Bojan Božič, Jure Derganc, Gregor Gomišček,
Vera Kralj-Iglič, Janja Majhenc, Mojca Mally,
Primož Peterlin, Saša Svetina in Boštjan Žekš

Praktikum iz biofizike

Študijsko leto 2019/20

Ljubljana, september 2019

Kazalo

0 Osnove merjenj in analiza meritev **2**

1 Preučevanje predeljenih sistemov s sledilnimi metodami **12**

2 Dvoeksponentne spremembe **20**

3 Tekočine **28**

4 Ultrazvok **47**

5 Merjenje toplote in specifična toplota snovi **56**

6 Mikroskop **64**

7 Lastnosti in merjenje svetlobe **76**

8 Prevajanje električnih sunkov po živčnem vlaknu **88**

9 Prevodnost elektrolitskih raztopin **97**

10 Osnove elektrokardiografije **104**

11 Slikanje z jedrsko magnetno resonanco **116**

12 Radioaktivnost **132**

0 Osnove merjenj in analiza meritev

0.1 Uvod

Na kratko bomo predstavili osnove merjenj, pomen enot, podali nekaj splošnih napotkov za zapis in obdelavo meritev. Na koncu sledijo poglavja, v katerih je podrobneje razloženih nekaj postopkov, ki so koristni pri analizi in razumevanju rezultatov.

V človeški naravi je, da stvari primerjamo – to jabolko je večje, bolj rdeče, bolj sladko od tistega... kar je dokaj enostavno, dokler sta stvari, ki ju primerjamo, skupaj. Ker pa je to v veliko primerih težko doseči, so se dogovorili za standarde, s katerimi določene količine primerjamo, določili so **enote**. Te so osnovne – določene z definicijo, ali sestavljene (iz osnovnih).

Mednarodni sistem osnovnih enot obsega:

l

enota	**oznaka**	**količina**
meter	m	dolžina
kilogram	kg	masa
sekunda	s	čas
amper	A	električni tok
kelvin	K	temperatura
mol	n	množina snovi
kandela	l	svetilnost

Sestavljene enote imajo lahko tudi svoja imena (enota za silo je na primer newton, 1 N = 1 kg m/s^2). Pogosta je tudi raba delov ali večkratnikov neke enote - običajno so to desetiški večkratniki, lahko pa, velikokrat iz zgodovinskih razlogov, tudi drugi – na primer ura (3600 s). Ravno tako so iz zgodovinskih razlogov v uporabi tudi druge enote, recimo v medicini enota za tlak, mmHg, ki označuje tlak, ki ga povzroča milimeter visok stolpec živega srebra na Zemlji: 1 mm $\cdot$ 13.5951 kgm^{-3} $\cdot$ 9.80665 ms^{-2} = 133.322387415 Pa; (o tem, koliko decimalnih mest je smiselno pisati, bomo govorili v poglavju 0.4.5).

Primerjava določene lastnosti neke snovi ali predmeta z enoto se imenuje **merjenje**, priprava, ki to omogoča, pa **merilni inštrument**. Rezultat meritve je številka in enota. Le če delamo primerjalno, so enote lahko poljubne, morajo pa biti med seboj enake – a še te se običajno označi: a.u. (arbitrary units – poljubne enote).

Očitno je, da so se v preteklosti veliko ukvarjali z merjenjem dolžine, saj se izraz »meter« poleg poimenovanja za enoto dolžine uporablja tudi za ustrezni merilni inštrument, s predpono pa se uporablja tudi za druge inštrumente – voltmeter, barometer... Skriva se med drugim tudi v izrazu toplomer. S toplomerom dejansko merimo temperaturo in ne toplote. Pri uporabi izrazov moramo biti previdni, včasih lahko isti izraz v različnih okoljih pomeni različne stvari. V takih primerih se dogovorimo o pomenu določenega izraza (izraz definiramo).

0.2 Izvedba meritev

Za meritve se ustrezno pripravimo: določimo, kaj bomo merili, na kakšen način in s katerimi inštrumenti (pri praktikumskih vajah je to predstavljeno v uvodu pri posamezni vaji). Rezultate meritev zapisujemo v strukturirani obliki:

1. Kaj merimo (Naslov vaje)
2. Kdaj so bile meritve izvedene (datum, navadimo se pisati tudi letnico, včasih tudi uro)
3. Protokol meritve (na kratko povzamemo osnove ali povemo, kje je postopek opisan)
4. S čim merimo (Potrebščine/Inštrumenti, če niso že določeni v protokolu)
5. Kaj moramo dejansko izmeriti (Naloge), da česa ne pozabimo
6. Meritve
7. Analiza meritev/Izračuni
8. Rezultati
9. Zaključek/Komentarji

Pri meritvah vedno zapisujemo neposredne odčitke z inštrumentov, za preračunavanje je kasneje dovolj časa. Pri meritvah zapišimo, kaj predstavljajo, da ne bo treba kasneje ugibati pomena posamezne številke. Kadar neko meritev ponavljamo ali merimo neko količino v odvisnosti od druge, je bolj pregledno, če meritve pišemo v tabele. Meritve pišemo neposredno na merilni list ali v laboratorijski dnevnik, da se izognemo morebitnim napakam pri prepisovanju ali izgubi rezultatov.

Ko meritve zaključimo, preden pospravimo vajo, preverimo (Naloge), če imamo vse potrebne podatke in če so ti res zapisani tako, da bi jih lahko interpretirali tudi naslednje leto, ko se same izvedbe morebiti ne bi več spomnili.

Še nekaj splošnih navodil:

- Ko merite, vedno pomislite, ali je rezultat smiseln, če se v kratkih rokavih dobro počutite in zapišete, da je temperatura sobe 12^0C, je verjetno nekaj narobe z zapisom (ali pa ste se ravno preselili s severa).

- Meritev ponovite vsaj 3x, če to piše ali ne. Če katera od meritev močno odstopa (in imate možnost), naredite še dodatno meritev, da ugotovite, ali ne gre morda za grobo napako. Morebiten pomislek, da v vsakdanjem življenju meritev ne opravljamo po trikrat, je upravičen, a se je treba zavedati, da je pri večini »merjenj« to v bistvu bolj preverjanje kot merjenje; če dobimo pričakovan rezultat, meritve ne ponovimo. Če se tehtamo, na primer, in vidimo pričakovano številko, najbrž ne bomo ponovili tehtanja. Kdo pa v resnici ne bi ponovil postopka, če tehtnica naenkrat kaže 10 kg več/manj od pričakovanega?

- Kdaj potrebujemo še več meritev? – če se dobljene vrednosti precej razlikujejo, potrebujemo pa natančno vrednost; če imajo meritve trend (naraščajo ali padajo); če nas zanima porazdelitev...

- Vse meritve zapišemo – izločamo jih, če je potrebno, le na podlagi premisleka in premislek in vzrok izločitve ob meritvi zapišemo.

- Zapišemo si okoliščine meritev, še posebej, če se je dogodilo kaj nepredvidenega.

0.3 Analiza meritev in predstavitev rezultatov

Meritve je treba ustrezno obdelati in predstaviti. Predstavitev rezultatov bi lahko primerjali z izločanjem zlata iz zlatonosne rude: 12,3 g izločenega zlata je vredno več kot tona rude, ki ga je vsebovala, čeprav je v rudi še malo več zlata. Boljše je »čiščenje«, več zlata dobimo. In seveda obratno: še tako dobro »čiščenje« ne pomaga, če v rudi ni zlata. Enako velja pri eksperimentalnem delu: vsi rezultati so v meritvah, a šele dobra analiza in predstavitev omogočita, da odgovore/rezultate lahko hitro in brez truda razberemo.

Nekaj napotkov za jasnejšo predstavitev:

- Meritve naj se jasno ločijo od preračunanih količin, da lažje sledimo analizi in poiščemo morebitne napake v postopku.

- Če merimo neko odvisnost in smo jo izmerili pri vsaj treh različnih vrednostih, odvisnost predstavimo z grafom; slika pove več kot 1000 besed, ali za naš primer – laže je razbrati odvisnost s pomočjo 1000 točk na grafu, kot pregledati tabelo s 1000 podatki.

- V rezultatih poleg same izmerjene vrednosti obvezno navedemo tudi, kako dobra/natančna je meritev (napaka meritve).

- Rezultate predstavimo v stavku, ki poleg vrednosti in ugotovitev na kratko povzame, kaj smo merili, na kakšen način, in na kakšen način je dobljena/ocenjena napaka.

0.4 Podrobneje o obdelavi meritev

0.4.1 Natančnost meritev

Z natančnostjo meritev si v vsakdanjem življenju pogosto niti ne belimo glave. Če pa moramo na osnovi meritve sprejeti pomembno odločitev, je poznavanje natančnosti meritve enako pomembno kot poznavanje same vrednosti meritve. Predstavljajmo si npr., da v ordinaciji sprejmemo bolnega nedonošenčka. Ob sprejemu mu izmerimo težo 2300 g, njegova mati pa pravi, da je imel še en dan prej 2,5 kg. Če je imel en dan prej zares 2500 g, moramo nemudoma ukrepati, saj je v enem dnevu izgubil 8 % teže. Po drugi strani pa je bila lahko podana vrednost 2,5 kg samo navzgor zaokrožena teža 2290 g in nedonošenček teže sploh ne izgublja. Zgolj na osnovi mamine izmerjene vrednosti 2,5 kg se torej sploh ne bomo mogli odločiti o primerni terapiji. Ker v medicini na osnovi meritev pogosto sprejemamo pomembne odločitve, je nujno, da poleg osnov merjenja razumemo tudi osnove ocenjevanja natančnosti meritev.

Meritve so tem boljše, čim bolj je izmerjena vrednost blizu pravi vrednosti, a poglejmo, zakaj lahko pride do odstopanj. Kot primer vzemimo meritev teže dojenčka. Rezultat meritve je lahko nenatančen zaradi veliko razlogov:

- Lahko se zmotimo pri zapisu meritve: namesto 3,25 kg zapišemo 3,52 kg.

- Če je dojenček nemiren in ga moramo med tehtanjem držati, lahko nehote z našim dotikom malo povečamo ali zmanjšamo izmerjeno težo.

- Tehtnica je lahko preprosto pokvarjena, ali pa rezultata ne poda dovolj natančno, npr. le na 0,5 kg natančno.

- Če dojenčka tehtamo pred previjanjem, dobimo drugačno vrednost, kot če ga tehtamo po previjanju... pa še kaj bi se našlo.

Poglejmo, kaj posamezne napake predstavljajo, kako jih lahko zmanjšamo oziroma kako jih obravnavamo, da se informaciji o pravi vrednosti čim bolj približamo.

a) Napake, kot sta zamenjani številki, ali da smo npr. pozabili šteti en premik merila, imenujemo **grobe napake**; tem se skušamo izogniti tako, da smo med meritvijo pozorni, meritve opravljamo v čim manj motečem okolju, opazimo pa jih, če se rezultata dveh neodvisnih meritev občutno razlikujeta. *Že pregovor pravi, meri trikrat, reži enkrat.* Če do takih napak pride in jih prepoznamo, take meritve iz nadaljnje obravnave izločimo.

b) Tudi če se pri meritvah maksimalno potrudimo, lahko zaradi različnih vzrokov pride do odstopanj. Odmikom, ki lahko meritev zvišajo ali znižajo in se, če meritev velikokrat ponovimo, v povprečju izničijo, rečemo **naključne ali statistične napake**. Več kot je meritev, bolj se povprečje približa pravi vrednosti (več v poglavju Obravnava naključnih napak).

c) Nenatančnostim meritve, ki so posledica merilnega sistema in jih z meritvami z danim sistemom ne moremo zmanjšati, pa če se še tako trudimo in ponavljamo meritve, rečemo **sistemske napake**. Nekatere zlahka opazimo; vrednosti ne moremo podati bolj natančno, kot je recimo velik najmanjši razdelek, ki ga še lahko odčitamo na analognih merilih, ali zadnja številka, ki jo imamo še izpisano na digitalnih; druge so lahko bolj skrite in jih brez dodatnih podatkov ali merjenj ne opazimo. Vemo npr., da toplotna razteznost živega srebra ni zanemarljiva, saj se je živo srebro dolgo uporabljalo v klasičnih termometrih za merjenje temperature, a pri merilcih tlaka nanjo kaj radi pozabimo. (*Bi v vročem poletju izmerili nekomu višji ali nižji tlak, kot ga ima v resnici, če je merilnik umerjen/nastavljen pri temperaturi 20^0C?*)

Pri sistemskih napakah običajno zaupamo podatkom proizvajalca inštrumenta; da ti držijo, preverjamo z rednimi **kalibracijami** (umeritvami) – sami ali od pooblaščenih služb. *Če kar naprej merite visoke vrednosti krvnega tlaka, pa nimate ravno na obisku društva hipertenzikov – preverite inštrument.*

Za oceno nenatančnosti odčitka (Δx) vzamemo kar polovico najmanjšega razdelka na skali. Če npr. merimo razdaljo z ravnilom, ki ima označene milimetre, bo odčitek lahko razbran na 0,5 mm natančno. Po teoriji, ki presega naše okvire (varianca pri enakomerni porazdelitvi) je izraz za $\Delta x = \text{razdelek}/\sqrt{3}$).

d) Različne izmerjene vrednosti lahko izvirajo tudi iz dejanske variabilnosti merjenca - telesna teža je drugačna pred ali po kosilu, pivu, zjutraj ali zvečer. Te variacije niso napake meritve, ker bi dobili isto vrednost, če bi meritev ponovili pod popolnoma enakimi pogoji. Variacije lahko v splošnem razdelimo na tiste, ki imajo nek vzorec spreminjanja količin (vrednost inzulina glede na zaužito hrano, telesna teža preko dneva...), in na tiste, katerih vzorca ne moremo določiti, oziroma ga ne poznamo. Če vzorca ne poznamo, velikokrat take variacije obravnavamo kot naključne. Tudi v primerih, ko merjena vrednost variira, lahko govorimo o povprečni vrednosti in lahko primerjamo povprečne vrednosti med seboj – a moramo pri vzorčenju (kdaj delamo posamezne meritve, kako jih združujemo) paziti, da z

načinom vzorčenja ne vplivamo na rezultat*. Recimo, da se tehtamo pred in po določeni terapiji: razlika v teži pred in po dializi je dejansko dober pokazatelj uspešnosti dialize, »uspešnost« vikend programa hujšanja pa je pogosto podkrepljena z rezultati tehtanj, ki jih zdaj že lahko prepoznamo kot merski trik: program se začne zvečer z dobrodošlico (s sadjem in napitki), ki ji sledi tehtanje, konča pa se čez par dni zjutraj, po možnosti pred zajtrkom...

Iz samih izmerjenih vrednosti (če ne zaznamo vzorca ali če vemo, da smo merili na populaciji) ne moremo ločiti med naključnimi napakami (b) in variacijami vrednosti (d), zato jih obravnavamo skupaj na isti način.

Če je napaka ene vrste veliko večja od ostalih, le-te lahko zanemarimo in ohranimo samo največjo, če pa so napake približno istega velikostnega reda, pa se seštevajo pri tem pa moramo paziti, da so vse napake izražene na isti način. (Če so posamezne napake med seboj neodvisne, kot naprimer sistemske napake ΔX_{s} in naključne ΔX_{n}, se dejansko seštevajo kvadrati po Pitagorovem izreku (ponovno razlaga presega naš okvir): $\Delta X^2 = \Delta X_{\mathrm{s}}{}^2 + \Delta X_{\mathrm{n}}{}^2$.)

0.4.2 Obravnava naključnih napak in (naključnih) variacij meritve

Povprečno vrednost izračunamo z znano formulo

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n)\,, \tag{0.1}$$

kjer je n število meritev.

Določanje napake meritve je v splošnem bolj zapleteno od določanja povprečja in se lahko razlikuje od primera do primera. Preden navedemo nekaj konkretnih napotkov za določanje napake, še nekaj teorije.

Variabilnost meritev (koliko se v povprečju meritve razlikujejo od povprečja) lahko ocenimo s **standardnim odklonom**, ki ga izračunamo kot

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + (x_3 - \overline{x})^2 + ... + (x_n - \overline{x})^2\right]}\,. \tag{0.2}$$

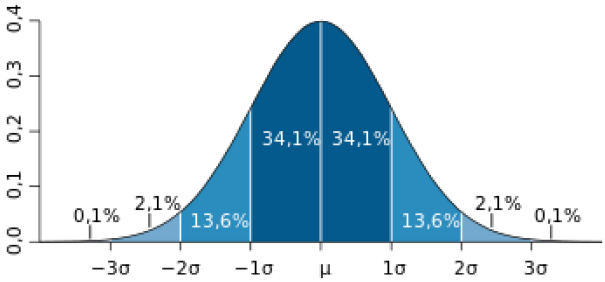
Pri računanju standardnega odklona s kalkulatorjem moramo biti pozorni (oznake σ in Σ), saj nekateri kalkulatorji v zgornji formuli uporabljajo n namesto $n-1$ – pri res velikem številu meritev je razlika zanemarljiva, pri manjšem pa ne.

Če so napake pri merjenju res naključne in je število meritev veliko, so vrednosti meritev

*Podobno kot variacije v velikosti določene količine pri enem merjencu lahko obravnavamo variacije v velikosti določene količine v populacijah.

okoli svojega povprečja $\bar{x}$ porazdeljene po normalni (Gaussovi) porazdelitvi,

$$G(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \tag{0.3}$$



pri čemer je sigma (σ) **standardni odklon** (standardna deviacija) porazdelitve. Celotna površina pod zgornjo krivuljo je 1, površina nad izbranim intervalom pa ustreza verjetnosti, da posamezna meritev leži v tem intervalu. Velja si zapomniti, da v območju:

$\bar{x} - \sigma$ do $\bar{x} + \sigma$ leži približno 68 % meritev (približno 2/3),

$\bar{x} - 2\sigma$ do $\bar{x} + 2\sigma$ leži približno 95,4 % meritev,

$\bar{x} - 3\sigma$ do $\bar{x} + 3\sigma$ leži približno 99,6 % meritev.

Z večanjem števila meritev se izračunano povprečje meritev približuje »pravi« vrednosti, vendar pri končnem številu meritev nikoli ni povsem enaka pravi vrednosti. Če bi set n meritev še enkrat ponovili, povprečje drugega seta meritev ne bi bilo povsem enako povprečju prvega seta. Izkaže se, da je tudi porazdelitev povprečji Gaussova krivulja, njena širina pa je enaka

$$\sigma_\mathrm{s} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,. \tag{0.4}$$

Širino porazdelitve povprečij $\boldsymbol{\sigma_\mathrm{s}}$ imenujemo **standardna napaka** ali **napaka povprečja**, saj je merilo za natančnost povprečja, določenega iz n meritev. Vidimo, da več kot je meritev, bolj natančno je določeno povprečje. Pri velikem številu meritev lahko torej z veliko verjetnostjo (95 %) rečemo, da prava vrednost leži v intervalu $\bar{x} \pm 2\sigma_\mathrm{s}$ (interval zaupanja) (oziroma z verjetnostno 68 % v intervalu $\bar{x} \pm \sigma_\mathrm{s}$).

0.4.3 Nekaj praktičnih nasvetov za praktikumske vaje

Koliko meritev moramo narediti, je torej odvisno od natančnosti, ki jo želimo doseči: več kot bo meritev, bolj natančen bo rezultat in tudi bolje lahko ocenimo napako. Pri resnih meritvah nekako velja, da za določanje povprečja potrebujemo vsaj 10 meritev, za določanje same porazdelitve pa vsaj 30 meritev. Pri vaji Radioaktivnost se boste o tem prepričali.

Za ocenjevanje natančnosti meritev oz. napake meritev (Δx) ne obstaja enotno pravilo in tudi zahtevani standardi natančnosti se lahko od primera do primera razlikujejo. Pri oceni napake ravnamo po premisleku oz. po standardih (dogovorih), ki veljajo za obravnavani primer. Pri praktikumskih vajah bomo ravnali takole:

- Če je število meritev relativno veliko (vsaj 10), napako meritve določimo po formuli za napake povprečja, običajno $\Delta x = 2\sigma_\mathrm{s}$ (95% interval zaupanja)

- Za majhno število meritev ($n \approx 4$) sta vrednosti $2\sigma_\mathrm{s}$ in σ podobni: zato za hitro oceno Δx lahko vzamemo kar interval, v katerem leži 2/3 meritev;

- Pri le treh meritvah pa za Δx velikokrat vzamemo tudi največji odmik (pri treh meritvah je verjetnost, da so vse tri manjše ali večje od prave vrednosti še vedno 25 %, že pri petih meritvah ta verjetnost pade na dobrih 6 %)

Najpomembneje pa je, da pri rezultatu vedno napišemo, kako in iz koliko meritev smo določili Δx (največji odmik, interval z 2/3 meritev, $2\sigma_s$ ...) in pa seveda ne pozabimo na druge možne vzroke za napake.

0.4.4 Zapisovanje rezultata meritve in njene natančnosti

Rezultat meritve podamo tako, da poleg povprečne vrednosti navedemo še ocenjeno napako meritve, to lahko podamo v obliki, ki pove, za koliko se lahko prava vrednost razlikuje od izmerjene:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \,. \tag{0.5}$$

kjer je $\bar{x}$ povprečna vrednost, Δx pa imenujemo absolutna napaka meritve. Rezultat lahko enakovredno predstavimo tudi tako, da povemo, kolikšen del vrednosti meritve predstavlja napaka

$$x = \bar{x}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}}\right) \,. \tag{0.6}$$

kjer del $\Delta x/\bar{x}$ imenujemo relativna napaka. Kateri zapis – z absolutno ali relativno napako - nam več pove, je odvisno od primera do primera. Seveda izmerjene vrednosti nima smisla podajati bolj natančno, kot je velikost napake.

0.4.5 Določevanje napake pri posredni meritvi

Kadar ne merimo neke količine direktno, ampak jo izračunamo iz izmerjenih količin, za izračun iskane vrednosti količine uporabimo le povprečne vrednosti posameznih izmerjenih količin. Pri vseh računih raje računamo s kakšno decimalko več kot premalo. Napako meritve določimo posebej: pri seštevanju in odštevanju se absolutne napake seštevajo, pri množenju in deljenju pa se seštevajo relativne napake.

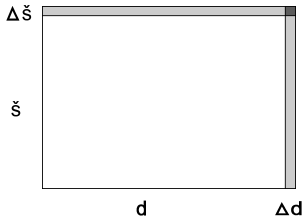
Zakaj je tako, si poglejmo na primeru pravokotne sobe, dolžine 715 cm ± 2 cm in širine 305 cm ± 1 cm. Določimo obseg (ob) in površino (P):

$$\begin{aligned} \mathrm{ob} &= 2(\mathrm{š} + \mathrm{d}) = 2(\mathrm{š_i} \pm \Delta\mathrm{š} + \mathrm{d_i} \pm \Delta\mathrm{d}) = \\ &= 2(715 \pm 2 + 305 \pm 1)\ \mathrm{cm} = 2040\ \mathrm{cm} \pm 6\ \mathrm{cm} \end{aligned}$$

Ne moremo namreč računati na srečo, da če smo pri dolžini dobili malo preveč, smo pri širini izmerili premalo. Pravi obseg je glede na naše meritve nekje med 2034 in 2046 cm. *Ko bomo kupili letvico za obrobo, bomo kupili 20,34 m ali 20,46 m?*

Za površino sobe pa velja:

$$P = \text{š}\cdot\text{d} = (\text{š}_\text{i} \pm \Delta\text{š})\ (\text{d}_\text{i} \pm \Delta\text{d}) =$$
$$= \text{š}_\text{i}\text{d}_\text{i} \pm \text{d}_\text{i}\Delta\text{š} \pm \text{š}_\text{i}\Delta\text{d} \pm \Delta\text{š}\Delta\text{d} =$$
$$= \text{š}_\text{i}\text{d}_\text{i}(1 \pm \tfrac{\Delta\text{š}}{\text{š}_\text{i}} \pm \tfrac{\Delta d}{d_\text{i}} \pm \tfrac{\Delta\text{š}\Delta d}{\text{š}_\text{i} d_\text{i}})$$



Če izpostavimo izmerjeno vrednost in zadnji člen zanemarimo, vidimo, da se relativne napake pri množenju (in enako velja za deljenje) seštevajo. Na sliki desno se vidi, da je pri dobrih meritvah, pri katerih je napaka veliko manjša od same meritve, delček, ki smo ga zanemarili (črno) res veliko veliko manjši kot ocenjena napaka (sivo). V našem primeru izračunamo:

$$P = (715 \pm 2)\ \text{cm} \cdot (305 \pm 1)\ \text{cm} = 218075(1 \pm \tfrac{2}{715} \pm \tfrac{1}{305})\ \text{cm}^2 =$$
$$= 21{,}8075(1 \pm 0{,}006076)\ \text{m}^2$$

kar pomeni, da je površina

$$P = 21{,}8075\ \text{m}^2 \pm 0{,}1325\ \text{m}^2$$

Če pomislimo, da je napaka 0,13 m^2, potem je v bistvu vseeno, ali je prava vrednost 21,8 ali 21,8075, zato je smiselno pisati rezultat do iste decimalke, kot je velikostni red (vodilna cifra) napake (če smo res v dilemi, pa še eno več). Pišemo torej tiste decimalke, ki še imajo pomen, v našem primeru bi napisali

$$P = 21{,}8\ \text{m}^2 \pm 0{,}13\ \text{m}^2.$$

Pri napisani napaki je to nekako očitno, a ista logika se uporablja tudi v primerih, ko napake (netočnosti) ne zapišemo eksplicitno: pri zapisani vrednosti lahko variira kvečjemu zadnja decimalka. Če povemo, da je nek volumen 10 l, se ne moremo kaj dosti pritoževati, če na primer par decilitrov manjka, če pa namesto tega napišemo 10000 ml, pričakujemo na 1ml natančno odmerjen volumen.

