 D oziroma 2,25 D, ker so leče očal na 0,25 D | **2.2:** 50 cm | **2.3:** a) -1,5 D b)-2,75 D zaokroženo iz -2,66 D | **3:** 375 μm | **3.1:** a) 3,6 mm b) 10,8 mm | **4:** Slika nastane približno 0,15 mm za mrežnico; 75 cm, 0,5 m, 7 | **5:** a) 8,4 mm b) 2 mm c) 4,57 stopinj d) 2,07 mm e) 1342 nm | **5.1:** a) 0,56 cm pred objektiv b) 15,5^o | **5.2:** 4,1 mm, 917,5-kratna povečava | **5.3:** a) 30 cm b) 10-kratna | **5.4:** 312,4-kratna | **6:** a) 516 nm b) vsaj 290-kratna | **7:** 72 cm |

Slikovne metode

1: a) $8{,}3 \cdot 10^{-12}$ m b) 30 W c) 19 W | **1.1:** a) 0,031 nm b) 1 MV/m | **1.2:** a) 207 kV b) $3 \cdot 10^{11}$ | **2:** 3,6/m | **3:** 3,8 cm | **3.1:** a) 12,5/m b) 5,5 cm c)

Glejte namig. | **4:** a) 1,5 T b) 25,9 MHz | **4.1:** a) 85,148 MHz, 21,4 MHz | **5:** a) 3,2 V in 6,2 V. Boljši kontrast je pri TE = 20 ms. b) 0,65 in 0,18. Tudi tu vidimo, da je boljši kontrast pri TE = 20 ms. c) Da. | **6:** a) 3,8 mT b) 0,16 mHz |

Nuklearna medicina

1: 1 Bq | **2:** $2{,}13 \cdot 10^{9}$ let | **3:** $3{,}6 \cdot 10^{10}$ Bq | **4:** 12 μg, 7 let | **4.1:** $1{,}32 \cdot 10^{8}$ Bq | **4.2:** 1465 let | **5:** a) 5 l b) 1,54 Bq | **5.1:** 4 l | **6:** a) 5 dni in 22 ur b) 66,4 Gy | **6.1:** a) 721 Bq b) $1{,}2 \cdot 10^{-14}$ g | **6.2:** a) $2{,}97 \cdot 10^{-9}$ molov b) 95 ng c) 28,6 dni d) 47 dni in pol | **7:** 0,94 Gy | **7.1:** 9,1 mGy | **8:** a) 0,46 Gy b) 0,16 %, 1,8 mGy | **9:** a) 3,3 μg b) 27,6 Gy | **10:** 15 mGy | **10.1:** 92,2 μJ, 3 mGy | **11:** 18 MeV |