V določenih primerih je lahko razumevanje drugačno, recimo, ko rečemo, da ima pacient 38 ^{0}C, običajno mislimo 38,0 ^{0}C, podobno pri majhnih vrednostih osnovnih enot – če naročimo 1 l pijače, ne bomo ravno veseli, če je 3 dcl manjka... Da ni dilem, pri meritvah (ali pogovorih zunaj ustaljene skupine) vedno povemo, s kakšno natančnostjo (intervalom zaupanja, napako) je neka vrednost podana.

Se spomnite vprašanja o decimalkah pri pretvarjanju mm živega srebra v Pa? Recimo, da imamo dobre oči in lahko odčitamo višino pri merjenju krvnega tlaka na 0,5 mm natančno. Za normalne vrednosti veljajo: sistolični 110-140 mmHg, diastolični tlak 60-90 mmHg. Koliko bi bile te meje, izražene v Pa? Na koliko decimalnih mest je smiselno podajati gostoto živega srebra in težni pospešek?

0.4.6 Predstavitev odvisnosti z grafi

Odvisnosti običajno predstavljamo v kartezičnih - xy grafih, kjer na vodoravno os (absciso x) po dogovoru nanašamo neodvisno ali bolj natančno izmerjeno količino, na navpično

os (ordinato y) pa odvisno ali manj natančno izmerjeno količino. Če graf rišemo ročno, uporabimo milimetrski papir (0.1).

Graf ni anonimen, če ima označeni obe osi, k jasnosti pa prispeva, če z naslovom grafa tudi z besedami predstavimo, kaj je na grafu. Naslovov, kot je Graf 1, se izogibajmo, ker nič ne povedo, uporabimo jih le v primeru, če bi bil opis res preveč dolg; vsebino grafa potem z besedami opišemo v tekstu pod grafom.

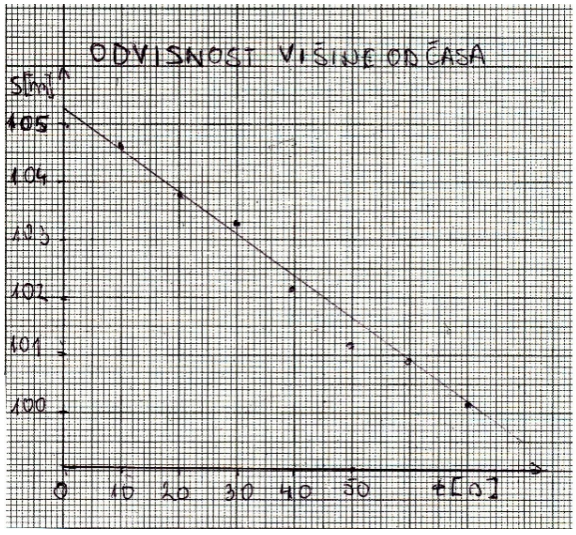
Če so na grafu prikazane meritve, morata biti obe osi opremljeni s **skalo**.

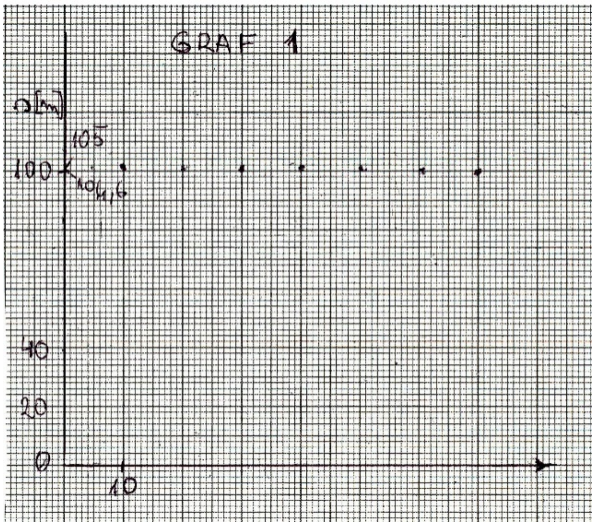
Izbira skale:

- skala je določena, če sta na njej označeni vsaj 2 točki,
- skalo izberemo tako, da meritve zavzemajo čim večji del skale,
- oznake na posamezni osi naj bodo v enakih razmikih tako na gosto, da je odčitavanje enostavno. Ni potrebno, da se skala začne z »0«, lahko pa se.

Meritve na grafu prikažemo s točkami (oznakami). Meritve so naše (trudili smo se za njih in smo nanje ponosni), zato jih predstavimo tako, da se res vidijo in jih ne moremo zamenjati z napako na papirju.

Če merske točke prikazujejo neko odvisnost, to lahko prikažemo na grafu – skozi točke potegnemo teoretično napovedano/pričakovano odvisnost, ki se najbolje prilega merskim točkam (vsem hkrati).





Slika 0.1: *Primera grafov, ki prikazujeta iste meritve. Na levi »dober«, na desni pa »slab« primer.*

0.4.7 Linearizacija grafa

Velikokrat izberemo količini na oseh tako, da je odvisnost med njima linearna, kar imenujemo **linearizacija grafa.** Razlogi za linearizacijo so dveh vrst:

- tako najlažje preverimo/pokažemo, da je določena teoretična napoved, ki napoveduje bolj kompleksno odvisnost, prava. Veliko lažje se že na oko vidi odstopanje merskih točk

od premice, kot pa na primer razlika v odstopanju točk od krivulj 1/x ali $1/x^2$.

- skozi merske točke je ročno veliko lažje potegniti premico in iz nje določiti parametre (k, n), kot pa kakšno drugo krivuljo.*

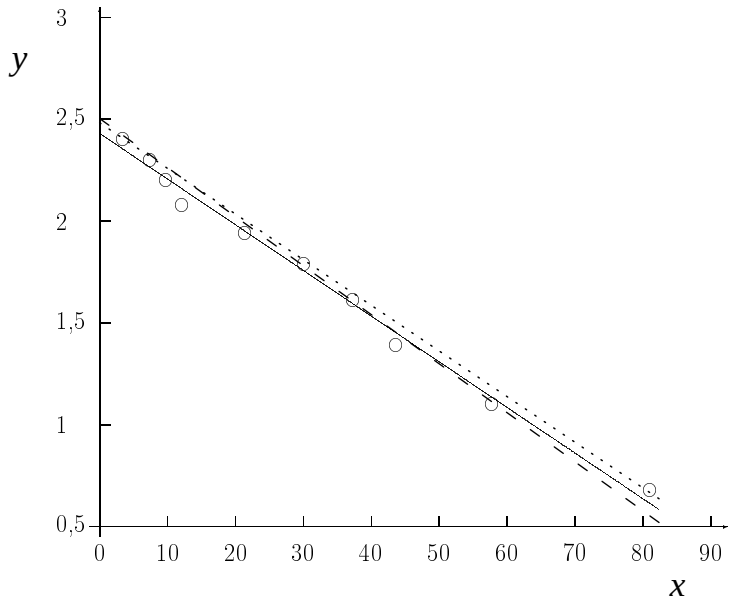
Skozi točke v lineariziranem grafu povlečemo premico tako, da hkrati kar najbolje popisuje vse merske točke. Dejansko ni treba, da gre skozi katero od točk, čeprav pri dobrih/natančnih meritvah seveda običajno gre. Naklonski koeficient te premice je sorazmernostni faktor med količinama na y in x oseh.

Ko določamo **naklonski koeficient premice,**

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \frac{\text{enota}\, y}{\text{enota}\, x} \tag{0.7}$$

vedno vnašamo vrednosti, odčitane s skale (z enotami), za točki pa si izberemo 2 točki na premici (ne dveh meritev), ki sta čim bolj narazen†. Premica (točke na njej) opisuje vse meritve, ne le izbranih dveh.

V praksi najlažje določimo napako naklonskega koeficienta tako, da poleg idealne premice skozi točke narišemo še eno, ki bi tudi »še kar sprejemljivo« opisala točke, in razliko med naklonskima koeficientoma vzamemo kot oceno napake celotne meritve za vrednost k (slika 0.2).



Slika 0.2: *Določanje napake pri naklonskem koeficientu.*

*Z uporabo računalnikov grafov ni več nujno linearizirati, ker programi omogočajo prilagoditev parametrovrazličnih krivulj glede na merske točke, čemur v pogovornem jeziku rečemo »fitanje«.

†Glej podpoglavje o napakah: pri odčitavanju naredimo absolutno napako, ki je enako velika za katerokoli točko. Pri odštevanju se absolutne napake seštevajo. Razlika vrednosti dveh točk, ki sta blizu, je majhna, kar pomeni, da je za dve bližnji točki relativna napaka večja. Pri deljenju se seštevajo relativne napake.

1 Preučevanje predeljenih sistemov s sledilnimi metodami

Seznanili se bomo s principom sledilnih metod, s pojmoma predelek in hitrostna konstanta ter z merjenjem koncentracije snovi s fotometrom.

Človeško telo je zapleten sistem, da dobro deluje stalno izmenjuje snovi in energijo z okolico. Skiraj nemogoče je, da bi sledili ali nadzorovali, kaj se dogaja z vsemi njegovimi deli (organi, celicami...) pri vnosu posamezne snovi, zato obravnavano telo kot sistem predelkov. Predelek je lahko na primer notranjost celice, nek organ, vsa kri v telesu... Kaj vzamemo za predelek, je odvisno od procesa, ki ga preučujemo, in od natančnosti, s katero sistem obravnavamo. Posamezen predelek obravnavamo, kot da je v termodinamskem ravnovesju, kar pomeni, da je v predelku snov (ki jo obravnavamo) enakomerno porazdeljena, da so temperatura, tlak, koncentracije raztopljenih snovi... po celem predelku enake. Kadar so nekatere vrednosti termodinamskih količin v različnih predelkih različne, sistem kot celota ni v termodinamskem ravnovesju in v splošnem snov prehaja iz predelka v predelek.

Običajno nas zanima, kako neka snov (zdravilo, sledilo) prehaja po telesu, zato je potrebno poznati velikosti predelkov in hitrost, s katero se snov izmenjuje med predelkom in okolico ali med predelki. Merilo za velikost predelka je lahko njegova masa ali prostornina, količina neke snovi v predelku ali kaj podobnega. Izmenjava snovi med predelkom in njegovo okolico lahko poteka tudi v stacionarnem stanju, ko se velikost predelka s časom ne spreminja.

1.1 Vpliv pritoka snovi in velikosti predelka na spreminjanje njegove velikosti

Kot primer poglejmo, kako hitro se izmenjuje voda v telesu in koliko je vse vode v telesu. Voda prihaja v telo s hrano in pijačo, izloča pa se z urinom, potom, izdihanim vlažnim zrakom, solzami... Porazdelitev vode v telesu ni enakomerna, a nas zanima le celotna količina vode in njena izmenjava z okolico (telo kot en predelek). Gledamo le daljša časovna obdobja, zato lahko privzamemo, da prihaja voda v telo enakomerno. Količino vode, ki jo vnesemo v telo, lahko reguliramo, medtem ko je izločanje predvsem odvisno od količine vode v telesu.

Za kvantitativni opis dogajanja označimo celotno prostornino vode (velikost predelka) z V, pritok s ϕ, odtok pa s kV, k je sorazmernostna konstanta z enoto s^{-1}.

Sprememba prostornine vode je v časovnem intervalu ($\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$) podana z razliko med pritokom(ϕ), in odtokom (kV):

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \phi - kV \ . \tag{1.1}$$

Če se volumen s časom ne spreminja:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{1.2}$$

je pritok enak odtoku

$$kV = \phi \ . \tag{1.3}$$

To pomeni, da se ob povečanem pitju poveča ali masa vode v telesu ali konstanta k (ker je povezana s hitrostjo izločanja jo imenjujemo hitrostna konstanta). Če izmerimo pritok (ali odtok), lahko določimo hitrostno konstanto le, če poznamo celoten volumen (in obratno).

Drug način za določanje hitrostne konstante bi bil, da bi prekinili vnos vode ($\phi = 0$) in opazovali zmanjševanje volumna s časom zaradi iztekanja. Po enačbi (1.1) velja za ta primer

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -kV \ , \tag{1.4}$$

kar vodi do eksponentnega zmanjševanja volumna vode

$$V(t) = V_0 e^{-kt} \ , \tag{1.5}$$

kjer je V_0 volumen v času $t = 0$. S poznavanjem odvisnosti volumna od časa bi lahko določili hitrostno konstanto, vendar je za človeka to neprimerna metoda, ker ne moremo za dalj časa prekiniti vnosa vode brez posledic, pa še zaradi fiziološke regulacije bi se spremenila hitrost izločanja. Zato pri proučevanju predeljenih sistemov pogosto uporabljamo sledilne metode, ki ne zmotijo normalnega delovanja sistema (organizma).

Sledilo (angleško: tracer), ki ga dodamo v predelek, mora imeti neko opazno lastnost, ki jo lahko merimo, hkrati pa se mora dobro mešati s snovjo, ki jo želimo proučevati, in hkrati z njo prehajati iz predelka v predelek. V medicini se za sledilo velikokrat uporabljajo kratkoživi radioaktivni izotopi. Merljiva količina je v tem primeru radioaktivnost*.

Za učenje postopkov, kot tudi za razumevanje dogajanj v naravnih sistemih si velikokrat pomagamo z opazovanjem in merjenji na modelnih sistemih. Modelni sistem je lahko vsak sistem, za katerega veljajo enake zakonitosti kot za sistem, ki nas zanima.

Sledilno meritev predeljenih sistemov lahko simuliramo s hidrodinamskim modelom. Pretakamo vodo, vlogo sledila pa ima barvilo. Koncentracija barvila ustreza specifični aktivnosti, količina barvila pa celotni aktivnosti. Hidrodinamski model za sisteme z enim predelkom je posoda s pritokom in odtokom (spodnja posoda na sliki 1.2).

1.2 Določanje velikosti predelka in hitrostne konstante s sledilom

Poglejmo, kaj se zgodi v trenutku, ko sledilo (barvilo) vnesemo v predelek, če se snov ne izmenjuje ali pa se zelo počasi izmenjuje z okolico. Za velikost predelka vzemimo prostornino vode. V predelek prostornine V dodamo majhno količino sledila s prostornino V_s in s koncentracijo c_s. Dodano sledilo se enakomerno porazdeli po predelku, katerega prostornina je sedaj $V + V_s$, zato je koncentracija v predelku manjša (c). Celotna količina (masa) sledila se seveda ne spremeni, zato velja:

$$c_s V_s = c(V + V_s) \ . \tag{1.6}$$

*Za določanje količine vode v telesu se bi lahko uporabljala voda, ki ima namesto vodika vezan njegov radioaktivni izotop tritij.

Odtod lahko zapišemo izraz za izračun prostornine predelka

$$V = V_s \left(\frac{c_s}{c} - 1 \right) \ . \tag{1.7}$$

Običajno je pri takih meritvah prostornina sledila mnogo manjša od prostornine predelka ($V_s \ll V$), tako da približno velja

$$V = V_s \frac{c_s}{c} \ . \tag{1.8}$$

Z uporabo sledila lahko določimo tudi hitrostno konstanto. Poglejmo si predelek, ki je v stacionarnem stanju (velikost se mu ne spreminja) in izmenjuje snov z okolico. Hidrodinamski model za sistem z enim predelkom je posoda, v katero priteka čista voda, iz nje pa odteka, kar je v posodi. V času $t = 0$ v predelek damo znano količino sledila, ki se (z mešanjem) hitro porazdeli po celotni prostornini. Opazljiva lastnost je ponovno barva, preko katere določamo koncentracijo barvila. V pritekajoči snovi ni sledila, tako da sledilo le izteka skupaj z iztekajočo snovjo in se njegova koncentracija s časom zmanjšuje. Če se nič sledila ne vrne iz okolice nazaj v predelek, je sprememba koncentracije sledila na časovno enoto ($\mathrm{d}(cV)/\mathrm{d}t$) sorazmerna s samo koncentracijo (cV)

$$\frac{\mathrm{d}(cV)}{\mathrm{d}t} = -kcV \ . \tag{1.9}$$

Ker je predelek v stacionarnem stanju (V = konst.), lahko prostornino v enačbi (1.9) krajšamo in dobimo

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} = -kc \ , \tag{1.10}$$

za spreminjanje koncentracije s časom pa

$$c(t) = c(0)e^{-kt}, \tag{1.11}$$

pri čemer je $c(0)$ koncentracija v predelku ob času $t = 0$. Koncentracija v predelku pade na polovično vrednost v času $t_{1/2}$:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0{,}693}{k} \ . \tag{1.12}$$

Iz izmerjene časovne odvisnosti koncentracije ($c(t)$) lahko določimo hitrostno konstanoto (k). Ker poznamo tudi količino sledila ($V_s c_s$), ki smo ga vnesli v predelek, bi lahko po enačbi (1.8) izračunali prostornino predelka. Zato potrebujemo še koncentracijo sledila, ko se je ta porazdelil po celotnem predelku, to je koncentracijo v predelku, ko še nič sledila ni odteklo, ali z drugimi besedami koncentracijo ob času $t = 0$. To dobimo enostavno tako, da podaljšamo (ekstrapoliramo) izmerjeno odvisnost do časa 0.

Če se spomnimo primera, ko s tritijem določamo količino vode v telesu: časovno odvisnost specifične aktivnosti pri človeku dobimo z merjenjem aktivnosti izločenega urina. Pri merjenju z radioaktivnimi sledili moramo upoštevati tudi, da se celotna aktivnost zmanjšuje zaradi radioaktivnega razpada. Razpadni časi za posamezne izotope so znani, aktivnost zaradi radioaktivnega razpada pa pada eksponentno, tako da tega popravka ni težko upoštevati.

1.3 Absorpcijski zakon

Kolorimetrija je analitski postopek, s katerim določamo koncentracije obarvanih raztopin.

Pri prehodu skozi obarvano raztopino ali neko drugo ne popolnoma prozorno snov se žarek oslabi, ker se del fotonov absorbira v snovi. Debelina snovi, ki absorbira polovico vpadnih fotonov, se imenuje razpolovna debelina. Vsaka nadaljna taka plast absorbira ponovno polovico vpadnih fotonov, tako, da skozi n plasti pride le še $(1/2)^n$ fotonov. Odvisnost toka od debeline je splošna (ne velja le za razpolovno debelino), kar pomeni da enaka debelina ($\mathrm{d}x$) vedno zaustavi enak delež fotonov ($\mathrm{d}I/I$), sorazmernostni koeficient pa imenujemo absorpcijski koeficient (μ),

$$\frac{\mathrm{d}I}{I} = -\mu \mathrm{d}x \ , \tag{1.13}$$

integriramo, dobimo **absorpcijski zakon***

$$I = I_0 e^{-\mu x} \ , \tag{1.14}$$

kjer je x debelina plasti, skozi katero je šel svetlobni žarek, I_0 in I pa sta jakosti vpadnega in izstopnega žarka. Za majhne koncentracije barvila v prozornem topilu je absorpcijski koeficient kar sorazmeren koncentraciji barvila: $\mu = k'c$, zato velja

$$I = I_0 e^{-k'cx} \ , \tag{1.15}$$

kjer je k' sorazmernostna konstanta. Vidimo, da je oslabitev žarka eksponentno odvisna od dolžine, ki jo žarek prepotuje po snovi, in od koncentracije raztopine.

Za različne valovne dolžine je absorbcijski koeficient lahko različen ($\mu(\lambda)$), a še vedno sorazmeren s koncentracijo. Kar pomeni, da pri osvetljevanju z belo svetlobo izhodni žarek ni več bel, a je njegova jakost še vedno odvisna od koncentracije.

1.4 Fotometer

Za določanje neznane koncentracije obarvane raztopine bomo uporabljali preprosto napravo za merjenje svetlobnega toka, fotometer (shematsko je prikazan na sliki 1.1). Sestavljata ga izvor svetlobe (svetlobna dioda) in polprevodniški detektor svetlobe (ki je enak kot pri vaji št. 7). Napetost na detektorju je premosorazmerna svetlobnemu toku ($U = bI$; b je konstanta). Med izvor svetlobe in detektor se vloži kiveta z vzorcem. Svetlobni tok se spremeni zaradi vpliva kivete in topila ($I_k = aI_0$) in zaradi absorbcije v topljencu, zato izmerimo napetost (deleži oslabitve se množijo):

$$U = bI = baI_0 e^{-k'cx} \ . \tag{1.16}$$

Če izmerimo še refefrenčno napetost, ko je v kiveti le topilo:

$$U_R = bI_R = baI_0 \ , \tag{1.17}$$

*Absorpcijski zakon velja tudi za absorpcijo žarkov γ (enačba (12.7) na strani 136).

vidimo, da razmerje napetosti U/U_R

$$\frac{U}{U_R} = \frac{baI_0 e^{-k'cx}}{baI_0} = e^{-k'cx} \ , \tag{1.18}$$

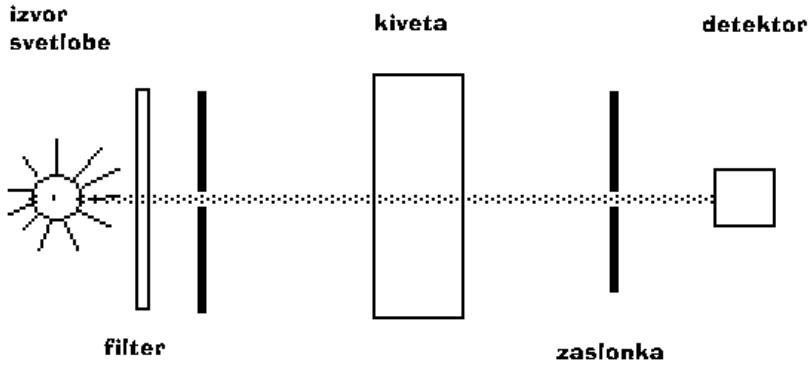
ni odvisno od vplivov kivete, topila in detektorja.

Če poznamo vrednost produkta $(k'x)$, lahko koncentracijo topila izračunamo:

$$c = -\frac{1}{k'x} \ln(\frac{U}{U_R}) \ . \tag{1.19}$$

Ker sta x (dolžina kivete) in vrsta topljenca (k') pri vseh meritvah enaka, je produkt $k'x$ konstanten in ga lahko določimo iz umeritve (izmerimo odziv detektorja za znane koncentracije topila).

Pri kolorimetrskih meritvah vedno naredimo referenčno meritev (s kiveto in topilom). Če se uporablja več kivet (ali topil) je potrebno narediti refernčno meritev za vsako od njih (le za enake in res čiste kivete so referenčne meritve enake).



Slika 1.1: *Skica sestavnih delov fotometra.*

Naloge:

1. Priprava pretočnega sistema
2. Umeritev fotometra
3. Določitev velikosti predelka, če se snov ne izmenjuje z okolico
4. Določitev velikosti predelka, hitrostne konstante in razpolovnega časa, ko se snov v predelku izmenjuje z okolico.

Potrebščine: sistem posod za pretakanje vode

magnetno mešalo

epruvete za vzorce in stojalo

merilna pipeta

standardne raztopine

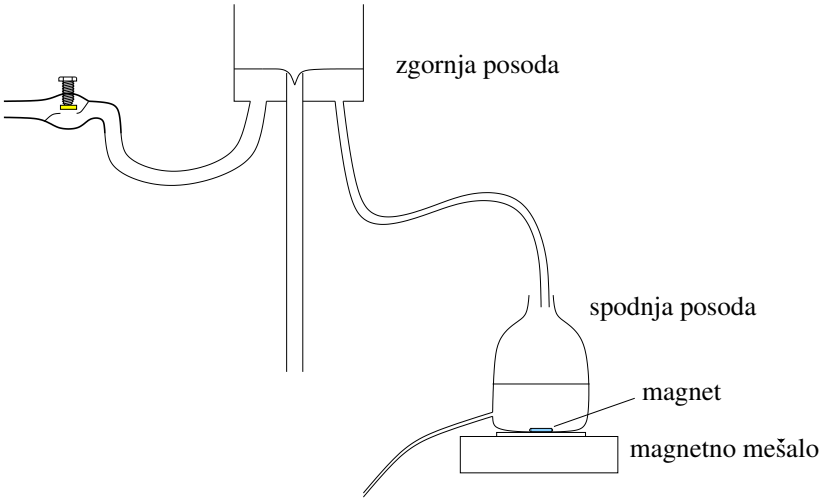
raztopine sledila različnih koncentracij

štoparica

fotometer

voltmeter

dve čaši



Slika 1.2: *Shema postavitve potrebščin, ko se snov izmenjuje z okolico.*

Izvedba

1) **Naloga 1: Priprava merjenja**

Pretočni sistem: V pretočnem sistemu preverite, če ta posodi povezani, kot na sliki 1.2 in je magnetno mešalo v spodnji posodi.

- Odprite pipo in dotok vode uravnajte tako, da malo vode vseskozi odteka po cevi iz zgornje posode neposredno v lijak (s tem uravnate nivo vode v zgornji posodi).
- Vključite magnetno mešalo.
- Pustite, da se nivo vode v spodnji posodi ustali, medtem pa nadaljujete z drugimi nalogami. Med uravnavanjem nivoja vode in med meritvami ne spreminjajte položaja (višine) cevk in ne zapirajte vode.

Fotometer
- Priklopite fotometer na napetost in povežite voltmeter s kontakti na sprednji strani fotometra. Ne pozabite, napetost na fotometru je enosmerna (območje 20 V).
- Prižgite izvor svetlobe v fotometru (pred prvo meritvijo počakamo kakšno minuto, da se svetilnost ustali). Med meritvami svetila ne ugašamo.
- Kiveto napolnite malo čez polovico (večina podobnih optičnih priprav za dobre meritve potrebuje v kiveti vsaj 1 cm tekočine). Kiveta mora biti z zunanje strani suha.
- Kiveto vstavite v odprtino, tako, da je oznaka na kiveti (trikotnik) v smeri oznake na fotometru.
- Med meritvijo pokrijte kiveto s pokrovčkom (da svetloba iz okolice ne moti meritev) in odčitajte napetost.
- Uporabljene raztopine zavrzite (da ne pride do mešanja različnih raztopin).
- Merite vedno z isto kiveto (da zaradi morebitne obarvanosti ne pride do napak – če uporabljate več kivet, je potrebno preveriti, da so za vse kivete referenčne napetosti enake).

Meritev je veliko, zato najprej opravite vse meritve, izračune in grafe pa boste izdelali na koncu.

2) **Naloga 2: Umeritev fotometra (določitev produkta $k'x$)**

S fotometrom izmerite referenčno napetost U_R za vodo (referenčni vzorec) in napetosti za vzorce z znanimi koncentracijami. Koncentracije raztopin so označene na stekleničkah.

Analiza: Ker pričakujemo, da bo količina prepuščene svetlobe eksponentno padale s koncentracijo, narišemo graf (umeritveno krivuljo), ki prikazuje odvisnost $\ln(U/U_R)$ od koncentracije (linearizacija grafa). Ne pozabite na koncentracijo $c = 0$.

Če merske točke ležijo na premici, je odvisnost prepuščene svetlobe (in izmerjene napetosti) od koncentracije res eksponentna, naklonski koeficient premice pa je $-k'x$ [en. (1.19)].

3) **Naloga 3: Določitev velikosti predelka, ko se snov ne izmenjuje z okolico**.

V posodo z neznano količino vode (V- velikost predelka) dodamo sledilo – znan volumen (V_s = 10 ml) z znano koncentracijo (c_s = 0,5 %). Počakajte, da se sledilo

enakomerno razporedi (lahko premešate). Vzemite vzorec in s fotometrom določite koncentracijo mešanice (c).

Analiza: Koncentracijo določite z odčitavanjem iz umeritvene krivulje in izračunajte iz produkta $k'x$ [en. (1.19)]. Izračunajte volumen vode V [en. (1.8)].
Kaj bi se zgodilo, če bi vzorec vzeli prehitro, ko še ni premešano?
Kakšne so posledice, če je volumen sledila primerljiv z volumnom vode?

4) **Naloga 4. Določitev velikosti predelka, hitrostne konstante in razpolovnega časa, ko se snov izmenjuje z okolico**.

Merite na pretočnem sistemu, ki ste ga priključili na začetku. Medtem se je nivo vode (in s tem velikost predelka) v pretočnem sistemu uravnaval.
S štoparico izmerite čas, potreben, da iz spodnje posode v čašo nateče 200 ml vode. Meritev ponovite 5 krat. Če so časi podobni (ne naraščajo ali padajo monotono) je volumen vode v spodnji posodi res konstanten.
Iz povprečnega časa in natečenega volumna izračunajte volumski pretok.

V spodnjo posodo vlijte znano količino sledila (V_s = 5 ml) z znano koncentracijo (c_s = 5 %) (bolj koncentrirano sledilo) in istočasno vključite štoparico.

Po 1 minuti prestrezite prvi vzorec v epruveto, nato še vsako minuto enega, da naberete 10 vzorcev. Prostornine vzetih vzorcev naj ne bodo prevelike (koncentracija se s časom spreminja). Ko ste vzeli vse vzorce, lahko zaprete vodo.

S fotometrom določite koncentracijo barvila v vsakem vzorcu (kot ste storili pri nal. 3 – dovolj je na en način).

Analiza: Narišite odvisnost koncentracije od časa in odvisnost naravnega logaritma koncentracije od časa (lineariziran graf). Skozi merske točke narišite še krivulji (teoretični napovedi odvisnosti), ki te točke najbolje popišeta.

Iz naklonskega koeficienta premice, na grafu $\ln c$ od časa, določite hitrostno konstanto (k) in določite razpolovni čas ($t_{1/2}$) (čas, ko se iz sistema izloči polovica barvila).

Če je potrebno, podaljšajte premico in pri času $t = 0$ iz logaritma koncentracije izračunajte začetno koncentracijo (kakšna bi bila koncentracija, če ne bi nič barvila odteklo iz sistema) in določite volumen predelka V.

Iz volumna predelka in pretoka še na drug način [en. (1.3)] določite hitrostno konstanto (k) in iz nje razpolovni čas.

Primerjajte vrednosti za hitrostno konstanto, ki ste ju dobili iz obeh načinov, primerjajte tudi vrednosti razpolovnih časov.

2 Dvoeksponentne spremembe*

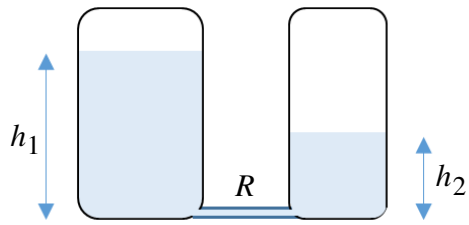
Pri vaji št. 1 smo z modelom opisali telo kot celoto, ki izmenjuje neko snov z okolico, ki je neskončna. Če smo neko količino snovi, imenujmo jo kar zdravilo (lahko je hranilo, sledilo, toksin...), dali v predelek in je bila izločena količina zdravila sorazmerna koncentraciji, se je količina zdravila v predelku eksponentno zmanjševala – približevala vrednost nič. Tak sistem dobro opisuje, kaj se dogaja s koncentracijo vodotopnega zdravila, ki smo ga injecirali v kri (bolus). Po začetnem mešanju, se zdravilo le izloča in, če je hitrost izločanja odvisna od same koncentracije, koncentracija pada eksponentno. A velikokrat zdravilo ne ostaja le v krvi, lahko je topno v maščobi in se nalaga v njej, lahko prehaja v kakšen organ, lahko pa zdravilo zaužijemo in mora najprej preiti iz prebavnega trakta v kri... V takih primerih si zamislimo telo kot sistem več predelkov, med katerimi lahko zdravilo prehaja.

2.1 Prehajanje snovi med končno velikima predelkoma

Sistem z dvema predelkoma si oglejmo na primeru, ko zaužijemo tableto. Ta se v prebavilih raztopi in zdravilo se sprosti in preko sluznice prehaja v kri, natančneje v krvno plazmo. Koncentracija zdravila v prebavilih bo padala in v plazmi naraščala – dokler ne bosta obe enaki (ni aktivnega transporta) – končna koncentracija bo v tem primeru odvisna od prostornin obeh delov (lahko rečemo tudi kapacitete). Za končno stanje koncentracij v prebavilih in plazmi velja enačba (1.6) iz prve vaje – saj je celotna količina zdravila konstantna. Prehajanje zdravila iz prebavil v plazmo traja nekaj časa (dogajanje je podobno kot pri izmenjavi snovi pri prvi vaji), in koncentracija v krvi se zmanjšuje eksponentno – a ne do nič, ampak do neke končne vrednosti. Z enako časovno odvisnostjo (kar gre iz prebavil, gre v plazmo), se končni vrednosti približuje tudi koncentracija v plazmi. Bodite pozorni, to ni eksponentna rast.

Za kvantitativen opis tega dogajanja postavimo hidrodinamski model (sl. 2.1): sestavljata ga dve valjasti posodi, ena predstavlja prebavila, druga pa krvno plazmo. Posodi sta na dnu povezani s cevko, da lahko voda teče iz ene posode v drugo. Voda je v vlogi zdravila. Višina vode v posodi predstavlja koncentracijo zdravila v predelku. Zdravilo prehaja iz predelka z višjo koncentracijo v predelek z nižjo koncentracijo - enako voda teče iz posode, kjer je višji tlak, v posodo z nižjim tlakom, oziroma iz posode, kjer je gladina višja, v posodo z nižjo gladino. Da bomo lahko izpeljali časovne odvisnosti dogajanja, si pomagamo z enačbami. Voda je v začetku v prvi posodi (prebavila), druga posoda (plazma) je prazna. Ko povezavo med posodama odpremo, začne voda teči zaradi razlike

*Eksponentna funkcija ima zanimivo lastnost, da kjerkoli jo odrežemo, je ostanek podoben celotni funkciji in tudi odvod eksponentne funkcije je eksponentna funkcija. Kar seveda ne pomeni nič drugega, kot to, da se tudi sprememba funkcije spreminja eksponentno. Zato v realnosti eksponentna rast običajno kmalu naleti na omejujoče dejavnike in lahko eksponentno rast opazujemo le nekaj časa. Na primer, pri delitvi bakterij, ko začne zmanjkovati hrane, prostora... rast ni več eksponentna. Eksponentna funkcija ima med funkcijami kar neko posebno mesto, po njej se spreminjajo pasivne spremembe (to so take brez dodanega dela).



Slika 2.1: *Skica dveh povezanih posod.*

tlakov $\rho g(h_1\text{-}h_2)$) iz prve posode v drugo s tokom (Φ_v) :

$$\Phi_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{R} = \frac{\rho g \Delta h}{R}\,, \tag{2.1}$$

kjer je R viskozni upor sistema. Voda teče, dokler se gladini ne izenačita ($h_{1\infty}$=$h_{2\infty}$). Kolikor vode je odteklo iz prve posode, jo je priteklo v drugo. Ker sta posodi valjasti ($V = Sh$; S je presek posode), velja:

$$S_1(h_{10} - h_{1\infty}) = S_2(h_{20} - h_{2\infty})\,. \tag{2.2}$$

Seveda to velja tudi za katerikoli majhen pretečen volumen:

$$S_1 dh_1 = -S_2 dh_2\,. \tag{2.3}$$

Tekočina teče po cevi zaradi razlike tlakov, ki jo povzroča različna višina vodnih stolpcev v posodi:

$$S_1 \frac{dh_1}{dt} = -\frac{\rho g(h_1 - h_2)}{R}\,. \tag{2.4}$$

Ko tekočina teče, se razlika višin (in s tem tudi tudi tok) zmanjšuje, kar privede do eksponentne odvisnosti.

Izpeljava

Da rešimo enačbo (2.4), jo pomnožimo z dt in preuredimo spremenljivke, da so na isti strani, kot njihova sprememba (diferencial):

$$\frac{dh_1}{h_1 - h_2} = -\frac{\rho g dt}{S_1 R}\,. \tag{2.5}$$

Ker se s spreminjanjem h_1 spreminja tudi h_2, je najlažje, če uvedemo novo spremenljivko $u = h_1 - h_2$. Iz srednje šole se še spomnimo, da moramo izračunati še, kako se u spreminja:

$$du = dh_1 - dh_2 = dh_1 + \frac{S_1}{S_2} dh_1 = \frac{S_1 + S_2}{S_2} dh_1 \tag{2.6}$$

Ko to vstavimo v našo enačbo, dobimo:

$$\frac{du}{u} = -\frac{(S_1 + S_2)\rho g dt}{S_1 S_2 R} \,. \tag{2.7}$$

Ko uvedemo novo spremenljivko $\tau = \frac{S_1 S_2}{(S_1 + S_2)} \frac{R}{\rho g}$, dobimo znano odvisnost

$$u = u_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} \,. \tag{2.8}$$

Uvedena spremenljivka (τ) je karakteristični čas za približevanje sistema ravnovesju.

Končnim vrednostim se višini h_1 in h_2 približujeta eksponentno z istim relaksacijskim časom (τ), ki je sicer enak obratni vrednosti hitrostne konstante (k), $\tau = 1/k$:

$$\begin{aligned} h_1 &= A\mathrm{e}^{-t/\tau} + B \\ h_2 &= B(1 - e^{-t/\tau}) \,, \end{aligned} \tag{2.9}$$

kjer smo z A označili $h_{10} - h_{1\infty}$, z B pa $h_{2\infty} - h_{20}$. Če se vrnemo na analogijo s prehajanjem zdravila, kjer višina vode ustreza koncentraciji zdravila v predelku, bi vsota konstant $A+B$ ustrezala začetni koncentraciji zdravila v prebavilih, konstanta B pa končni koncentraciji v prebavilih in krvi, ko je zdravilo enakomerno porazdeljeno.

Na sliki 2.2 sta prikazana primera, kako se višini gladin v posodah približujeta ravnovesju: polni črti opisujeta primer, ko ima druga posoda enak presek kot prva, in črtkani črti, ko je presek druge posode le četrtino preseka prve posode. Hitrost približevanja (s hitrostno konstanto $k = 1/\tau$) je odvisna od razmerja volumnov (presekov valjastih posod) – čim manjša je druga posoda, tem hitreje se bo vzpostavilo novo ravnovesje (izpeljava v okvirčku) in tem manj se bo spremenila višina v prvi posodi (sl. 2.2). Iz enačb (2.2) in (2.9) vidimo, da velja $AS_1 = BS_2$.

2.2 Praznjenje iz sistema z dvema predelkoma

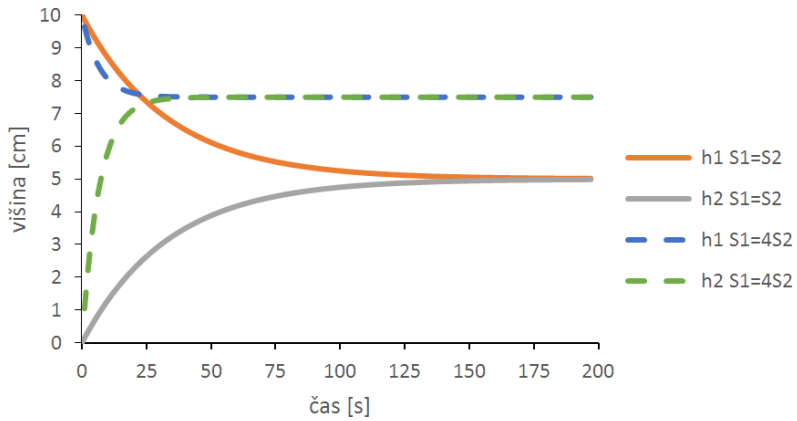
A običajno se snovi iz telesa izločajo (lahko direktno ali preko presnove) na več različnih načinov in seveda tudi različno hitro. V našem modelu to lahko ponazorimo z dodatno možnostjo odtekanja iz druge posode (sl. 2.3).

Odtok snovi iz druge posode je sorazmeren količini te snovi v tej posodi:

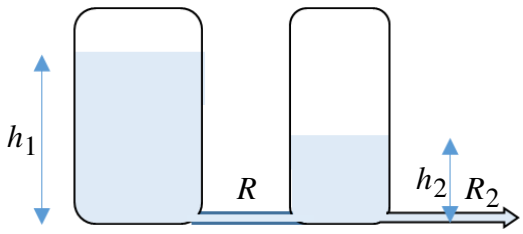
$$\Phi_0 = k_2 V_2 \,. \tag{2.10}$$

Če je upor cevi za odtok iz druge posode veliko večji kot upor cevi, ki povezuje posodi ($R_2 \gg R$), lahko za dolge čase, ko bi se gladini v posodah že izenačili, uganemo, da se višina zmanjšuje eksponentno, le z daljšim relaksacijskim časom, saj se skozi odtok praznita hkrati obe posodi (kot bi bila ena posoda s površino S_1+S_2):

$$h = Be^{-t/\tau_p} \,, \tag{2.11}$$



Slika 2.2: *Spreminjanje gladine vode v valjastih posodah, ko je v začetnem trenutku druga posoda prazna. Polni črti predstavljata primer, ko sta površini posod enaki S_1=S_2, črtkani črti pa, ko je površina druge posode le četrtino površine prve posode; S_1 =4S_2. Vidimo, da se gladini izenačita hitreje (manjši τ), če je površina (kapaciteta) druge posode manjša.*



Slika 2.3: *Skica dveh povezanih posod z odtokom. Označeni so višini gladin (h_1 in h_2) ter viskozna upora delov sistema za pretok in odtok (R in R_2).*

kjer τ_p opisuje, kako se praznita obe posodi skupaj:

$$\tau_p = \frac{(S_1 + S_2)R_2}{\rho g} \,. \tag{2.12}$$

Dejansko pa se oba procesa (pretakanje med posodama in praznjenje posod) začneta istočasno. Če sestavimo hitri in počasni del, je kot bi se višina, h kateri se višini v obeh posodah približujeta v hitrem delu (B), počasi zmanjševala ($B\mathrm{e}^{-t/\tau_p}$), in dobimo:

$$\begin{aligned} h_1 &= A\mathrm{e}^{-t/\tau} + B\mathrm{e}^{-t/\tau_p} \\ h_2 &= B_2(\mathrm{e}^{-t/\tau_p} - \mathrm{e}^{-t/\tau}) = -B_2\mathrm{e}^{-t/\tau} + B_2\mathrm{e}^{-t/\tau_p} \,. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Ker se posodi praznita, kar pomeni, da teče tok tudi iz prve posode v drugo, ostaja gladina v prvi posodi višja kot v drugi (sl. 2.4 levo), zato tudi konstanti B za prvo in drugo posodo nista povsem enaki, velja zveza

$$B_2 = B\,\frac{\tau_p - \tau}{\tau_p} \,, \tag{2.14}$$

Odvisnost [en. (2.13)], ki jo opišemo z dvema časovnima konstantama, imenujemo dvoeksponentna funkcija. Dvoeksponentno odvisnost dobimo tudi, če je upor R_2 po velikosti primerljiv uporu R_1, le da sta v tem primeru časovni konstanti τ in τ_p odvisni od obeh uporov.

Na modelu lahko opazujemo dogajanje v obeh posodah. Iz opisa (enačbi 2.13, 2.14) pa vidimo, da če poznamo obnašanje v eni posodi, lahko napovemo, kaj se dogaja v drugi, to nam pride prav, ko do posameznega predelka nimamo dostopa. Za hitro oceno dogajanja poglejmo, kakšna je maksimalna višina v drugi posodi in kdaj je ta dosežena. Maksimalno višino ($h_{2,\mathrm{MAX}}$) in čas, v katerem je ta dosežena, (t_{MAX}) dobimo z njenim odvodom po času, $\mathrm{d}h_2/\mathrm{d}t = 0$. To privede do izrazov

$$h_{2,\mathrm{MAX}} = B\,\frac{\tau_p - \tau}{\tau_p}\,(\kappa^{-1/(\kappa-1)} - \kappa^{-\kappa/(\kappa-1)}) \tag{2.15}$$

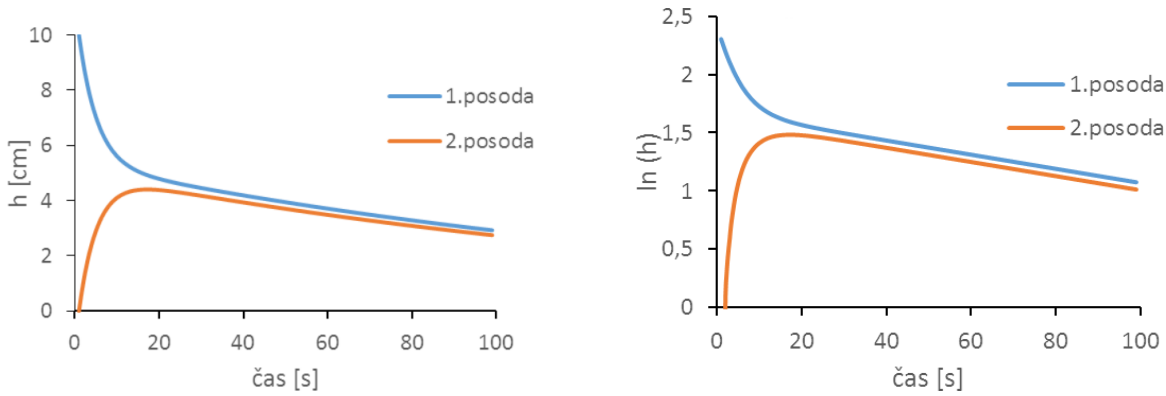
in

$$t_{\mathrm{MAX}} = \frac{\tau_p \ln \kappa}{\kappa - 1}\,, \tag{2.16}$$

kjer je κ razmerje med karakterističnima časoma (τ_p/τ). Vemo, da do tega časa višina narašča, po tem pa počasi pada.

Izločanje snovi iz sistema smo opisali z odtokom iz 2. posode. V določenih primerih je fiziološko bolj relevantno*, če bi bil odtok iz prve posode. Enačbe ostanejo enake, le pri prehodu iz hitrega v počasni del, koncentracija v drugi posodi postane višja v drugi posodi, višja ostane ves počasni del, zato je tudi v tem primeru B_2 večji od B:

$$B_2 = B\,\frac{\tau_p}{\tau_p - \tau}\,, \tag{2.17}$$



Slika 2.4: *Spreminjanje višin in ustrezna logaritma višin v posodah, ko sta preseka posod enaka.*

*Na primer, splošni anestetik natrijev tiopental prehaja sorazmerno počasi iz krvi v maščovno tkivo in nazaj. Izločanje iz telesa pa poteka preko krvi.

Napotki za določanje parametrov

V praksi je relativno enostavno spremljati koncentracijo zdravila v plazmi. Iz tega, kako se koncentracija spreminja v plazmi, pa lahko sklepamo, ali se zdravilo le izloča (eksponentno zmanjševanje) ali morda prehaja v kak organ ali maščobo (dvoeksponentno). Poglejmo, kako iz časovne odvisnosti koncentracije (v modelu iz časovne odvisnsti višin) ugotovimo, za kakšne procese gre.

Če pogledamo spreminjanje višine v prvi posodi (sl. 2.4 levo), vidimo, da pada. Težko pa je na prvi pogled reči, ali je to eksponentna ali več eksponentna funkcija. To enostavno preverimo, tako da narišemo ln (h_1) od časa (sl. 2.4 desno). Če bo ta funkcija linearna, je to dokaz, da imamo opravka z eksponentno funkcijo, če pa je linearna samo na koncu, pri dolgih časih $t \gg \tau$, v začetku pa ne, to nakazuje, da imamo opravka z bolj zapleteno časovno odvisnostjo in da bo teže izluščiti parametre za opis spreminjanja količin. A linearnost pri dolgih časih nam da vedeti, da je v tem delu odvisnost eksponentna $B\mathrm{e}^{-t/\tau_p}$ (ali vsaj dober približek). Iz premice, ki jo potegnemo v tem delu, lahko določimo konstanti B in τ_p ($n = \ln B$; $k = -1/\tau_p$).

Ko poznamo ti dve konstanti (B in τ_p), lahko prispevek počasnega dela izračunamo (za vsako meritev) in ta prispevek odštejemo od celotne odvisnosti višine h_1, da dobimo novo odvisnost – lahko ji rečemo hitri del

$$h_1^h = h_1 - B\mathrm{e}^{-t/\tau_p} = A\mathrm{e}^{-t/\tau}\,. \tag{2.18}$$

Ali je naša napoved pravilna in je tudi hiter del eksponentna funkcija, preverimo tako, da graf ponovno lineariziramo. Če sedaj vse točke (v okviru merske napake) ležijo na premici, smo dobili celotno časovno odvisnost in lahko rečemo, da se da sistem opisati z dvema časovnima konstantama in da morata obstajati vsaj dve različni poti za izmenjavo snovi (na primer: iz prebavil v krvno plazmo in izločanje).

Podobno lahko naredimo za drugo posodo, kjer hitri del lahko izrazimo kot:

$$h_2^h = B_2\mathrm{e}^{-t/\tau_p} - h_2 = B_2\mathrm{e}^{-t/\tau}\,. \tag{2.19}$$

Naloge: 1. Izmerite in analizirajte časovno odvisnost spreminjanja višine vode v modelu z dvema predelkoma.

Potrebščine: sistem merilnih posod

čaša

kamera

programa za predvajanje posnetkov in risanje grafov

Izvedba

Po priloženih navodilih sestavite/preverite sistem dveh merilnih posod. Poglejte si, kako deluje tablica (navodila priložena). Lahko snemate s svojimi pripomočki (telefon, tablica...), a v tem primeru se najprej prepričajte, da boste s posnetka lahko razbrali višino gladine vode in čas.
Izpraznite drugo posodo, prvo pa napolnite z vodo do višine 20 cm.
Istočasno vključite kamero (snemanje) in odprite ventil med posodama. Snemajte neprekinjeno, tudi potem, ko začne gladina v drugi posodi padati. Snemajte vsaj toliko časa, da gladina v drugi posodi pade na 1/3 maksimalne višine v tej posodi.
Predvajajte film in iz posnetka določite čase za višini gladin v obeh posodah na vsakih 5 mm, da dobite časovni odvisnosti za višini: $h_1(t)$ in $h_2(t)$. Čase merite od trenutka, ko ste odprli ventil.

Analiza:

Ker je merskih točk veliko, se jih splača obdelati s pomočjo programa. Lahko jih obdelate v katerem koli programu, ki ga poznate, lahko pa jih preračunate tudi ročno.
Navodila opisujejo, kako se vnese podatke v že pripravljeno preglednico v Excelu. Tabeli imata že pripravljene stolpce in osnutke grafov za prvo in drugo posodo.

	A	B	C	D	E	F	G
1	t[s]	h_1	$\ln h_1$	B	τ_p	B*e$^{-t/\tau_p}$	$\ln(h_1 - B$*e$^{-t/\tau_p})$
2							
3							

	A	B	C	D	E	F	G
1	t[s]	h_2	$\ln h_2$	B_2	τ_{p2}	B_2*e$^{-t/\tau_{p2}}$	$\ln(B_2$*e$^{-t/\tau_{p2}} - h_2)$
2							
3							

Navodila za vnašanje podatkov v pripravljeno preglednico:

- odprite: program **Excel** ali

- odprite: datoteko **PredMatrica** – odpre se vam že pripravljena razpredelnica in jo shranite s svojim imenom (na primer: Ime-skupina-datum).

- vnesite podatke za višino gladine v prvi posodi v stolpec B in ustrezne čase v stolpec A, čas vnašajte v sekundah

- poglejte, če oranžno obarvane točke, ki naj bi ustrezale počasnemu spreminjanju višine, ležijo na premici. Če nekaj oranžno obarvanih točk ne leži na premici, ali je nekaj točk, ki ležijo na premici, pa niso oranžne, spremenite izbiro podatkov (navodila, kako to storite so v dodatku na koncu navodil in priloženem listu na vajah).

- Nad premico je izpisana enačba trendne črte (premice, ki se najbolje prilega oranžnim točkam - najboljšega »fita«). Iz koeficientov premice (k in n) izračunajte τ_p ($k = -1/\tau_p$) in B (n = ln B).

- τ_p in B vnesite v prvo polje stolpcev D in E (celici D2 in E2)– izračunajo se vrednosti v stolpcih F in G in izriše graf „Odvisnost hitrega dela od časa“.

- Poglejte, če rdeče točke ležijo na premici – če je potrebno popravite izbor podatkov Kratki časi, enako kot ste storili za Dolgi časi.

- Tudi tu je poleg premice izpisana enačba premice in iz koeficientov premice izračunajte τ ($k = -1/\tau$) in A ($n = \ln A$).

Vnesite podatke o časih in višinah še za drugo posodo – v spodnjo preglednico (od vrstice 50 naprej).

Ponovite ves postopek (kot za prvo posodo) in iz teh meritev izračunajte τ_{p2}, τ_2, in B_2 in A_2 (A_2 in B_2 sta po modelu enaka, lahko pa do razlike pride zaradi merskih napak).
Grafe si shranite na USB ključek ali si jih pošljite po e-pošti ter si jih natisnite za izdelavo poročila.

- Primerjajte dobljene vrednosti relaksacijskih časov τ s τ_2 in τ_p s τ_{p2} ter vrednosti konstante B s B_2 dobljenih iz sprememb višin v prvi in drugi posodi.

- Iz karakterističnih konstant za prvo posodo (A, B, τ_p,τ) izračunajte $h_{2,\mathrm{MAX}}$ in t_{MAX} (izraza 2.15 in 2.16). Izračunano točko vrišite v diagram, kjer sta prikazani višini h_1 in h_2 od časa.

- Kakšna bi bila maksimalna višina v drugi posodi (izraz 2.15), če bi bil τ_p dvakrat daljši, ostale konstante (A, B, τ) pa se ne bi spremenile?

- Kaj bi se zgodilo, če druga posoda v začetku ne bi bila popolnoma prazna?

- Ob jedrskih nesrečah se v zraku pojavi tudi zvišana koncentracija radiaktivnega joda. Kot preventivo pred rakom ščitnice priporočajo vzeti jodove tablete. Bi znali razložiti zakaj naj bi to delovalo, kot preventiva in kdaj je potrebno te tablete vzeti?

Dodatek: Sprememba izbire podatkov v Excel programu:

- z miško se postavite na eno od oranžnih pik in pritisnete desni gumb – odpre se novo okno

v oknu izberite: Izberi podatke – odpre se novo okno
izberite niz: Dolgi časi in Uredi – odpre se novo okno
v vrsticah Vrednosti serij X in Vrednosti serij Y popravite vrednosti v zapisih, če bi želeli vključiti še tri točke začetku:

Vrednost serij X	iz	=List1!$A$15:$A$60	na	=List1!$A$12:$A$60
Vrednost serij Y	iz	=List1!$C$15:$C$60	na	=List1!$C$12:$C$60

Oziroma, če bi želeli prvi dve točki izpustiti:

Vrednost serij X	iz	=List1!$A$15:$A$60	na	=List1!$A$17:$A$60
Vrednost serij Y	iz	=List1!$C$15:$C$60	na	=List1!$C$17:$C$60

Izbiro shranite in zaprete okno z gumbom: V redu
Izbiro shranite in zaprete okno z gumbom: V redu
Izbiro shranite in zaprete okno z gumbom: V redu

3 Tekočine

Lastnosti tekočin* so za fiziologijo pomembne, saj kar približno 70 % človeškega telesa sestavlja najpomembnejša tekočina – voda. Osnovna lastnost tekočin je, da ohranjajo prostornino, ne pa tudi oblike, če nanje delujemo s silo. Tako se npr. kri v žili prilagodi obliki žile.

Pri tej vaji se bomo seznanili z nekaterimi lastnostmi tekočin. Merili bomo površinsko napetost (1. del), viskoznost (2. del) ter krvni tlak (3. del). Površinsko napetost in viskoznost tekočin bomo izmerili na dva različna načina. Pri merjenju krvnega tlaka bomo ugotavljali, kako je višina lege manšete glede na srce pomembna za izmerjeni krvni tlak.

Pri vsakem delu vaje so pojavi najprej opisani, da pojave dobro razumemo in da lahko uspešno opravimo meritve. Vsakemu opisu pojavov sledi navodilo za izvedbo vaje. Nekateri bolj zahtevni opisi fizikalnih zakonitosti in nekatere značilnosti krvi, ki niso bistvene za razumevanje pojavov, so v dodatku.

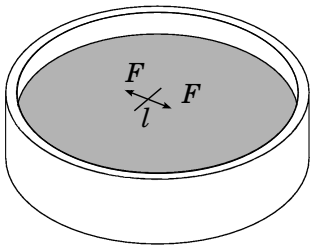
3.1 Površinska napetost

Stiki tekočine z drugimi snovmi so lahko energijsko ugodni, ali pa neugodni. Tako je npr. kri rada v stiku z žilo, njen stik z zrakom pa je neugoden. Fizikalna lastnost, ki določa, kako "rade" so snovi v stiku, je *površinska napetost* (σ). Površinska napetost je torej lastnost stika med dvema snovema. Čim bolj je stik neugoden, tem večja je površinska napetost. Vplive površinske napetosti lahko opazimo pri majhnih količinah tekočine, kajti takrat je razmerje med površino in prostornino največje. Stiki med plini in tekočinami so neugodni, zato si voda "želi" površino zmanjšati. Kapljica v plinu ima tako obliko krogle, saj ima krogla med vsemi telesi pri dani prostornini najmanjšo površino.

Pri stiku vode in zraka (sl. 3.1) površinska napetost (σ) določa silo na dolžino poljubnega roba na njeni površini (dodatek, str. 41)

$$\sigma = \frac{F}{l}\,. \tag{3.1}$$

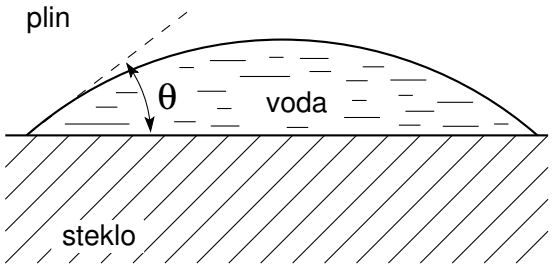
Večja kot je dolžina izbranega roba (l), sorazmerno večja je tudi sila (F). Enota za površinsko napetost je newton na meter (1 N/m = 1 J/m^2).



Slika 3.1: *Površinska napetost deluje s silo (F) v ravnini tekočine in je pravokotna na katerikoli rob (l).*

*Tukaj uporabljamo izraz tekočina za snovi, ki lahko tvorijo kapljice. Snovem, ki lahko tvorijo kapljice, rečemo tudi kapljevine. V tem primeru uporabljamo izraz tekočina kot skupno ime za kapljevine in pline.

Tri snovi so lahko v stiku le na neki črti. Primer prereza takega stika, ko je na ravnem steklu kapljica vode, je prikazan na sliki 3.2. Na trojnem stiku tvori voda z zrakom glede na njen stik s steklom t.i. *kot močenja* (θ), ki je odvisen od površinskih napetosti med snovmi [dodatek, en. (3.14)]. Voda *moči* steklo, saj so molekule raje v stiku z njim kot same s seboj, in kot θ je manjši od 90°. Pri tekočinah, ki *ne močijo* podlage je kot θ večji od 90°.



Slika 3.2: *Presek kapljice vode, ki leži na ravnem steklu. Stik je vode s steklom je energijsko ugoden in kot močenja (θ) je majši od* 90°.

Učinek površinske napetosti opazimo, ko pomočimo stekleno kapilaro v vodo. Pri tem poizkusu tekočina spontano deloma napolni kapilaro (sl. 3.3). Ta pojav imenujemo *kapilarni dvig.* Zaradi sile površinske napetosti obstaja tendenca, da bi bila stična površina zelo velika. Tej tendenci nasprotuje teža tekočine, zato se kapilara ne napolni do vrha, ampak le do določene višine. Drugače kot sila površinske napetosti je sila teže sorazmerna prostornini v kapilari. Ravnovesna višina ustreza ravnovesju sil. Izkaže se, da v ravnovesju za višino kapilarnega dviga velja enačba (dodatek, str. 43)

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{r\rho g}\,, \tag{3.2}$$

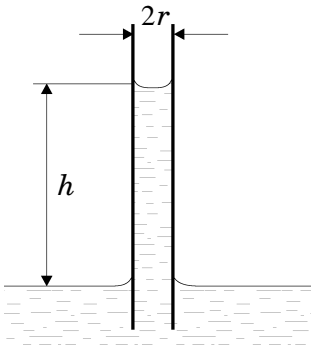
kjer so σ površinska napetost med vodo in zrakom, r polmer kapilare, ρ gostota vode in g težnostni pospešek.

Odvisnosti med količinami v enačbi (3.2) lahko razumemo. Kapilarni dvig je tem večji, čim tanjša je kapilara, saj je pri tanjši kapilari večje razmerje med njeno površino in prostornino, in je tem manjši, čim večja je gostota tekočine, saj je teža, ki nasprotuje dvigu, sorazmerna gostoti. Višina kapilarnega dviga je seveda odvisna tudi od površinskih napetosti med vsemi snovmi in je večja pri bolj izrazitih močenjih, ko je kot θ manjši.*

Naloge:
1. Izmerite površinsko napetost vode z zanko.
2. Izmerite površinsko napetost vode pri kapilarnem dvigu.
3. Primerjajte dobljeni vrednosti površinskih napetosti.

Potrebščine: zanka, torzijska tehtnica, steklena kapilara, ravnilo, destilirana voda

*Če tekočina kapilare ne moči, pride celo do kapilarnega spusta.



Slika 3.3: *Kapilarni dvig za višino h. Višina kapilarnega dviga ni odvisna od globine, na katero je potopljena kapilara.*

Izvedba

1) Na sprednji strani torzijske tehtnice je okrogel gumb za uravnavanje sile, s katero tehtnica deluje na zanko. Na začetku nastavite začetno lego kazalčka na nič, pri čemer pazite, da se zanka ne dotika vode. Nato z vodo napolnjeno posodo dvigujte, dokler se vodna gladina ne dotakne zanke. Tik pred dotikom jo dvigujte **zelo** počasi. Z vrtenjem gumba povečujte silo, s katero vlečete zanko iz vode. Zanko vlecite tik pred odtrganjem **zelo** počasi.

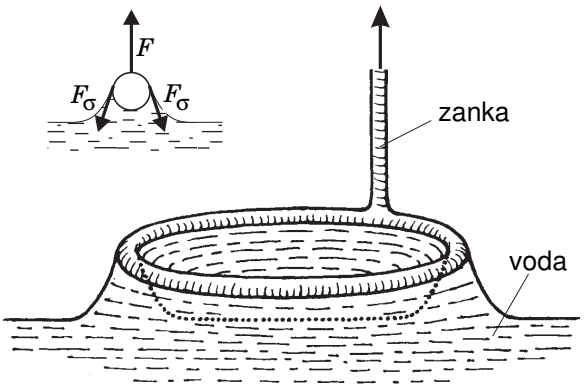
   Opazujte, kaj se dogaja z vodo ob zanki (sl. 3.4). V vsakem trenutku je rezultanta sil površinske napetosti, katerih velikost se ne spreminja, nasprotno enaka sili vlečenja zanke. Z dvigovanjem zanke postaja smer sile površinske napetosti vedno bolj navpična, ker se sila vlečenja povečuje. Ko postane sila površinske napetosti navpična in silo vlečenja še malo povečamo, porušimo ravnovesje sil in zanka se odtrga od gladine. V tistem trenutku velja enačba [en. (3.1)]

$$\sigma = \frac{F}{2l_\mathrm{z}} \,, \tag{3.3}$$

   kjer je l_z obseg zanke. Dvojni obseg zanke smo vzeli, ker imamo v našem primeru dva stična roba med zanko in vodo – eno na notranji in drugo na zunanji strani zanke.

   S torzijsko tehtnico izmerite silo (F), pri kateri se zanka odtrga od gladine. Meritev ponovite petkrat in izračunajte povprečno vrednost sile. Površinsko napetost izračunajte po enačbi (3.3). Ocenite natančnost meritve.

2) Izpraznjeno kapilaro pomočite globoko v posodo z vodo, da se kapilara omoči od znotraj. Kapilaro lahko omočite tudi tako, da jo daste poševno v vodo. Če je kapilara skoraj vodoravno v vodi, se skoraj v celoti napolni. Če je kapilara dovolj visoko omočena in če v njej ni zračnih mehurčkov, vodni stolpec (sl. 3.3) ne sledi dviganju in spuščanju kapilare. Z merilom izmerite višino kapilarnega dviga (h). Pri meritvi upoštevajte dno meniskusa. Naredite vsaj tri meritve, kjer so kapilare različno globoko potopljene. Določite srednjo vrednost višine kapilarnega dviga.



Slika 3.4: *Shematski prikaz vlečenja zanke iz vode. Gladina vode ima ob zanki obliko kraterja. Levo zgoraj: povečan prerez zanke z označenimi silami, ki delujejo nanjo. Sila F, s katero vlečemo zanko, je navpična. Sila zaradi površinske napetosti (F_σ) je tangencilna na površino vode v točki, kjer se voda in zanka dotikata.*

Površinsko napetost izračunajte po enačbi $\sigma = \rho g h r/2$, ki jo dobimo po preureditvi enačbe (3.2), pri čemer upoštevamo, da je mejni kot med vodo in steklom zanemarljivo majhen ($\theta \approx 0$). Polmer kapilare je naveden pri vaji. Ocenite natančnost meritve.

Je višina kapilarnega dviga odvisna od dolžine kapilare pod gladino? Ali se višina kapilarnega dviga kaj spremeni, če je kapilara v poševni legi?

3) Izračunajte, za koliko odstotkov se razlikujeta dobljeni vrednosti površinskih napetosti vode. Zaradi katerih razlogov se razlikujeta?

3.2 Viskoznost

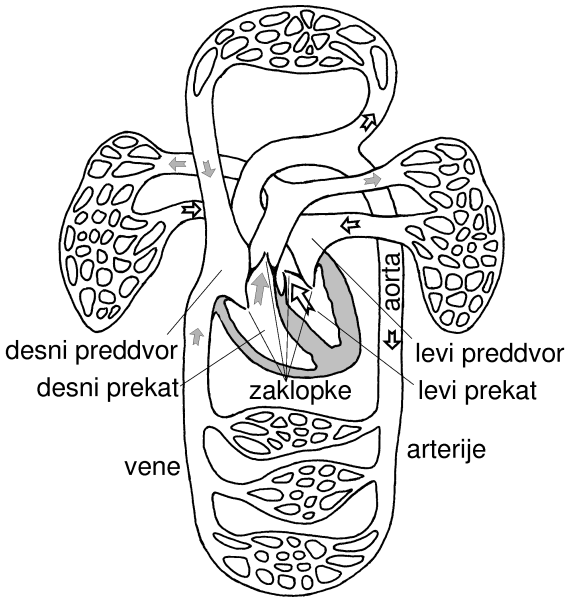
3.2.1 Viskozno trenje in krvni obtok

Z viskoznostjo se navadno srečamo na dva načina: pri pretakanju viskoznih tekočin in pri premikanju po viskoznih tekočinah. Tako bomo pri vaji najprej spoznali vlogo viskoznosti pri krvnem obtoku in nato še pri sedimentaciji.

Kri po krvnem obtoku poganja tlak, ki ga s krčenjem ustvarja srce. Tok krvi je istosmeren zaradi srčnih zaklopk, ki dopuščajo pretok samo v eno smer. Krvni obtok se često obravnava z modelom, najbolj preprosto ponazorjenim s črpalko, ki predstavlja srce, in različno debelimi cevmi, ki predstavljajo krvožilni sistem (sl. 3.5). Za razumevanje pretakanja krvi po žilah je pomembno, kaj vpliva na pretok.* Kri ni navadna tekočina, saj vsebuje krvne celice, zato je natančna obravnava obtoka zapletena (dodatek, str. 44). Natančna obravnava obtoka je tudi zapletena, ker so stene žil elastične. Oblika žil se namreč spremeni pri tlačnih spremembah.

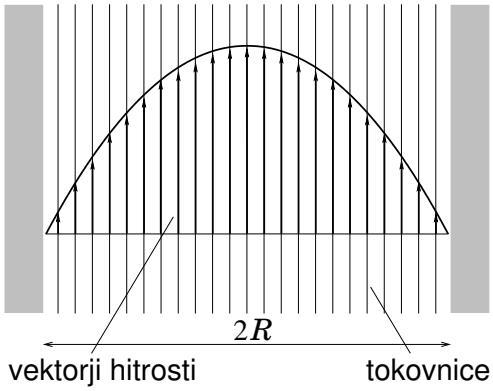
Zapleteno gibanje tekočine v splošnem opišemo z določitvijo velikosti in smeri hitrosti za vsak njen del. Smer hitrosti lahko ponazorimo s *tokovnicami*. Tokovnica je črta, za katero velja, da na izbranem mestu tangenta na tokovnico kaže smer toka oziroma hitrosti

*Pomembne korake za razumevanje toka tekočin skozi cevaste strukture je opravil francoski zdravnik, fiziolog in fizik L. M. Poiseuille (1799–1869), ki so ga problemi pri pretakanju krvi po žilah motivirali za raziskovanje na tem področju.



Slika 3.5: *Shematski prikaz krvnega obtoka. Srce požene kri po arterijah, le-ta pa se vrne po venah. Model za srce - črpalka - vsebuje dva dela. Desni del žene kri skozi dve krili pljuč, levi pa skozi vse ostale organe.*

majhnega dela tekočine. Pri *stacionarnem toku* se hitrost ne spreminja s časom in oblika tokovnic ostaja nespremenjena.



Slika 3.6: *Hitrostni profil krvi v dolgi tanki žili, kjer je narisan le kratek odsek. Dolžina puščic je sorazmerna s hitrostjo plasti na izbranem mestu. Kri teče tako, da so tokovnice urejene. Takemu toku pravimo laminarni tok.*

Opis gibanja krvi v tankih žilah je razmeroma preprost. Takrat je smer hitrosti kateregakoli dela tekočine povsod vzporedna z žilo in tok je *laminaren*, saj se plasti urejeno gibljejo druga ob drugi (sl. 3.6). Hitrosti je največja na sredini žile, z oddaljenostjo od sredine se manjša, na steni žile pa je enaka nič. Pri gibanju tekočin prihaja med molekulami, ki se različno hitro gibajo, do medsebojnega trenja. Zaradi trenja počasnejše plasti molekul zadržujejo hitrejše, te pa vlečejo počasnejše. Pravimo, da delujejo med plastmi strižne sile, pojavu pa pravimo viskozno trenje. Viskozno trenje se pojavi tudi pri gibanju predmeta po viskozni tekočini. Iz vsakdanjega življenja vemo, da nekatere tekočine tečejo "lažje" kot druge – tako npr. med teče težje kot olje, ta pa težje kot voda. Lastnost tekočine, ki določa, kako "lahko" oz. "težko" teče tekočina, je *viskoznost*. Bolj kot je tekočina viskozna,

težje teče.

Če je hitrost krvi velika, kot je npr. v aorti, se ustvarjajo vrtinci, t. j. tok postane turbulenten.* Poleg velike hitrosti (v) je za turbulentni tok značilno, da nastane pri večji vztrajnosti tekočine, t. j. pri večji gostoti (ρ), in seveda pri manjši viskoznosti (η), ki je značilna za laminarni tok. Pomembno je še, kako velik je predmet opazovanja, kajti pri opazovanju majhnega dela tekočine opazimo vzporedne tokovnice. Tako lahko po premisleku dane količin povežemo v izraz, s katerim lahko ocenimo mejno vrednost, pod katero je tok laminaren†

$$\mathcal{R}_\mathrm{e} = \frac{v\rho R}{\eta}\,, \tag{3.4}$$

kjer je R polmer žile. Količini $\mathcal{R}_\mathrm{e}$ pravimo Reynoldsovo število. Da je tok laminaren pri majhnih hitrostih, gostotah in dimenzijah glede na viskoznost, velja splošno. Tok v žili je laminaren, če je vrednost Reynoldsovega števila manjša od 1000.‡

3.2.2 Določanje viskoznosti z merjenjem toka tekočine skozi Ostwaldov viskozimeter

Ostwaldov viskozimeter je steklena cevka v obliki črke U, ki je sestavljena iz odsekov z različnimi preseki (sl. 3.7). Če višini gladin tekočine na obeh straneh viskozimetra nista enaki, tekočina teče proti strani, kjer je gladina nižja. Hitrost pretakanja tekočine je odvisna od geometrije viskozimetra. Ker ima določen odsek viskozimetra zelo majhen presek, je pretok tekočine skozi viskozimeter majhen in izenačevanje gladin poteka počasi. Bolj kot je tekočina viskozna, počasneje to poteka. Nasproten učinek pa ima gostota tekočine. Bolj kot je tekočina gosta, večjo težo ima in zato teče hitreje. Po razmisleku lahko tako pridemo do zaključka, da je čas, v katerem se pretoči določena prostornina tekočine, sorazmeren viskoznosti tekočine in obratno sorazmeren njeni gostoti (ρ)

$$t = \kappa\frac{\eta}{\rho}\,, \tag{3.5}$$

kjer je κ konstanta, ki je določena z geometrijo viskozimetra in prostornino pretečene tekočine§. Enota za viskoznost (η) je poise (P), za katero velja 1 P = 1 Pa · s = 1 kg/ms. **Viskoznost ne smemo zamenjevati z gostoto**, ki določa maso izbrane prostornine tekočine ¶.

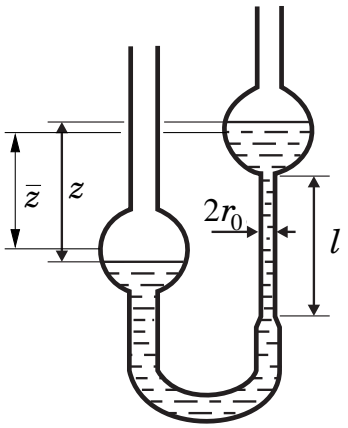
*Pri turbulentnem toku se tokovnice prepletajo in na izbranem mestu se spreminjata tako velikost kakor tudi smer hitrosti tekočine.

†Mejno vrednost prehoda pravzaprav ocenimo, če delimo izraz za silo upora pri turbulentnem toku z ustreznim izrazom za laminarni tok. Tu je naveden rezultat deljenja, pri čemer so izpuščeni številčni faktorji, ki nastopajo v izrazih za upore.

‡Za laminarni tok velja sorazmernost med silo trenja in hitrostjo. Za turbulentni tok velja kvadratni zakon upora pri $\mathcal{R}_\mathrm{e} > 2000$.

§Konstanto κ bi lahko ocenili z integralom $\frac{8l}{\pi r_0^4 g}\int_0^V \frac{\mathrm{d}V}{z}$, kjer je V pretečena prostornina.

¶Da med viskoznostjo tekočine in njeno gostoto ni neposredne povezave, se lahko prepričamo, če primerjamo npr. viskoznosti in gostote medu, alkohola in vode.



Slika 3.7: *Shematski prikaz Ostwaldovega viskozimetra. Ključen del viskozimetra je zelo ozka cevka z dolžino l in polmerom r_0, katere upor prevladuje. Označena sta še razlika v višinah tekočin (z) in razlika v povprečnih višinah tekočin, ki na sliki ustreza kar razliki v povprečnih višinah bučk ($\bar{z}$).*

Če vrednosti konstante κ za viskozimeter ne poznamo, lahko viskoznost določimo s primerjalno meritvijo, pri kateri čas pretoka tekočine z neznano viskoznostjo (t) primerjamo s časom pretoka tekočine z znano viskoznostjo (t_0). Če v obeh primerih pretočimo enako prostornino tekočine, za tekočino z znano viskoznostjo (η_0) velja zveza z isto konstanto κ [en. (3.5)], $t_0 = \kappa\eta_0/\rho_0$, kjer je ρ_0 gostota tekočine z znano viskoznostjo. Ko medsebojno delimo izraza z znano in neznano viskoznostjo, lahko neznano viskoznost izrazimo kot

$$\eta = \eta_0 \frac{t}{t_0} \frac{\rho}{\rho_0} \,. \tag{3.6}$$

Do enačbe (3.5) lahko pridemo tudi z upoštevanjem Hagen-Poiseuilleove enačbe, ki določa prostorninski tok skozi nek presek cevi, t. j. pretečeno prostornino na časovno enoto ($\Phi_V = \mathrm{d}V/\mathrm{d}t$) [dodatek, str. 46]. Pri zapisu Hagen-Poiseuilleove enačbe za naš primer je ključno upoštevati, da ima ozka cevka viskozimetra veliko manjši presek kot ostali odseki, zato lahko trenje tekočine na ostalih odsekih zanemarimo. Ob upoštevanju, da je sila upora tekočine enaka teži vodnega stolpca, lahko pretok zapišemo v obliki

$$\Phi_V = \frac{\pi {r_0}^4}{8\eta l} \rho g z \,, \tag{3.7}$$

kjer sta r_0 in l polmer in dolžina ozke cevke, produkt $\rho g z$, kjer je z razlika v višinah gladin, pa predstavlja tlak.* Enačbo (3.2) lahko deloma razložimo. Pri večjih vrednostih l in η je trenje v cevki večje, zato je pretok skozi cev obratno sorazmeren s tema parametroma. Pretok pa je večji pri večjem preseku cevi, ki je odvisen od r_0, in sorazmeren je s tlakom, ki tok poganja.

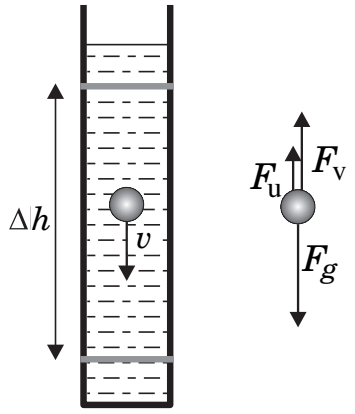
Pretok Φ_V je sorazmeren z gostoto in razliko v višinah ter obratno sorazmeren z viskoznostjo. Ostala parametra (r_0 in l) pa sta odvisna le od geometrije cevi viskozimetra. Povprečen pretok skozi viskozimeter, t. j. pretečena prostornina iz zgornje v spodnjo bučko v določenem času, pa je sorazmeren s povprečno razliko v višinah tekočin ($\bar{z}$), $V/t \propto \rho\bar{z}/\eta$.

*Tok tekočine bi se skozi viskozimeter ustavil, če bi na nižjo gladino delovali s tlakom $\rho g z$. Zato ravno ta vrednost tlaka poganja skozenj tekočino.

Zato je čas, v katerem se pri danih pogojih pretoči določena prostornina tekočine, sorazmeren viskoznosti tekočine in obratno sorazmeren njeni gostoti [en. (3.5)].

3.2.3 Sedimentacija

Ena od osnovnih krvnih preiskav je test sedimentacije eritrocitov. Pri njej merijo, kako hitro se posedajo eritrociti v krvni plazmi. Hitrost sedimentacije je pri mnogih bolezenskih stanjih povečana, zato lahko s testom sedimentacije nespecifično ugotavljamo prisotnost bolezni.



Slika 3.8: *Shematski prikaz padanja kroglice v viskozni tekočini. Tekočina je v merilnem valju, na katerem sta oznaki, med katerima izmerimo čas padanja kroglice. Kroglica med oznakama pada z enakomerno hitrostjo (v). Sila teže (F_g), vzgona (F_v) ter upora (F_u) so v ravnovesju: $F_\mathrm{g} - F_\mathrm{v} - F_\mathrm{u} = 0$.*

Za razumevanje sedimentacije študiramo, kaj se dogaja s kroglico, ki pada v viskozni tekočini (sl. 3.8). Ko kroglico spustimo v tekočino, nanjo delujeta sila teže navzdol in sila vzgona navzgor. Če je kroglica gostejša od tekočine, kaže rezultanta sil na kroglico navzdol in kroglica pada pospešeno. Toda na gibajočo kroglico deluje sila upora, ki nasprotuje gibanju in torej deluje navzgor. Če hitrost kroglice ni prevelika, je gibanje tekočine laminarno in velja *linearni zakon* upora. Če je kroglica majhna v primerjavi z razsežnostjo tekočine, se linearni zakon zapiše v obliki Stokesove enačbe, po katerem je sila upora sorazmerna hitrosti (v) njenega gibanja

$$F_\mathrm{u} = 6\pi r \eta v \,, \tag{3.8}$$

kjer sta r polmer kroglice in η viskoznost tekočine. Sili teže in vzgona se ne spreminjata, sila upora pa narašča z naraščanjem hitrosti gibanja kroglice, zato je naraščanje hitrosti vedno manjše. Pri določeni hitrosti padanja kroglice se hitrost kroglici ne bo več spreminjala. Po začetku gibanja se kroglici torej hitrost nekaj časa povečuje, vse dokler ne doseže končne hitrosti padanja.

Kako je hitrost kroglice odvisna od njene velikosti, lahko ugotovimo iz ravnovesja sil. Sila upora je poleg hitrosti sorazmerna tudi s polmerom (r) [en. (3.8)], sila teže (F_g) in vzgona (F_v) pa sta sorazmerni z r^3: $F_\mathrm{g} = \rho_\mathrm{k} \cdot 4\pi r^3/3 \cdot g$ in $F_\mathrm{v} = \rho_0 \cdot 4\pi r^3/3 \cdot g$, kjer sta ρ_k gostota kroglice in ρ_0 gostota tekočine. Ko so sile v ravnovesju (sl. 3.8), je zato hitrost sorazmerna z r^2

$$v = \frac{2(\rho_k - \rho_0) g r^2}{9\eta} \,. \tag{3.9}$$

Končna hitrost kroglice je sorazmerna z razliko v gostotah kroglice in tekočine, ker teža in vzgon, ki sta odvisna od ρ_k in ρ_0, delujeta v nasprotni smeri. Po pričakovanju je končna hitrost obratno sorazmerna viskoznosti, saj je pri večji viskoznosti tudi večje trenje.

Pri testu sedimentacije eritrocitov v krvni plazmi izkoristimo vpliv velikosti kroglice na hitrost padanja. Pri nekaterih bolezenskih stanjih se eritrociti namreč sprijemajo v skupke. Gostota takega skupka je seveda enaka gostoti posameznih eritrocitov, efektivni polmer skupka pa je večji kot efektivni polmer posameznega eritrocita. Skupki eritrocitov zato tonejo hitreje kot prosti eritrociti, kar se pozna kot povečana sedimentacija.

Za ugotavljanje, ali je v okolici kroglice tok laminaren, lahko uporabimo isti izraz kot pri ceveh [en. (3.4)], pri čemer v enačbo vstavimo kar hitrost kroglice (v) in njen radij (R). Izkaže pa se, da je tok v okolici kroglice laminaren pri manjših vrednostih števila $\mathcal{R}_e$, namreč ko je njegova vrednost manjša od 0,5.

Naloge:

1. Določite viskoznost etanola z Oswaldovim viskozimetrom. Preverite, ali je gibanje tekočin laminarno.
2. Določite viskoznost glicerola z merjenjem hitrost padanja kroglic v tekočini. Preverite, ali je gibanje tekočine laminarno.

Potrebščine: Ostwaldov viskozimeter, prižema za pritrditev viskozimetra, voda, katere viskoznost je podana pri vaji, etanol, pipeta, gumijasta žogica za pihanje, štoparica, termometer, kljunasto merilo, z glicerolom napolnjen valj, steklene kroglice različnih polmerov, pinceta

Izvedba

1) a) Viskoznost alkohola določimo s primerjavo časov pretoka alkohola in vode. Odmerite prostornino alkohola, ki je podana pri vaji, ter ga vlijte v viskozimeter. Nad ozkim delom cevi je bučka, ki je zgoraj in spodaj označena. S pomočjo gumijaste žogice črpajte zrak v nižji del viskozimetra, tako da ustvarite nadtlak, vse dokler se tekočina na drugem delu ne dvigne preko zgornjega znamenja na bučki, kar je nazorno prikazano na sliki pri vaji. Pri tem pazite, da v viskozimetru ni zračnih mehurčkov! Ko gumijaste cevko odstranimo, začne gladina tekočine v bučki padati. Izmerite čas, v katerem se gladina zniža od zgornjega znamenja do spodnjega znamenja na zgornji bučki. Opravite tri meritve časa pretoka za alkohol (t) in odlijte ga nazaj v pripadajočo stekleničko ter viskozimeter dobro izpraznite.

   Nato opravite še tri meritve časa pretoka za vodo (t_0). V viskozimeter vlijete enako prostornino vode kot alkohola! Po končani meritvi z vodo, jo odlijte nazaj v pripadajočo stekleničko. Pazite, da ne zamenjate steklenički.

   Viskoznost alkohola izračunajte z uporabo enačbe (3.6). Gostota vode (ρ_0) in alkohola (ρ) ter viskoznost vode (η_0) so podane pri vaji. Upoštevajte temperaturo, ki jo odčitate s termometra na steni laboratorija.

b) Ali sta tokova v viskozimetru laminarna? V ta namen izračunajte Reynoldsovo število ($\mathcal{R}_e$) za tok hitrejše tekočine v ozki cevki [en. (3.4)], kjer je hitrost največja. Pri izračunu števila $\mathcal{R}_e$ je potrebno upoštevati polmer cevke (r_0) in hitrost, ki jo izračunate po enačbi $v = V/(St_0)$,* kjer je V pretečena prostornina in $S = \pi r_0^2$ je presek ozkega dela viskozimetra. Podatek o pretečeni prostornini je podan pri vaji. Opozorilo: prostornina V je manjša kot celotna prostornina tekočine, kajti v času t_0 se preteče le del celotne tekočine, ki jo sicer vlijemo v viskozimeter. Za izračun polmera ozke cevke, za katerega velja enačba $r_0 = \sqrt[4]{8V\eta_0 l/(\pi t_0 \rho_0 g \bar{z})}$ [en. (3.7)], potrebujete še podatka o dolžini te cevke pri viskozimetru (l) in razliki v povprečnih višinah tekočin ($\bar{z}$) (sl. 3.7), ki ju izmerite z ravnilom.

2) a) V merilnem valju je glicerol, v posodici pa so kroglice različnih velikosti. S pinceto vzemite po eno kroglico vsake velikosti in ji s kljunastim merilom izmerite premer ($2r$). Premer manjših kroglic je najlažje izmeriti, če jih položite na ravno podlago na pladnju.

Kroglico spustite v tekočino in izmerite čas (t), v katerem pade kroglica od zgornje do spodnje oznake na merilnem valju. Kroglico spustite tako, da bo potovala čim bolj po sredini merilnega valja. Ko določate trenutek, v katerem kroglica pade mimo oznak na merilnem valju, glejte na kroglico v vodoravni smeri, da ne pride do napake pri meritvi zaradi paralakse. Če kroglica zaradi površinske napetosti ostane na gladini tekočine in ne potone, jo potopite s priloženo paličico. Izračunajte hitrost padanja kroglice, $v = h/t$, pri čemer je razdalja med oznakama (h) podana. Ponovite postopek za vse velikosti kroglic.

b) Narišite diagram hitrosti padanja v odvisnosti od kvadrata radija kroglice. Če dejansko velja linearni zakon upora, kot to napoveduje enačba (3.9), ležijo točke na diagramu na premici $v = kr^2$, kjer je $k = 2g(\rho_k - \rho_0)/(9\eta)$ ustrezen naklonski koeficient. Gostoti tekočine (ρ_0) in kroglic (ρ_k) sta podani pri vaji. Določite koeficient k ter iz njega izračunajte viskoznost tekočine.

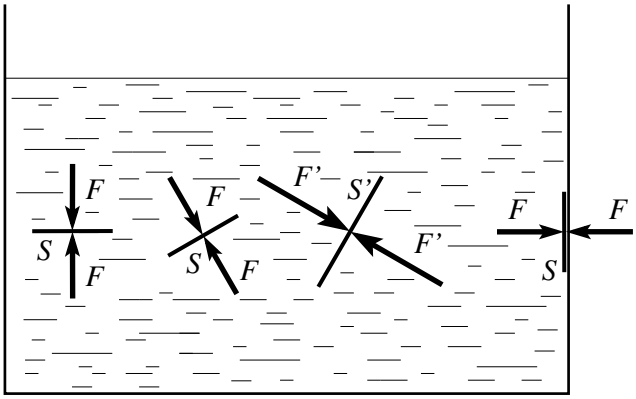
c) Je ta tok laminaren? Izračunajte število $\mathcal{R}_e$ za tok v okolici najhitrejše kroglice [en. (3.4)], pri čemer upoštevate gostoto in viskoznost dane tekočine.

3.3 Krvni tlak

3.3.1 Naraščanje tlaka z globino

Če tekočina miruje, sile v tekočini delujejo enakomerno v vse strani in posledično pravokotno na katerokoli izbrano ploskev (sl. 3.9). Tako sila deluje pravokotno na steno posode ali na steno kateregakoli predmeta v tekočini. Ko sila F deluje na ploskev s površino S, ustrezen tlak izrazimo z enačbo $p = F/S$. Enota za tlak je pascal (1 Pa = 1 N/m^2). Tlak v posodi narašča z globino zaradi teže tekočine, ki je nad izbranim nivojem. V nestisljivi

*Enačbo za povprečno hitrost vode v cevki dobimo iz izraza za pretečeno prostornino $V = Svt_0$, kjer vt_0 predstavlja višino umišljenega stolpca.



Slika 3.9: *Ilustracija Pascalovega zakona. Narisane so ploskvice in ustrezne sile na istem nivoju v različnih smereh, ki delujejo pravokotno na ploskvice. Površina ploskvice S' je večja kot površina ploskvic S, zato je tudi ustrezna sila (F') sorazmerno večja kot sile na manjše ploskvice (F), ki so si sicer po velikosti enake.*

tekočini je razlika v tlakih med dvema nivojema kar sorazmerna z razliko v višinah (h), saj je sila tekočine stolpca danega preseka sorazmerna z višino

$$p = \rho g h \,, \tag{3.10}$$

kjer je ρ gostota tekočine.*

Zaradi sorazmernosti med tlakom in višino [en. (3.10)], se tlak pogosto nazorno izraža tudi z ustrezno višino stolpca tekočine, ki povzroči enako vrednost tlaka. V praksi se je včasih uporabljalo predvsem merilce krvnega tlaka na živo srebro. Višino stolpca so podajali v milimetrih, zato je ustrezna okrajšava za enoto tlaka kar mmHg, za katero torej velja $1\,\mathrm{mmHg} = 13.590\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1\,\mathrm{mm} = 133\,\mathrm{Pa}$.†

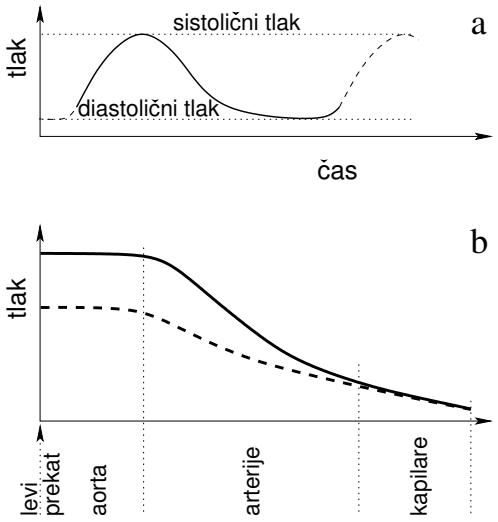
3.3.2 Porazdelitev tlaka

Srce se izmenično krči in poganja kri v obliki sunkov, kar se prenaša tudi na žile. Zato je tok skozi žile v glavnem nestacionaren in tlak na izbranem mestu arterije se spreminja (sl. 3.10a). Če otipamo arterije, lahko zaznamo pulz.

Z oddaljenostjo od srca se povprečen tlak po času in tudi odmik od povprečja zmanjšujeta (sl. 3.10b). Ko kri vstopa v kapilare, ima povprečen tlak približno le še četrtino povprečne vrednosti ob srcu. Tlak nadalje pada še v venah in ob vstopu v srce je njegova vrednost približno enaka zračnemu tlaku. Zmanjševanje povprečnega tlaka in odmika je odvisno od več vzrokov: viskoelastičnih lastnosti žil, ki se sicer vzdolž obtoka spreminjajo, ter viskoznosti krvi.

*O ustreznosti enačbe (3.10) se lahko prepričamo, če upoštevamo, da na vodoravno ploskvico s površino S deluje sila teže tekočine nad njo ($F = \rho S h g$).

†Enota za tlak 1 mmHg je po definiciji enaka 1 torr in poimenovana po Evangelista Torricelli, 1608-1674.



Slika 3.10: *(a) Shematski prikaz časovnega spreminjanja tlaka v arteriji. Sistolični tlak je najvišji tlak med srčnim utripom, ko srce iztisne kri v ožilje. Diastolični tlak je najnižji tlak v arterij med dvema utripoma. (b) Shematski prikaz spreminjanja tlaka vzdolž arterijskega krvnega obtoka. Najvišje vrednosti tlaka so prikazane s polno črto, najnižje pa s črtkano. V kapilarah je tlak stacionaren.*

Krvni tlak je v glavnih arterijah človeka, ki leži v vodoravnem položaju, približno povsod enak. Z oddaljenostjo od srca se tlak v glavnih arterijah namreč le malo zmanjša, ker je polmer teh žil velik. Ko človek vstane, se porazdelitev tlaka tudi v glavnih arterijah bistveno prerazporedi. Do veljave namreč pride specifična teža krvi. Npr. v glavnih arterijah glave, ki so 50 cm iznad srca, je tlak znatno nižji kot v aorti. Če uporabimo enačbo (3.10), lahko ocenimo, da je vrednost tlaka v primerjavi z aorto manjša za 37 mmHg.* Sorazmerno večja razlika je med tlakom v srcu in stopalih, ki so npr. 130 cm nižje kot aorta.

3.3.3 Merjenje

Krvni tlak je tako pomemben kazalec za človekovo zdravstveno stanje, da ga je potrebno pravilno izmeriti. Tlak bi lahko izmerili s tanko prozorno cevjo, katere spodnji konec bi vstavili v žilo.† Krvni tlak bi bil potem sorazmerna z višino krvnega stolpca. Toda ta metoda ni primerna za redno uporabo.

Tlak lahko izmerimo s pomočjo napihljive manšete, ki jo namestimo okrog uda. Manšeta je povezana s tlakomerom in sistemom za napihovanje. Pri napihovanju manšete se kri v žilah zaustavi, če je tlak v njej najmanj enak tlaku v žilah. Tlak, ki je potreben za zaustavitev v arteriji, je časovno odvisen, saj se tlak v žili spreminja (sl. 3.10a). Minimalni tlak, ki je potreben, da se kri v arteriji pri vseh srčnih fazah popolnoma zaustavi, imenujemo *sistolični krvni tlak*. Sistolični tlak ustreza torej ravno nekemu mejnemu tlaku.

*Hidrostatični tlak je po enačbi (3.10) sorazmeren z gostoto in višino tekočine. Zato so višine stolpcev tekočin, v katerih je na spodnjem koncu enak tlak, obratno sorazmerne gostotam. Torej, ustrezno višino stolpca živega srebra glede na spremembo v višini krvi (h_{kri}) lahko enostavno izračunamo po enačbi

$$h_{\mathrm{Hg}} = \frac{\rho_{\mathrm{kri}} h_{\mathrm{kri}}}{\rho_{\mathrm{Hg}}} \,.$$

†To je bil način merjenja krvnega tlaka, ki ga je pri konjih uporabil Stephen Hales (1677-1761).

Če je tlak v manšeti večji od sistoličnega tlaka, kri skozi arterijo ne teče, če pa je tlak v manšeti manjši od sistoličnega tlaka, kri skozi arterijo teče, ko je tlak v žili večji od tlaka v manšeti. Najnižja vrednost tlaka, ki za zelo kratek čas še zaustavi pretok krvi skozi arterijo, imenujemo *diastolični krvni tlak*.

Standardna meritev tlaka je takrat, ko je manšeta na nadlahti v višini srca. Pri merjenju najprej napihnemo manšeto, tako da je tlak v njej večji od sistoličnega tlaka. Nato ventil za spuščanje zraka počasi odpremo, da se tlak v manšeti počasi in enakomerno znižuje. Ko tlak v manšeti toliko pade, da je arterija občasno delno odprta, lahko ta odpiranja slišimo s stetoskopom zaradi krvnih turbulenc. Sistolični tlak ustreza mejnemu tlak, pri katerem zaslišimo odpiranja arterije. Ko je tlak v manšeti manjši od diastoličnega tlaka, zapiranje arterije in turbulenc krvi, ki bi jih lahko s stetoskopom slišali, ni več prisotnih. Pri meritvi krvnega tlaka je torej bistveno, da se naučimo poslušati. Na meritev srčnega tlaka vpliva tudi otrdelost žil, saj jih z manšeto težje stisnemo. Ali v tem primeru izmerimo previsok ali prenizek tlak?

Samodejni merilniki krvnega tlaka so različnih vrst. Pri nekaterih je možno uravnati hitrost izpusta zraka iz manšete. Merilniki zaznajo majhne tlačne spremembe v manšeti. Amplituda nihanja tlaka v manšeti je odvisna od stisnjenosti žile. Če je žila občasno odprta, so amplitude največje, če pa je stisnjenost žile zelo majhna ali zelo velika, so amplitude majhne. Vrednosti sistoličnega in diastoličnega tlaka izračuna merilnik iz vnaprej določenega algoritma. Zaradi specifičnosti lahko pri tem načinu merjenja pride pri posameznikih do precejšnjih odstopanj od prave vrednosti ali pa merilec javlja napako.

Naloga: 1. Izmerite si sistolični in diastolični tlak pri treh položajih roke ter primerjajte tlake s teoretskimi napovedmi.

Potrebščine: samodejni merilec tlaka, ravnilo

Izvedba

1) Namestite si merilec tlaka z manšeto na zapestje. Namestitev manšete ne sme biti ne preohlapna ne pretesna. Ko pritisnete gumb za pričetek merjenja, merilec samodejno izmeri sistolični in diastolični tlak. Meritev nekaj časa traja, ker se tlak v manšeti počasi spreminja. Med meritvijo mora roka mirovati. Najprej izmerite vrednost tlaka, ko je manšeta v višini srca, nato pa še, ko imate roko iztegnjeno navzgor in ko imate roko iztegnjeno navzdol. Izmerite tudi razliki v višinah manšete. Če se meritev z navzgor iztegnjeno roko zaradi prenizkega tlaka v roki ne posreči, jo ponovite z malo manj iztegnjeno roko.

   Razliki v vrednostih tlakov, ko imate iztegnjeno roko navzgor ali navzdol, glede na položaj, ko je višina manšete v isti višini kot srce, ocenite po enačbi (3.10), pri čemer upoštevate razliki v višinah manšete. Gostota krvi je 1,025 kg/L.

   Da bi ocenili sistolični in diastolični tlak, ko imate iztegnjeno roko navzgor, vrednostma za sistolični in diastolični tlak, ko je višina manšete v isti višini kot srce,

odštejete ustrezno oceno za razliko tlakov. Za koliko odstotkov se oceni sistoličnega in diastoličnega tlaka razlikujeta od izmerjenih vrednosti.

Nato ocenite sistolični in diastolični tlak za primer, ko imate iztegnjeno roko navzdol. Da bi ocenili sistolični in diastolični tlak za ta primer, vrednostma za tlak, ko je višina manšete v isti višini kot srce, prištejete ustrezno oceno za razliko tlakov. Za koliko odstotkov se oceni za tlak razlikujeta od izmerjenih vrednosti.

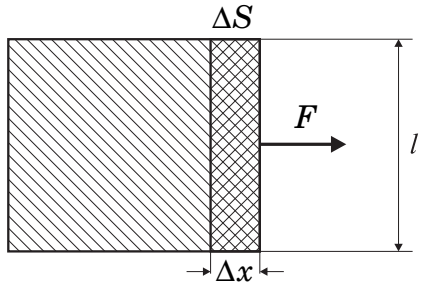
3.4 Dodatek

Definicija površinske napetost

Molekule v tekočini delujejo med seboj s privlačnimi silami. Molekula sredi tekočine je obkrožena z istovrstnimi molekulami v vseh smereh. Toda na stiku tekočine z drugo snovjo so razmere drugačne. Obravnavamo dva primera stika voda-zrak in voda-steklo, ki se sicer drugače obnašata. Ker v zraku praktično ni nobene molekule, površinske molekule tvorijo znatno manj vezi. Zato je energija površinskih molekul večja v primerjavi z molekulami v notranjost tekočine. Med molekulami vode in steklom pa delujejo privlačne sile. Molekule vode so celo raje v stiku s steklom kot same s seboj, zato je energija teh stičnih molekul manjša v primerjavi z molekulami v notranjost tekočine. Za oba primera lahko vpeljemo površinsko energijo, ki je kar sorazmerna s stično površino (S)

$$W_S = \sigma S\,, \tag{3.11}$$

kjer je σ površinska napetost, ki podaja površinsko energijo na enoto površine. Ker je stik vode z zrakom energijsko neugoden, je površinska energija v tem primeru pozitivna in ustrezen koeficient σ je večji od nič. Obratno velja za stik vode s steklom. Ta stik je energijsko ugoden, površinska energija je negativna in ustrezen koeficient σ je manjši od nič.



Slika 3.11: *Sila F je nasprotno enaka sili zaradi površinske napetosti. Posebej je označena sprememba površine (ΔS), do katere pride pri opravljenem delu na odseku Δx.*

Po energijskem zakonu je sprememba energije enaka nekemu opravljenemu delu ($A = \Delta W$). Pri povečanju površine vode z zrakom torej opravimo delo, če pa se površina manjša, voda opravi delo. Kot poučen primer lahko študiramo opravljeno delo pri spremembi površine zanke (sl. 3.11), pri čemer lahko zapišemo

$$A = \sigma \Delta S = \sigma l \Delta x\,, \tag{3.12}$$

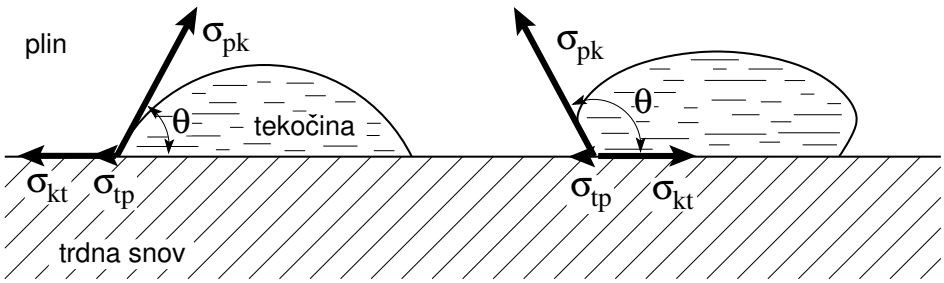
kjer je l širina zanke in Δx pot, ki jo opravi zanka pri spremembi površine za ΔS. Delo je premagovanje sile na določeni poti ($A = F\Delta x$), zato za silo, ki deluje na robu med vodo in prečko, velja

$$F = \sigma l\,. \tag{3.13}$$

Sila zaradi površinske napetosti je torej enaka produktu površinske napetosti in dolžine roba, na katerem deluje. Površinska napetost tako podaja silo zaradi površinske napetosti na enoto dolžine roba vode ($\sigma = F/l$). Površinska napetost kaže v smeri tangente na površino (sl. 3.1) in deluje v smeri zmanjšanja površine, ker delujejo med molekulami privlačne sile.

Močenje

Če na gladki površini trdne snovi leži kapljica tekočine, imamo tri različne mejne površine (sl. 3.12). Ko kapljica miruje, oklepa tangenta na gladino kapljice ob stiku s trdno snovjo kot močenja (θ). Ta kot je odvisen od površinskih napetosti med plinom in tekočino (σ_{pk}), med tekočino in trdno snovjo (σ_{kt}) ter med trdno snovjo in plinom (σ_{tp}). Vrednost σ_{tp} je često zanemarljivo majhna v primerjavi z vrednostjo $|\sigma_{kt}|$, saj so privlačne sile med molekulami plina majhne.



Slika 3.12: *Tekočina na levi podlago moči, tekočina na desni pa podlage ne moči. Površinska napetost med trdno snovjo in zrakom (σ_{tp}) je zanemarljivo majhna, zato je ta površinska napetost narisana z zelo kratko puščico. Koeficient površinske napetosti med podlago in levo tekočino je negativen.*

Na mejni črti med tremi snovmi prijemajo tri sile, katerih vsaka ima smer tangente na ustrezno površino. Mejna črta miruje, zato mora biti vsota vseh sil enaka nič. To zahtevo upoštevamo za vodoravno smer,* ki je vzporedna površini trdne snovi, tako dobimo

$$\sigma_{kt} + \sigma_{pk}\cos\theta = 0\,, \tag{3.14}$$

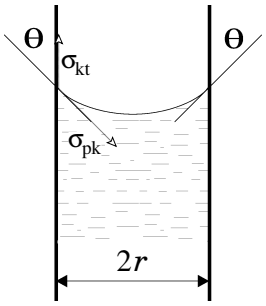
pri čemer smo zanemarili σ_{tp}. Pri tem smo upoštevali projekcijo sile površinske napetosti med tekočino in plinom na vodoravno smer ter iz enačbe že pokrajšali dolžino roba stikov snovi (l), saj je le-ta pri vseh treh stikih ista.

*Vsota vseh sil mora biti enaka nič tudi v navpični smeri. Toda trdna snov je praktično toga, zato so njene deformacije kljub delovanju površinske napetosti med vodo in plinom zanemarljivo majhne.

Kadar je trdna snov raje v stiku s tekočino kot s plinom, je stik med tekočino in trdno snovjo energijsko ugoden ($\sigma_{kt} < 0$). Ker je σ_{pk} vedno pozitivna, je v tem primeru $\cos\theta > 0$ [en. 3.14], oziroma $\theta < 90°$. Pravimo, da tekočina moči površino trdne snovi. V nasprotnem primeru, kadar je trdna snov raje v stiku s plinom kot s tekočino, pa tekočina trdne snovi ne moči ($\theta > 90°$).

Kapilarni dvig

Ko pomočimo stekleno kapilaro v vodo, pride do kapilarnega dviga (sl. 3.3). Do dviga pride, ker je steklo raje v stiku s tekočino kot z zrakom. Višina dviga stolpca je odvisna od sil površinskih napetosti med vodo in kapilaro (sl. 3.13).



Slika 3.13: *Povečano prikazana oblika meniskusa z ustreznim kotom močenja.*

Izraz za višino kapilarnega dviga lahko dobimo, če upoštevamo ravnovesje sil, ki delujejo na vodni stolpec. Ker je površinska napetost med vodo in steklom negativna ($\sigma_{kt} < 0$), lahko za ravnovesje, ko je vsota sil površinske napetosti in teže enaka nič, zapišemo

$$-\sigma_{kt} \cdot 2\pi r = mg\,. \tag{3.15}$$

Ko v enačbi (3.15) σ_{kt} izrazimo s σ_{pk} [en. 3.14] in m z h ($m = \rho\pi r^2 h$), dobimo zvezo med površinsko napetostjo med plinom in tekočino, radijem kapilare in višino kapilarnega dviga v ravnovesju:

$$2\sigma_{pk}\cos\theta = \rho g h r\ . \tag{3.16}$$

Iz te enačbe lahko izrazimo površinsko napetost ali višino kapilarnega dviga.

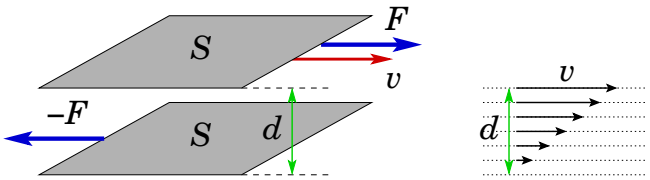
Če kapilaro pomočimo v tekočino, ki stene ne moči ($\theta > 90°$), lahko iz enačbe (3.16) ugotovimo, da se tekočina v kapilari spusti pod gladino tekočine v posodi ($h < 0$).

Nazorna predstavitev strižnega upora tekočine

Najlažje študiramo upor tekočine, ko jo damo med dve vzporedni ploskvi (sl. 3.14). Spodnja ploskev miruje, zgornja pa se giblje vodoravno, zato se giblje tudi tekočina. V tem primeru je strižna sila (F) sorazmerna s površino ploskvic (S), hitrostjo zgornje ploskvice (v), obratno sorazmerna pa je z razdaljo med ploskvicama (d)

$$F = \eta S \frac{v}{d}\,, \tag{3.17}$$

kjer je η *viskoznostni koeficient*. Konstanta η je odvisna od snovi (tabela 3.1) in temperature – njena vrednost se s temperaturo manjša. O veljavnosti enačbe (3.17) se lahko prepričamo pri mazanju medu z nožem na kruh. Večja kot je površina rezila (S) in manjša kot je debelina namaza (d), večjo silo bomo potrebovali pri mazanju.



Slika 3.14: *Shematski prikaz poenostavljene metode za merjenje strižne sile (F). Med dvema ploskvicama damo viskozno tekočino, ki na sliki ni prikazana. Zgornja ploskev se giblje v desno in deluje s silo F na tekočino, spodnja ploskev pa miruje, vendar deluje z nasprotno silo na tekočino. S poskusi ugotovimo, da je sila F sorazmerna površini stične ploskve med plastmi (S) in razmerju med hitrostjo zgornje ploskvice ter debelino sloja (v/d). Na desni sliki so narisani vektorji hitrosti na tokovnicah za ta primer.*

Tabela 3.1: *Približne viskoznosti nekaterih tekočin pri sobni temperaturi.*

tekočina	zrak	voda	kri	oljčno olje	med
η [10^{-3} Pa·s]	0,017	1	4	100	20000

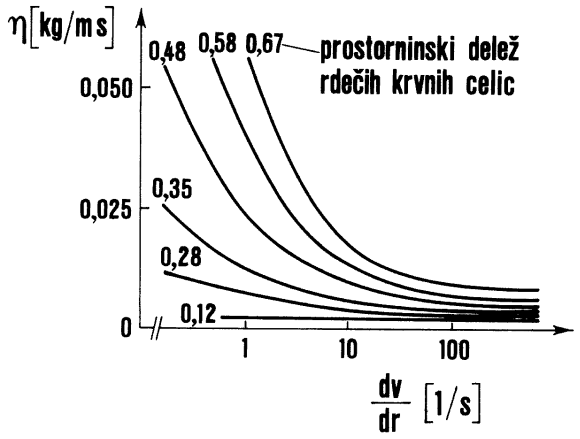
Uporabnost mehanike tekočin pri opisu pretakanja krvi po žilah

Črpalka krvnega obtoka je srce. Srce poganja kri v arterije, ki se razvejijo na manjše arterije, arteriole in v kapilare, kjer poteka izmenjava snovi med krvjo in tkivi. Kapilare se potem združujejo v venule, majhne vene in večje vene, ki dovajajo kri proti srcu. Hitrost krvi je največja v velikih žilah. Z razvejanjem arterij se njihov polmer manjša, njihovo število pa veča na tak način, da se skupni presek veča, hitrost krvi pa manjša. V aorti je povprečna hitrost krvi približno 0,2 m/s, v kapilari pa le približno 0,3 mm/s.

Žile nimajo povsod okroglega preseka, prihaja tudi do razvejišč, stikov in zavojev ali kakih drugih sprememb v geometriji. Tok krvi je pretežno laminaren, kar pa ne velja v velikih arterijah in venah, pa tudi v okolici razvejišč, kjer se lahko pojavijo zastoji in vrtinci.

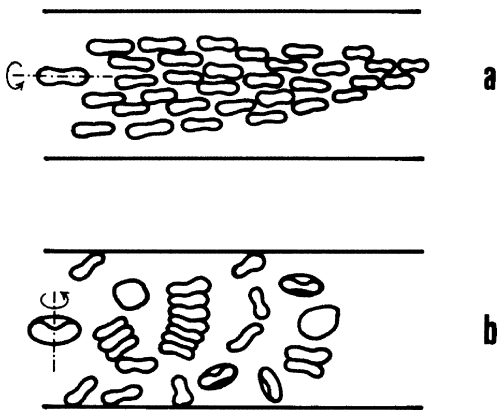
V poglavju 3.2.1 smo kri obravnavali kot homogeno viskozno tekočino, kar seveda ni. Kri opišemo kot vodno raztopino nizkomolekularnih organskih in anorganskih snovi in beljakovin, v kateri plavajo krvne celice in lipoproteini. Rdeče krvne celice so dovolj velike in številne, da njihova prisotnost pomembno vpliva na mehanske lastnosti normalne krvi. Zaradi prisotnosti rdečih krvnih celic je viskoznost normalne krvi pri dani temperaturi odvisna od gradienta hitrosti gibanja krvi in prostorninskega deleža rdečih krvnih celic (sl.

3.15). Meritve kažejo, da se pri majhnih prostorninskih deležih viskoznost ne spreminja s hitrostjo, njena vrednost pa je relativno majhna. Z naraščanjem prostorninskega deleža rdečih krvnih celic viskoznost postane odvisna od gradienta hitrosti.



Slika 3.15: *Odvisnost viskoznosti od razlike v hitrosti glede na razdaljo med ustreznima tokovnicama* ($\frac{dv}{dr}$) *v suspenziji rdečih krvnih celic v plazmi pri različnih prostorninskih deležih rdečih krvnih celic. (Povzeto po C.G. Caro in sod., The mechanics of circulation, Oxford University Press, New York, 1978, str. 179.)*

Pri velikih hitrostih krvi se rdeče krvne celice gibljejo po sredini žil (sl. 3.16a), kjer so strižne sile med celicami in plazmo najmanjše, viskoznost krvi pa skoraj neodvisna od hitrosti krvi. Pri majhnih hitrostih pa so rdeče krvne celice bolj enakomerno porazdeljene po preseku žile (sl. 3.16b). Majhna hitrost povečuje verjetnost za interakcije med njimi. Tvorijo se skupki rdečih krvnih celic in viskoznost naraste.



Slika 3.16: *Prikaz gibanja rdečih krvnih celic v žili pri veliki (a) in majhni hitrosti krvi (b). Pri majhni hitrosti krvi pride do nastajanja skupkov rdečih krvnih celic. Označeni sta simetrijski osi eritrocitov.*

Kljub vsem zadržkom pa na mestih, kjer hitrosti niso prevelike, lahko opišemo gibanje krvi z linearno zvezo med uporom in hitrostjo tekočine [en. (3.17)] in na nekaterih odsekih lahko opišemo geometrijo žil z ravno okroglo cevjo s konstantnim presekom. Tam odvisnost prostorninskega toka (Φ_V) skozi odsek od parametrov, izraža Hagen–Poiseuilleov zakon. Pretok Φ_V je bistveno odvisen od polmera žile (R), njegova velikost pa je kar sorazmerna s tlačno razliko med koncema odseka (Δp). Izpeljava Hagen–Poiseuilleovega zakona ni

preprosta, zato tukaj zapišemo samo rezultat

$$\Phi_V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \Delta p \,, \tag{3.18}$$

kjer je l dolžina okroglega odseka.

Poiseuille-Hagenov zakon [en. (3.18)] lahko torej uporabimo, če nam zadostuje groba ocena in opis nekaterih kvalitativnih lastnosti sistema. Poiseuille-Hagenov zakon pove npr., da je uravnavanje pretoka krvi skozi žile s spreminjanjem njihovega polmera učinkovito. Pretok krvi do specifičnih delov telesa, uravnavajo arteriole. Stene arteriol namreč vsebujejo gladke mišice, ki se lahko skrčijo. Sistem je učinkovit, kajti zmanjšanje polmera arteriole (R) za 1 % pri dani tlačni razliki Δp povzroči zmanjšanje krvnega pretoka za 4 %, kot lahko ocenimo po enačbi (3.18). Na osnovi Poiseuille-Hagenovega zakona lahko tudi ocenimo, da zmanjšanje polmera za 20 % povzroči zmanjšanje krvnega pretoka za več kot 50 %.

Posledica zoženj je velikokrat večje delo srca. Če nek organ potrebuje določeno količino krvi za svojo funkcijo, je tlačna razlika, ki je potrebna, da srce poganja to količino krvi, odvisna od polmera žil. Za isti pretok v krvnem sistemu se mora pri zoženjih žil povečati krvni tlak. Za določen prostorninski pretok zmanjšanje polmera žil za 1 % zahteva 4 % povečanje tlačne razlike.

4 Ultrazvok

Pri tej vaji se bomo seznanili z osnovnimi značilnostmi ultrazvoka in njegove uporabe v medicini.

S človeškim ušesom lahko zaznamo zvok s frekvencami od približno 16 Hz do 20 kHz. Zvok, ki ima višje frekvence in je človeškemu ušesu neslišen, imenujemo *ultrazvok*. Zaradi svoje visoke frekvence in zato majhne valovne dolžine se ultrazvok uklanja manj od slišnega zvoka in ga je mogoče dobro usmerjati.

4.1 Osnovne lastnosti zvoka in ultrazvoka

Zvok se po prostoru prenaša kot nihanje snovi in zato po vakuumu ne more potovati. Pri zvočnem valovanju v plinih in kapljevinah je nihanje le v smeri potovanja zvoka, zato je tam zvočno valovanje vzdolžno (longitudinalno). Valovna dolžina (λ), frekvenca (ν) in hitrost (c) zvočnega valovanja so povezane z znano zvezo

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \ . \tag{4.1}$$

Hitrost zvoka v snovi je v splošnem odvisna od njene gostote (ρ) in stisljivosti (χ) po naslednji enačbi:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho\chi}} \ . \tag{4.2}$$

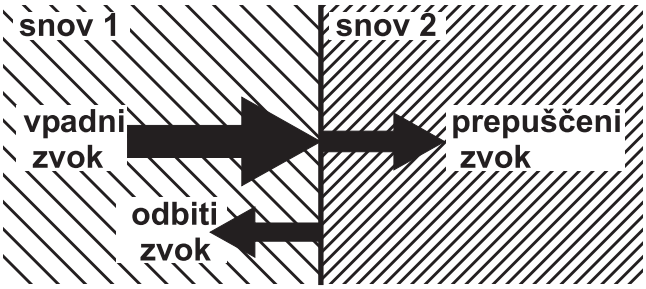
Stisljivost trdnih snovi in tekočin je zelo majhna, zato je hitrost zvoka v njih ponavadi velika. V zraku, ki je praktično idealni plin, se zgornja zveza poenostavi, saj sta gostota in stisljivost idealnih plinov med seboj povezani. Stisljivost idealnega plina pri hitrem (adiabatnem*) stiskanju je $\chi = 1/\kappa p$, kjer p tlak plina, κ pa je razmerje specifičnih toplot pri konstantnem tlaku in konstantni prostornini c_p/c_v. Pri zraku, ki je sestavljen v glavnem iz dvo+atomnih plinov, je razmerje specifičnih toplot enako $\kappa = 1,4$. Ob upoštevanju splošne plinske enačbe $pV = (m/M)RT$ in zveze za gostoto $\rho = m/V$ dobimo

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \ , \tag{4.3}$$

kjer je R plinska konstanta, M molekulska masa plina, T pa temperatura. Vidimo, da se hitrost zvoka v plinih spreminja s temperaturo.

Ko zvočno valovanje prehaja med snovmi, se na meji med njimi delno odbija (slika 4.1). Odboj na meji je tem večji, čimbolj se snovi razlikujeta po akustični impendanci (tabela 4.1). Akustična impendanca je produkt gostote snovi in hitrosti zvoka v snovi ($Z = \rho c$, enota Rayl; 1 Rayl = 1 kg/m^{2}s). Ultrazvok se tako delno odbija na mejah organov v človekovem telesu. Ta pojav je uporaben pri ultrazvočnih preiskavah, kjer je mogoče s pomočjo signalov, ki se odbijajo od tkiv, določiti lego in velikost organov v notranjosti telesa.

*Stiskanje in razpenjanje zraka pri zvočnem valovanju je adiabaten proces, saj se zgoščine in razredčine zraka menjavajo hitro in med njimi praktično ni prehajanja toplote.



Slika 4.1: *Odboj ultrazvoka pri prehodu med dvema snovema. Del zvoka nadaljuje pot, ostali del pa se odbije. Odboj je tem večji, čimbolj se snovi razlikujeta po akustični impendanci (hitrosti zvoka in gostoti).*

Tabela 4.1: *Hitrost zvoka, gostota in akustična impendanca nekaterih snovi.*

snov	c [m/s]	ρ [kg/m^3]	Z [MRayl]
zrak (20° C)	344	1,18	0,0004
voda	1497	1000	1,50
koža	1540	1110	1,71
maščoba	1478	950	1,4
mišica	1547	1050	1,62
kita	1670	1100	1,84
kri	1584	1060	1,68
žila	1571	1160	1,82
zdrava jetra	1588	1060	1,68
bolna jetra	1527	1050	1,60
kost	4080	1900	7,75

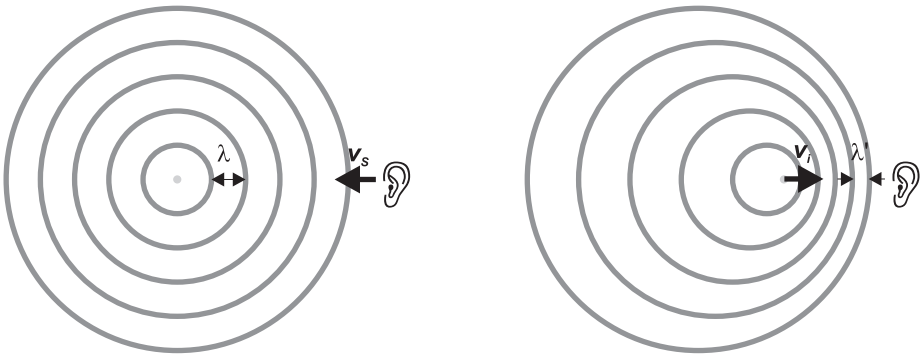
4.2 Dopplerjev pojav

Če se izvor ali sprejemnik valovanja gibljeta glede na snov, po kateri se širi zvok, sprejemnik ne zazna enake frekvence, kot jo oddaja izvor. Pojav se imenuje Dopplerjev pojav in je shematično prikazan na sliki 4.2.

Leva slika prikazuje primer, ko izvor valovanja miruje, sprejemnik pa se mu približuje s hitrostjo v_s. Izvor oddaja valovanje s frekvenco ν, valovi se širijo enakomerno stran od izvora s hitrostjo c in valovno dolžino λ. Ker se sprejemnik giblje proti smeri valovanja, zaznava navidezno večjo hitrost valovanja $c' = c + v_s$, zaznana valovna dolžina valovanja pa se ne spremeni. Frekvenca, ki jo zaznava sprejemnik je tako

$$\nu' = \frac{c'}{\lambda} = \frac{c + v_s}{\lambda} = \nu \left(1 + \frac{v_s}{c}\right) \ , \tag{4.4}$$

in je višja od oddane frekvence. V primeru, ko se sprejemnik oddaljuje od izvora, je hitrost v_s negativna in je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik, nižja od oddane.



Slika 4.2: *Levo: izvor valovanja miruje, sprejemnik se premika s hitrostjo v_s. Desno: sprejemnik miruje, izvor valovanja pa se premika s hitrostjo v_i.*

Desna slika prikazuje primer, ko sprejemnik miruje, izvor valovanja pa se približuje s hitrostjo v_i. V tem primeru sprejemnik zaznava nespremenjeno hitrost valovanja in zmanjšano valovno dolžino λ', zato bo zaznana frekvenca višja od frekvence izvora. Zmanjšanje valovne dolžine je enako razdalji, ki jo prepotuje izvor v eni periodi valovanja. Premik izvora valovanja v eni periodi je $L = v_i\tau = \frac{v_i}{\nu} = \frac{v_i}{c}\lambda$, zato je frekvenca, ki jo zazna sprejemnik enaka:

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - L} = \frac{c}{\lambda - \frac{v_i}{c}\lambda} = \nu\frac{1}{1 - \frac{v_i}{c}} \ , \tag{4.5}$$

Vrednost faktorja $\frac{1}{(1-v_i/c)}$ je večja od 1, zato je zaznana frekvenca ν' večja od oddane frekvence ν. V primeru, ko pa se izvor oddaljuje od sprejemnika, ima v_i negativno vrednost in je zaznana frekvenca manjša od frekvence izvora.

Hitrosti gibanja so pogosto majhne v primerjavi s hitrostjo valovanja, $\frac{v}{c} \ll 1$. V takih primerih lahko uporabimo binomski razvoj, za katerega pri majhnih vrednostih x velja: $(1 \pm x)^m \approx 1 \pm mx$. Enačba 4.5 se tako poenostavi $\nu' = \nu(1 + v_i/c)$, kar je enako kot v primeru, ko se oddaljuje sprejemnik in izvor miruje. Pri majhnih hitrostih torej ni razlike med gibanjem izvora in sprejemnika, zato lahko spremembo frekvence zaradi Dopplerjevega pojava zapišemo preprosto kot:

$$\nu' = \nu\left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \ , \tag{4.6}$$

kjer je v relativna hitrost med izvorom in sprejemnikom in pozitivni predznak velja za približevanje. Zaznana frekvenca se torej poveča, če se izvor in sprejemnik približujeta in zmanjša, če se izvor in sprejemnik oddaljujeta. Če je medsebojna hitrost izvora in sprejemnika enaka 1% hitrosti zvoka, se bo tudi zaznana frekvenca spremenila za 1%.

4.3 Izvori in detektorji ultrazvoka

Navadni zvočniki in mikrofoni v splošnem niso primerni kot izvori oziroma detektorji ultrazvoka. V ta namen se največkrat uporabljajo piezoelektrični kristali. To so kristali, na

katerih se ob majhnem mehanskem stiskanju ali raztegovanju pojavi električna napetost. Zvočno valovanje, ki pada na piezoelektrični kristal, povzroči izmenično stiskanje in raztezanje kristala in na kristalu se pojavi električni signal enake frekvence, kot je frekvenca vpadnega ultrazvoka. Pojav obstaja tudi v obratni smeri: ko piezoelektrični kristal priključimo na izmenično napetost, se začne izmenično raztezati in stiskati s frekvenco, ki je enaka frekvenci izmenične napetosti. Nihanje kristala se prenese na okoliško snov in kristal s tem oddaja ultrazvočno valovanje.

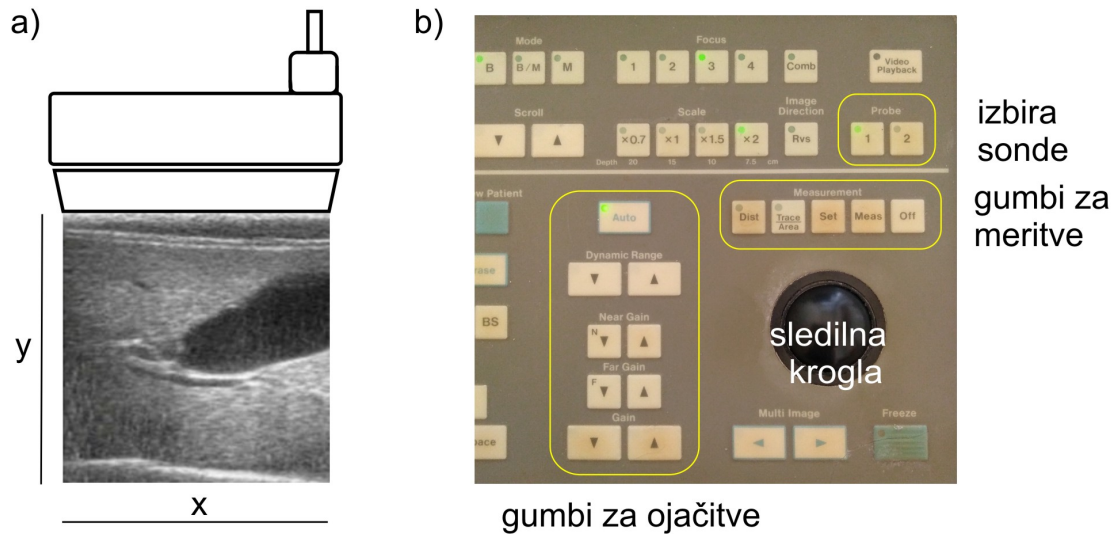
4.4 Uporaba ultrazvoka v medicini

Najbolj pogosta ultrazvočna tehnika v medicini je ultrazvočno slikanje (imenujemo jo tudi *ehografija* oz. *sonografija*). Pri tej metodi uporabljamo ultrazvok šibke jakosti s frekvenco nekaj MHz. S pomočjo sonde v telo usmerimo ultrazvočne sunke, ki se odbijajo na mejah med tkivi. Odboje zazna ista sonda; meri jakost odbojev in čas od oddanega sunka do odbojev.

S prvimi napravami, ki so imele v sondi le en oddajnik, so lahko izmerili le jakost odbojev v odvisnosti od časa. Jakost odbojev so prikazale kot višino (amplitudo) signala v odvisnosti od prepotovane razdalje. Če sondo sestavlja veliko oddajnikov, lahko naenkrat posnamemo celoten prerez - dvodimenzionalno sliko (kot bi en oddajnik premikali v smeri sonde). Jakost odboja je prikazana s svetlostjo pike (angl. brightness). Glede na običajen način prikaza sta se uveljavili imeni amplitudni način (A-mode) za enodimenzionalni in svetlostni (B(rightness)-mode) za dvodimenzionalni ultrazvok. V kliniki se večinoma uporablja dvodimenzionalno slikanje, amplitudni način pa le, kadar natančno merijo določeno razdaljo, npr. v oftamologiji za določanje dolžine zrkla. Prostorsko sliko dobimo s premikanjem sonde pravokotno na ravnino slike. Izkušeni operaterji prostorsko sliko kar "vidijo", ko opazujejo spreminjanje slike ob premikaju/nagibanju sonde. Če pa tako sliko sestavi naprava, pa govorimo o 3D ultrazvoku. Namesto premikanja oziroma nagibanja linearne sonde, ki je lahko avtomatsko, se lahko uporablja tudi ploskovna sonda.

Z ultrazvokom je možno enostavno slikati na primer organe v trebušni votlini, težje (a ne nemogoče!) pa je slikati skozi kosti ali zračne votline, pri katerih se gostota zelo razlikuje od okoliške in se zato tam večino valovanja odbije, skozi pa gre le malo. Sodobne tehnike slikanja uporabljajo tudi Dopplerjev pojav ter na osnovi spremenjene frekvence odbitega signala določijo npr. hitrost pretakanja krvi po ožilju.

Fizikalni vplivi ultrazvoka na tkiva so predvsem mehansko nihanje in segrevanje tkiva zaradi absorpcije. Pri majhni jakosti ultrazvočnega valovanja, ki se uporablja pri slikanju, so ti fizikalni vplivi majhni in naj ne bi imeli stranskih posledic. Ker pa biološki vplivi ultrazvoka v celoti še niso povsem raziskani, se včasih kljub vsemu odsvetuje uporabo ultrazvočnega slikanja po nepotrebnem. Po drugi strani fizikalne vplive ultrazvoka s pridom uporabljajo v zobni higieni, za čiščenje zob, pri fizioterapiji, kjer naj bi pomagali pri lajšanju bolečin in celjenju ran. Poleg tega se v zadnjem času razvija t. i. ultrazvočna kirurgija, pri kateri skalpel ni potreben, saj se npr. maligno tkivo uniči z natančno usmerjenim ultrazvočnim valovanjem zelo velike jakosti.



Slika 4.3: *a) Orientacija slike glede na sondo. b) Slika dela tipkovnice na ultrazvočni napravi, z gumbi za nastavitev slike in merjenje na sliki.*

4.5 Navodila za uporabo ultrazvočnega naprave pri vajah

Nprava se vključi z gumbom na levi stranski stranici tipkovnice.

Nastavitve: Naprava je ob vklopu nastavljena (nastavitev AUTO, B mode, Probe 1). Na izbranih nastavitvah svetijo zelene diode. Probe 1 je večja linearna sonda, ki oddaja vzporeden snop ultrazvoka s frekvenco 7,5 MHz. Probe 2 je manjša konveksna sonda, ki oddaja ultrazvok s frekvenco 3,5 MHz.

Opis slike v B načinu (dvodimenzionalna slika)

- Vodoravna smer na sliki je smer spodnjega roba sonde. Desna stran slike je na tisti strani sonde, na kateri je na sondo priključena žica.

- Navpična smer na sliki je pravokotna na rob sonde, zgornji rob slike je rob sonde.

Če držite sondo tako, da je priključek na desni, spodnji rob sonde vodoraven, sonda pa je usmerjena pravokotno navzdol, je slika na zaslonu v enaki orientaciji, kot tkivo, ki ga slikamo (slika 4.3a).

- Svetlost posamezne pike na sliki je odvisna od jakosti odboja na tem mestu. Kontrast si lahko prilagodite z gumboma $\triangle$ in $\triangledown$ pri **Gain** za celotno sliko. Naprava omogoča tudi ločeno nastavitev ojačitve kontrasta blizu (**Near Gain**) ali daleč (**Far Gain**) od sonde. S temi gumbi lahko ročno nastavite kompenzacijo slike (kompenzirate zmanjševanje jakosti ultrazvoka zaradi sipanja absorbcije - atenuacijo).

Slikanje: Sondo pritisnite ob model. Prehod ultrazvoka v model izboljšate z nanosom gela na sondo (ne pretiravajte s količino). Z nagibom sonde in s spreminjanjem pritiska opazujte, kako se položaj odbojev spreminja. Ko ste s sliko zadovoljni, z nožnim stikalom zamrznite sliko (prižge se lučka na gumbu **Freeze**). Ponovni pritisk na stikalo ponovno vklopi živo sliko.

Merjenje razdalje: Pritisnite **Dist** - na sliki se pojavi kurzor, ki ga lahko premikate

s sledilno kroglo (trackball). Kurzor postavite na začetno mesto in pritisnite **Set** in kurzor ostane na izbranem mestu. Pojavi se nov kurzor enake oblike, ki ga lahko premikate s sledilno kroglo. Levo na ekranu se izpisuje trenutna razdalja med obema kurzorjema. Drug kurzor postavite na končno mesto meritve in pritisnite **Measure**. Na ekranu ostane izpisana razdalja v mm za to meritev. Za naslednjo meritev ponovno pritisnite **Dist** in postopek ponovite. Naprava omogoča izpis štirih meritev.

Naloga:

1. Izmerite frekvenco zvoka, ki ga oddajajo glasbene vilice.
2. Izmerite frekvenco in nihajni čas ultrazvoka, ki ga oddaja oddajnik na vlakcu.
3. Z uporabo Dopplerjevega pojava izmerite hitrost električnega vlakca.
4. Z uporabo ultrazvočne naprave izmerite hitrost ultrazvoka v silikonu.
5. Neobvezna naloga: Slikanje: Določite položaj in približno velikost tujka v modelu.

Potrebščine: Poleg osciloskopa boste pri vaji Ultrazvok uporabljali še dve škatli: v eni je merilnik frekvence, v drugi pa sta skupaj ojačevalnik in generator visokofrekvenčnih sunkov, ki imata tudi skupno napajanje. Hitrost ultrazvoka v silikonu pa boste določali z ultrazvočno napravo (nalogi 4 in 5).

Ultrazvočni oddajnik je pritrjen na električni vlakec.

Ultrazvočni sprejemnik. Sprejeti ultrazvočni signal je zelo šibak, zato mora biti sprejemnik najprej priključen na ojačevalnik, ta pa je naprej povezan z osciloskopom in merilnikom frekvence (slika 4.4). Sonda s sprejemnikom ima bel rob.

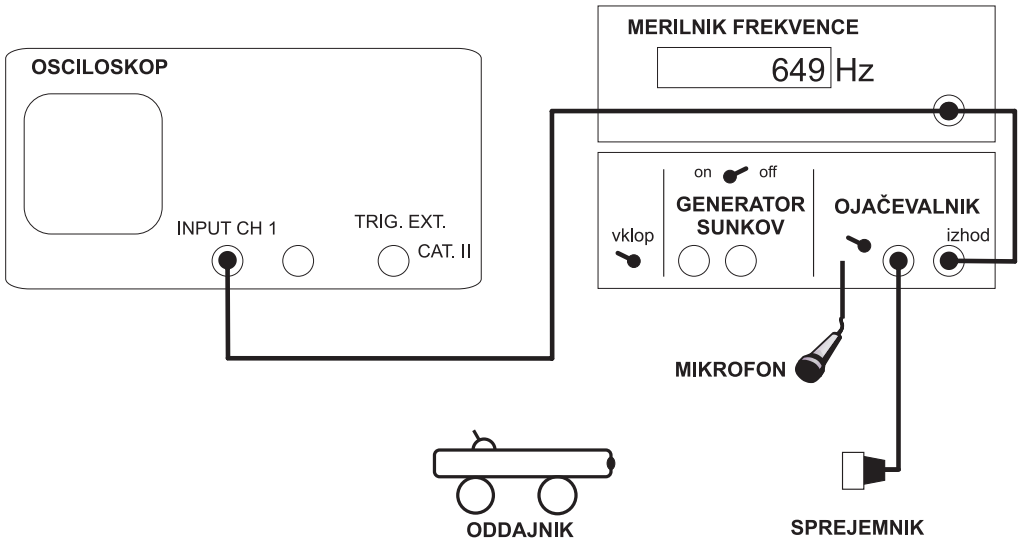
Mikrofon. Mikrofon je prav tako kot ultrazvočni sprejemnik priključen na ojačevalnik. Na vhodu ojačevalnika je stikalo, s katerim izbirate med uporabo mikrofona in ultrazvočnega sprejemnika.

Osciloskop na zaslonu prikazuje časovni potek zaznanega signala. Na njem je veliko različnih gumbov, zato med izvedbo vaje natančno sledite navodilom za nastavitve, ki so mu priložena.

Merilnik frekvence signalu meri frekvenco in na zaslon vsako sekundo izpisuje njeno povprečno vrednost preko ene sekunde. Za zanesljivo pravilen rezultat mora meritev tako potekati nepretrgoma vsaj dve sekundi!

Ultrazvočna naprava je ob vklopu nastavljen (nastavitev AUTO, B način, sonda 1). Pri izvedbi vaje natančno sledite navodilom

Izvedba



Slika 4.4: *Shema vezave pri vaji ultrazvok.*

1) **Naloga 1.** Na ojačevalnik priključite mikrofon in sprejemnik ultrazvoka (sonda z belim robom) ter ojačevalnik povežite z merilnikom frekvence in osciloskopom (slika 4.4).

   Na ojačevalniku izberite uporabo mikrofona. Preverite, da sta ultrazvočni oddajnik na vlakcu in generator sunkov izklopljena. Osciloskop nastavite po priloženih navodilih. Glasbene vilice primite čisto pri spodnjem delu in z enim krakom vilic nežno udarite po robu mize. Ko vilice lepo zazvenijo, jih približajte mikrofonu. Z osciloskopom opazujte obliko signala, z merilnikom frekvence pa izmerite njegovo frekvenco. Meritev z merilnikom frekvence mora potekati vsaj dve sekundi. Kakšen pa je signal na osciloskopu, če v mikrofon govorite (zapojete) "A" ali "Š"?

2) **Naloga 2.** Frekvenco ultrazvoka določite z merilnikom frekvence. Na začetek tračnic namestite sprejemnik, vlakec pa postavite na tirnice z oddajnikom proti sprejemniku. Prižgite oddajnik na vlakcu in ojačevalnik pa nastavite na uporabo ultrazvoka. Osciloskop nastavite tako, kot je zahtevano v priloženih navodilih. Vlakec pri tej nalogi miruje! Če je vse pravilno povezano in nastavljeno, se na zaslonu osciloskopa pokaže periodični signal, ki mora izginiti, če z roko zaslonite sprejemnik ali če oddajnik usmerite v stran. Z merilnika frekvence odčitajte frekvenco uporabljenega ultrazvoka ν. Na osciloskopu izmerite nihajni čas valovanja, pri čemer pravilno upoštevajte nastavljeno časovno enoto. Preverite, če je recipročna vrednost nihajnega časa zares enaka izmerjeni frekvenci, $\tau = 1/\nu$.

3) **Naloga 3.** Dopplerjev pojav. Pri tej nalogi boste opazovali, kako se zaradi premikanja izvora ultrazvoka spremeni zaznana frekvenca ν'. Iz meritve ν' boste lahko po enačbi 4.6 izračunali hitrost izvora. Spet boste uporabili oddajnik na vlakcu, sprejemnik pa naj bo na začetku tračnic. Vklopite napajanje vlakca in oddajnik na vlakcu.

Na osciloskopu se enako kot pri nalogi 2 pokaže sprejeti sinusni signal, merilnik frekvence pa meri sprejeto frekvenco ν'. Vlakcu nastavite hitrost ter ga vozite sem in tja po tračnicah. Opazujte, kaj se dogaja s sprejeto frekvenco, če se vlakec približuje oziroma oddaljuje od sprejemnika. Pri tem morate biti pozorni na to, da meritev frekvence poteka nepretrgano vsaj dve sekundi. Med vožnjo se signal včasih izgubi (pride do interference med direktnim in odbitim delom snopa), kar lahko za trenutek zmede merilec frekvence. Ali je sprememba frekvence res večja pri večji hitrosti vlakca? Ali je sprememba frekvence odvisna od oddaljenosti vlakca od sprejemnika?

Vlakcu izberite primerno hitrost ter izmerite sprejeto frekvenco ν', če se vlakec približuje sprejemniku in če se od njega oddaljuje. Meritvi obeh frekvenc ponovite vsaj trikrat in izračunajte povprečni vrednosti. Iz izmerjenih frekvenc boste lahko po enačbi 4.6 določili hitrosti vlakca v med približevanjem oziroma oddaljevanjem. V računu uporabite izmerjeno frekvenco oddajnika v mirovanju ν iz naloge 2, ter hitrost zvoka c, ki jo izračunate po formuli 4.3. Izmerite temperaturo zraka v učilnici in v računu privzemite, da je zrak idealni dvoatomni plin z molsko maso 29 g/mol. R = 8300 J kmol^{-1} K^{-1}.

Hitrost vlakca določite še neposredno, t.j. z meritvijo časa, ki ga vlakec potrebuje za pot 1,5 m, ter primerjajte to meritev z meritvijo, dobljeno preko Dopplerjevega pojava. Ko končate z meritvami izklopite ultrazvočni oddajnik in napajanje vlakca.

4) **Naloga 4.** Hitrost ultrazvočnega valovanja v silikonu boste določili z ultrazvočno napravo. Ultrazvočna naprava ustvari sliko struktur v telesu na osnovi odbojev ultrazvočnih sunkov na mejah med strukturami. Naprava izmeri časovne zamike, s katerimi odboji pridejo nazaj na sondo, ter razdalje do struktur izračuna ob predpostavki, da ultrazvok po vseh tkivih potuje s hitrostjo 1540 m/s. Če je dejanska hitrost v tkivu drugačna, naprava na sliki prikaže napačne razdalje. Pri tej nalogi bomo uporabili struktue z znanimi debelinami in iz ultrazvočne slike določili hitrost ultrazvoka v teh strukturah.

Kot model boste uporabili diske iz silikona, ki jih lahko v poljubnem zaporedju zložite drug na drugega in položite na mizo. Na stiku dveh diskov pride do delnega odboja ultrazvoka, kar se na sliki vidi kot svetla črta. Več kot je odboja, bolj svetla je črta in manj zvoka prodre naprej. Poskusite, kako se pozna na sliki, če je modri disk bliže ali bolj oddaljen od sonde (v skladovnici prosojnih). Če meje med posameznimi diski nikakor ne morete določiti/opaziti, vstavite med diske folijo. Pri izbiri slike, za določanje razdalij pazite, da je sonda navpično (pravokotno na površino)! Izmerite razdalje, pri katerih vidite odboje z ultrazvočno napravo. Vse razdalje merite od zgornjega roba skladovnice diskov (slike). Pri tako izvedeni meritvi so merske napake manjše. Na diskih so označene debeline diskov izmerjene s kljunastim merilom (ko disk ni bil stisnjen). Opazujte sliko le pri enem silikonskem disku. Kaj opazite? Pojav je znan tudi kot reverberacija. Izmerite debelino tudi tega diska.

Analiza: Določanje hitrosti ultrazvoka v silikonu: Zvok se v snovi širi s hitrostjo c, kar pomeni, da v času t prepotuje razdaljo $d = ct$. Naprava preračunava razdaljo (d_n), kot

bi se ultrazvok širil s hitrostjo $v_n = 1540$ m/s. (Primer: če bi zvok potoval po tkivu, v katerem je hitrost 3080 m/s, bi ultrazvočna naprava strukture v tem tkivu prikazal pol manjše, kot so v resnici.) Razmerje poti je enako razmerju hitrosti ($d_n/d = v_n/c$). Narišite graf razdalje, izmerejne z ultrazvočno napravo, v odvisnosti od dejanske razdalje ($d_n = kd$) in iz naklona premice (k) izračunajte hitrost ultrazvoka v silikonu $c = v_n/k$.

Vpliv različnih hitrosti v tkivu na ultrazvočno sliko. Modri silikonski disk s prozornim vstavkom postavite v skladovnico na drugo mesto (od zgoraj). Ponovno poglejte ultrazvočno sliko. Opazujte, kaj se zgodi s črtami, ki prikazujejo meje med diski. Ali se ujemajo z dejanskim stanjem? Skicirajte potek teh mej. Kaj lahko poveste o hitrosti ultrazvoka v prozornem delu diska? (Opazovan pojav je en od vzrokov za omejeno natančnost/ločljivost ultrazvočne slike.)

5) **Naloga 5 (neobvezna).** "Ultrazvočna preiskava". Vzemite večji model iz silikona. Poiščite katere strukture najdete v modelu. Za lažjo orientacijo pregledujte model po kvadrantih. Poskusite določiti položaj, velikost in obliko struktur. Narišite skico modela in na njej označite najdene strukture. Če boste s telefonom slikali zaslon, sliko opremite s skico modela, na kateri označite položaj in orientacijo sonde. Glejte priložena navodila.

5 Merjenje toplote in specifična toplota snovi

Pri tej vaji se bomo seznanili z merjenjem izmenjane toplote, s kalorimetričnim določanjem specifične toplote, z merjenjem temperature s termočlenom ter z merjenjem energijske vrednosti hrane.

Snov lahko segrejemo z dovajanjem toplote. Količina dovedene toplote (Q) je sorazmerna z maso snovi (m) in s povečanjem temperature (ΔT). Sorazmernostni koeficient je odvisen od vrste snovi in ga imenujemo *specifična toplota* (c):

$$Q = m\,c\,\Delta T\ . \tag{5.1}$$

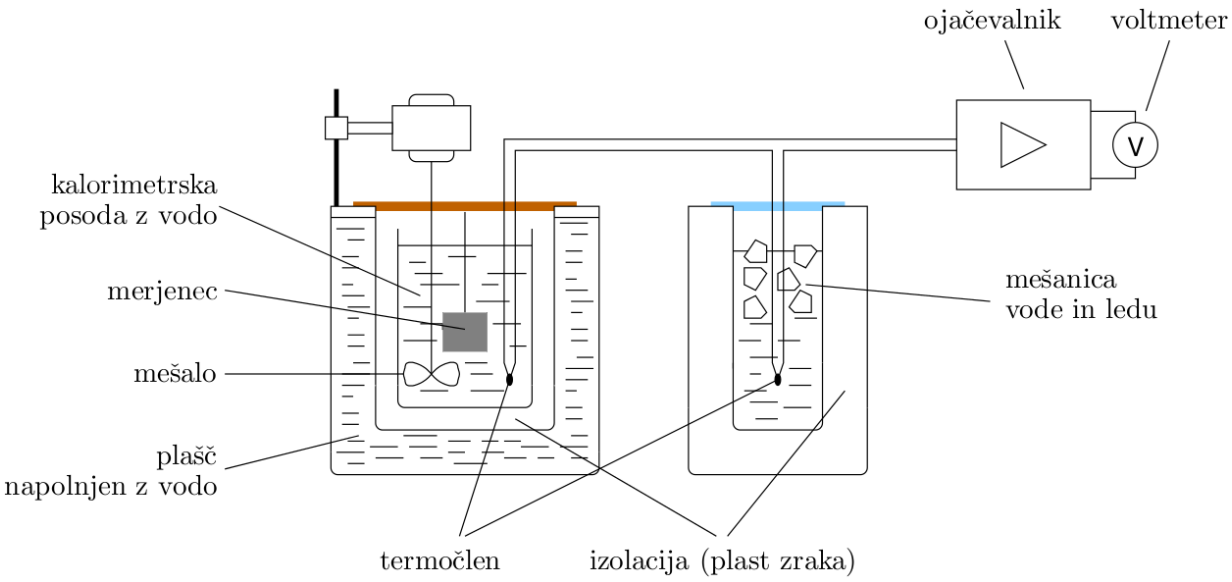
Kadar se pri dovajanju toplote tlak ne spreminja, mislimo s c specifično toploto pri konstantnem tlaku. Pripomnimo pa lahko, da je pri trdninah in kapljevinah razlika med specifično toploto pri konstantnem tlaku in specifično toploto pri konstantni prostornini dosti manjša kot pri plinih in jo lahko navadno zanemarimo. Enota za specifično toploto je $\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$. Specifična toplota za nekatere snovi je podana v tabeli 5.1. Specifična toplota je v splošnem odvisna od temperature. Kadar pa kalorimetrična meritev poteka v območju, ko se ta ne spreminja veliko (kar je navadno res, kadar je razlika ΔT med začetno in končno temperaturo majhna), jo smemo vzeti za konstantno.

Tabela 5.1: *Specifična toplota nekaterih snovi.*

snov	specifična toplota [$\mathrm{kJ\,kg^{-1}K^{-1}}$]
maščoba (20 °C)	1,97
voda (15 °C)	4,18
led (0 °C)	2,23
les, 8% vlage (20 °C)	1,68
jeklo (20 °C)	0,46
živo srebro (20 °C)	0,14

Toplotna kapaciteta (C) nekega telesa pa je količina toplote, ki je potrebna, da se to telo segreje za 1 °C oz. 1 K. Enota zanjo je $\mathrm{J\,K^{-1}}$. Če je telo homogeno, velja $C = mc$.

Toplota, ki jo sprejme neko telo (Q_{spr}), je lahko kvečjemu enaka toploti, ki jo je oddalo drugo telo (Q_{odd}). Čim bolje je sistem dveh teles s sprva različnima temperaturama izoliran, tem manj je toplotnih izgub v okolico. Primer dobro izoliranega sistema, kjer privzamemo, da velja $Q_{\mathrm{spr}} = Q_{\mathrm{odd}}$, je vodni kalorimeter.



Slika 5.1: *Vodni kalorimeter.*

5.1 Kalorimetrično merjenje toplote

Specifično toploto snovi lahko določamo kalorimetrično. Preprost vodni kalorimeter je prikazan na sliki 5.1. V osrednji kalorimetrski posodi je znana masa vode in merjenec, ki mu določamo specifično toploto. Mešalo skrbi, da je temperatura vode po vsej kalorimetrski posodi enaka. Kalorimetrska posoda je s plastjo zraka izolirana od zunanjega plašča, napolnjenega z vodo. Plašč ima vlogo okolice s stalno temperaturo in zmanjšuje vpliv sprememb v okolici na potek meritve. Kalorimeter lahko približno obravnavamo kot toplotno izoliran sistem pri konstantnem tlaku.

Specifično toploto merjenca določamo tako, da merimo toploto, ki jo ta v kalorimetru sprejme oziroma odda. To toploto določamo posredno, z merjenjem spremembe temperature vode v kalorimetrski posodi. Če je temperatura merjenca (T_m) višja od začetne temperature vode in kalorimetrske posode (T_z), merjenec odda pri tem, ko se ohladi na končno temperaturo (T_k), toploto

$$Q_\mathrm{odd} = m_\mathrm{m}\, c_\mathrm{m}\, (T_\mathrm{m} - T_\mathrm{k})\ , \tag{5.2}$$

voda in kalorimetrska posoda pa sprejmeta toploto

$$Q_\mathrm{spr} = (m\, c + C)(T_\mathrm{k} - T_\mathrm{z})\ , \tag{5.3}$$

kjer so m_m masa merjenca in c_m njegova specifična toplota, m masa vode, c specifična toplota vode, C pa toplotna kapaciteta kalorimetrske posode, termometra in mešala. T_k je končna zmesna temperatura po tem, ko se temperaturi merjenca in vode izenačita. Če predpostavimo, da nič toplote ne preide iz kalorimetrske posode v okolico, je oddana toplota enaka prejeti toploti $Q_\mathrm{odd} = Q_\mathrm{spr}$, zato velja

$$m_\mathrm{m}\, c_\mathrm{m}\, (T_\mathrm{m} - T_\mathrm{k}) = (m\, c + C)(T_\mathrm{k} - T_\mathrm{z})\ . \tag{5.4}$$

Iz te enačbe (5.4) lahko izračunamo specifično toploto merjenca, pri čemer je potrebno poznati toplotno kapaciteto vode in kalorimetra ($m\,c + C$), maso merjenca (m_m), začetni temperaturi merjenca (T_m) in vode (T_z) ter končno temperaturo obeh (T_k).

5.2 Toplotna kapaciteta kalorimetra

Toplotne kapacitete kalorimetra (C) običajno ne poznamo, zato jo moramo določiti posebej. To lahko napravimo tako, da znani količini vode v kalorimetru z znano temperaturo (T_1) dodamo znano količino vode z znano, vendar drugačno temperaturo (T_2) ter izmerimo končno temperaturo vode (T_k) in s tem spremembo temperature vode v kalorimetru. Če se nič toplote ne izgubi v okolico, lahko zapišemo, da sta sprejeta in oddana toplota med seboj enaki:

$$(m_1\,c + C)(T_\mathrm{k} - T_1) = m_2\,c\,(T_2 - T_\mathrm{k})\ . \tag{5.5}$$

Ko enačbo (5.5) preuredimo, lahko izračunamo toplotno kapaciteto C.

5.3 Energijska vrednost živil

Po podobnem principu, kot določamo specifično toploto snovi v merjencu, določajo tudi energijsko vrednost hrane – to je količino toplote, ki se sprosti pri popolnem sežigu določenega živila. Živila imajo različne energijske vrednosti, odvisno od njihove kemijske sestave oziroma od tega, koliko hranil (beljakovin, ogljikovih hidratov, maščob) vsebujejo.

Za energijsko vrednost hrane se namesto ustaljene enote za energijo (joule J) ponavadi uporabljajo *kalorije* (cal). Ena kalorija je tista količina toplote, ki segreje en gram vode za eno stopinjo Celzija. Preračunamo lahko, da velja enakost 1 cal = 4,2 J. V vsakdanjem življenju se glede na naše energijske potrebe uporablja enota kcal (kilokalorija), ki torej ustreza 1 kcal = 4200 J.

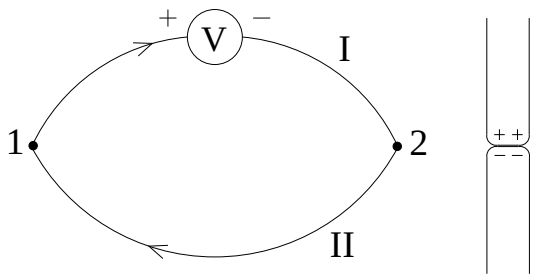
Za merjenje energijske oziroma kalorične vrednosti hrane se uporablja tako imenovani bombni kalorimeter. Vzorec hrane, ki ji želijo izmeriti kalorično vrednost, najprej posušijo in zmeljejo. Prašnat vzorec postavijo v bombni kalorimeter - ojačano jekleno posodo, obdano z vodno kopeljo. Posodo napolnijo s čistim kisikom pod tlakom okoli 30 barov. Hrano v kalorimetru zatem z električno iskro vžgejo; v čistem kisiku živilo popolnoma zgori. Sproščanje energije je trenutno in zelo burno, kot pri eksploziji bombe. Ojačana jeklena posoda zadrži udar eksplozije, sproščena toplota pa segreje vodo, ki obdaja kalorimetrsko posodo. Iz dviga temperature vode določijo energijo, ki se je sprostila med zgorevanjem hrane, na podlagi tega pa kalorično vrednost določene mase živila.

Namesto spremembe temperature vode v bombnem kalorimetru bomo pri praktikumski vaji spremljali spremembe temperature vode v stekleni epruveti, na podlagi česar bomo lahko le približno določili oddano toploto živila (za primer bomo uporabili arašid). Meritve služijo kot ilustracija določanja energije, ki se iz hrane med gorenjem sprosti v obliki toplote.

5.4 Merjenje temperature s termočlenom

Temperaturo lahko merimo na več načinov: z živosrebrnimi termometri, s polprevodniškimi merilniki temperature, s termočlenom itd.

Pri tej vaji merimo temperaturo s termočlenom. Termočlen je naprava za električno merjenje temperature. Toplotna kapaciteta tistega dela termočlena, ki je pri meritvi temperature v stiku z merjencem, je v primerjavi s toplotnimi kapacitetami živosrebrnih termometrov dosti manjša, zato je termočlen primeren za merjenje hitrih temperaturnih sprememb. Poleg tega ga lahko uporabljamo za merjenje temperature merjencev z majhno toplotno kapaciteto.



Slika 5.2: *Termočlen (levo) in porazdelitev nosilcev naboja na stiku dveh kovin (desno).*

Termočlen je sestavljen iz dveh žic iz različnih kovin (na sliki 5.2 označeni kot kovini I in II), ki sta speta na dveh koncih (stika 1 in 2). Na stiku dveh različnih kovin tista kovina, v kateri so elektroni šibkeje vezani, nekaj elektronov izgubi ter postane pozitivna, kovina, v kateri so elektroni močneje vezani, pa elektrone prevzame in postane negativna. Proces se zelo hitro uravnovesi, saj preseljeni elektroni ustvarjajo električno polje, ki nasprotuje selitvi. Napetostno razliko, ki je nastala s preselitvijo elektronov na stiku različnih kovin, imenujemo *kontaktna napetost*. Kontaktna napetost je razen od vrste kovin odvisna tudi od temperature in je ne moremo meriti neposredno. Merimo pa lahko razliko kontaktnih napetosti med dvema spojema. Kadar sta oba spoja na enaki temperaturi, sta kontaktni napetosti na obeh mestih enako veliki, vendar nasprotnega predznaka, zato med spojema ni električne napetosti. Pri različnih temperaturah pa se kontaktni napetosti razlikujeta in med spojema nastane električna napetost. Tej napetosti pravimo *termoelektrična napetost* in jo lahko zaznamo z občutljivim voltmetrom. Za majhne temperaturne razlike med spojema je termoelektrična napetost (U) kar sorazmerna razliki temperatur med stičiščema kovin

$$U = \alpha(T_1 - T_2) \ . \tag{5.6}$$

Sorazmernostno konstanto α imenujemo občutljivost termočlena (z enoto 1 V/K) in je odvisna od vrste kovin v termočlenu. Za merjenje temperature je uporaben le umerjen termočlen, za katerega poznamo odvisnost termoelektrične napetosti od razlike temperatur. V tabeli 5.2 so podane občutljivosti termočlenov za nekaj različnih termočlenov.

Tabela 5.2: *Občutljivost termočlena za različne pare kovin.*

termočlen	občutljivost [μV/K]
železo-cink	12,9
železo-baker	13,4
železo-nikelj	32,0
železo-konstantan (58,8 % Cu, 40 % Ni, 1,2 % Mn)	50,0
baker-aluminij	3,3

Naloge:

1. Določite toplotno kapaciteto kalorimetra.
2. Določite specifično toploto merjenca.
3. Umerite termočlen iz bakra in konstantana ter določite njegovo občutljivost.
4. *Dodatna neobvezna naloga: ocenite kaloično vrednost 100 g arašidov.

Potrebščine:

kalorimetrska posoda z mešalom

digitalni voltmeter

termočlen

termosteklenica z mešanico ledu in vode

merjenci - uteži

merilne čaše

merilni valj

2 termometra

plinski gorilnik

stojalo

steklena epruveta

digitalna tehtnica

pinceta

prijemalka

folija

Izvedba

1) **Določitev toplotne kapacitete kalorimetra:** V termostatirano posodo, v kateri je primerjalni konec termočlena, damo mešanico ledu in vode, s čimer dosežemo, da bo v njej temperatura vode in talečega se ledu med poskusom ves čas konstantna. Med celotnim poskusom večkrat preverimo, ali je še dovolj ledu v posodi in ga po potrebi dodamo. V kalorimetrsko posodo nalijemo 800 mL ($m_1 = 0{,}80\,\mathrm{kg}$) hladne vode iz vodovodne pipe. Vklopimo mešalo in ga po potrebi pozicioniramo, da se ne zadeva v stene posode. S termočlenom merimo temperaturo vode tako, da spremljamo spreminjanje električne napetosti na voltmetru in jo odčitamo sedemkrat, pri čemer je časovni razmik 30 s. Ojačitve napetosti med meritvijo ne spreminjamo. Takoj po sedmem odčitku dolijemo 0,4 L vroče vode s temperaturo približno 80 °C (Zabeležimo točno vrednost T_2), ki smo jo segreli nad plinskim gorilnikom. Zaradi mešanja se sistem hitro uravnovesi, zato 30 s po tem, ko smo dolili toplo vodo, znova odčitamo vrednost na voltmetru na vsakih 30 s, spet sedemkrat. Po končani meritvi izpraznimo kalorimeter.

2) **Določitev specifične toplote kovinske uteži:** V posodo nad gorilnikom ponovno nalijemo vodo in vstavimo merjenec (utež) tako, da se ne dotika sten posode, ter vodo segrevamo do vretja. V kalorimeter vlijemo 0,8 L hladne vode, vklopimo mešalo in s termočlenom v 30-sekundnih presledkih sedemkrat izmerimo temperaturo vode v kalorimetru, kot pri prvi nalogi. Takoj po sedmem odčitku izmerimo in zabeležimo še temperaturo vroče vode v posodi z utežjo. Utež previdno vstavimo v kalorimetrsko posodo tako, da zataknemo rinko nad odprtino v pokrovu kalorimetrske posode. Po 30 s predsledku nadaljujemo z meritvami temperature vode v kalorimetru v razmakih po 30 sekund, merimo sedemkrat.

3) **Umeritev termočlena:** Termočlen lahko umerimo primerjalno, z že umerjenim termometrom. Najenostavneje je, če poskrbimo, da en spoj ostane ves čas na isti temperaturi, temperaturo drugega spoja v drugi posodi, v kateri merimo z umerjenim termometrom, pa spreminjamo.

   V večjo čašo natočimo iz pipe za nekaj prstov čim bolj hladne vode, vsaj toliko, da je bučka umerjenega alkoholnega termometra potopljena. V vodo potopimo še merilni konec termočlena. Pomešamo, da se temperatura po vsej posodi izenači, zatem odčitamo napetost na voltmetru in hkrati izmerimo temperaturo s termometrom. V posodo večkrat dolijemo malo tople vode, vsakič pomešamo, da se temperatura vode izenači, ter odčitamo temperaturo in napetost. Odčitke vnašamo v tabelo meritev. Termočlen umerimo v nekoliko večjem temperaturnem območju, kot je bilo temperaturo območje za določitev toplotne kapacitete kalorimetra in specifične toplote merjenca. Izmerimo še vsaj dve točki nad najvišjo napetostjo, ki smo jo odčitali pri merjenju temperature v kalorimetru. Zapišemo si tudi faktor ojačitve napetosti ojačevalnika, ki ga potrebujemo za izračum občutljivosti termočlena. Potem ko nanesemo izmerjene električne napetosti kot funkcijo temperature v diagram,

narišemo umeritveno krivuljo, ki je za majhne temperaturne razlike kar premica. Občutljivost termočlena izračunamo iz naklonskega koeficienta umeritvene premice, pri čemer upoštevamo, da so napetosti na termočlenu manjše kot napetosti, izmerjene z voltmetrom.

4) *__Določanje kalorične vrednosti arašida:__ V ozek merilni valj vlijte 10 mL vode. Potem vzemite stekleno epruveto (pazite, da se ne umažete, dno je sajasto še od prejšnje izvedbe vaje) in jo vpnite v primež na stojalu na aluminijasti foliji. Vodo prelijte iz merilnega valja v epruveto in pomerite temperaturo vode s termočlenom. Nato stehtajte arašid. Primite ga s pinceto in ga vstavite v prirejeno stojalce iz žice; vžgite ga z vžigalnikom in stojalce hitro podstavite pod stekleno epruveto. Arašid naj popolnoma dogori; spremljajte spreminjanje napetosti na voltmetru in si zabeležite končno vrednost, ko arašid neha goreti. Če je voda vmes zavrela, po koncu gorenja arašida previdno primite epruveto s prijemalko in preostanek vode vlijte v merilni valj ter določite količino izparele vode. Stehtajte še zogleneli preostanek arašida.

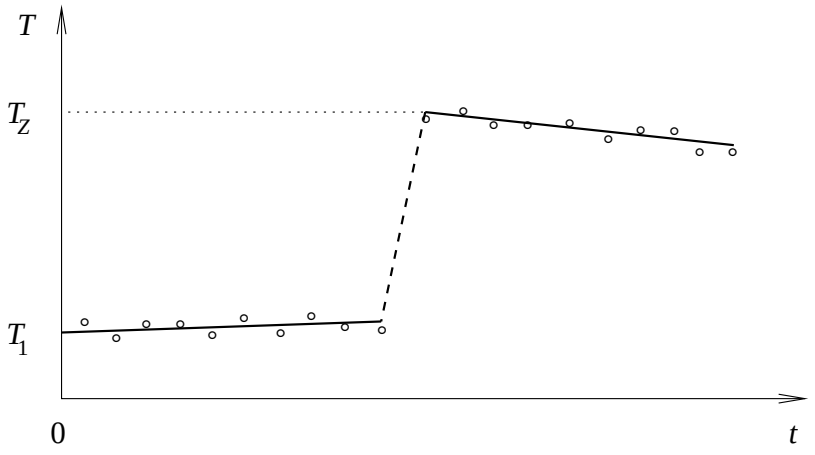
Analiza

1) **Določitev toplotne kapacitete kalorimetra:** Najprej obdelajte podatke, ki ste jih pridobili pri 3. nalogi: narišite umeritveno krivuljo, s katero boste povezali odčitke z voltmetra s temperaturo vode (več pri 3. točki »analize«). V tabeli meritev nato vsako meritev električne napetosti s termočlenom pretvorite v ustrezno temperaturno vrednost v stopinjah Celzija. Za določitev toplotne kapacitete kalorimetra narišite diagram odvisnosti temperature vode v kalorimetru od časa. Na isti graf nanašajte oba poteka temperature, preden ste dotočili vodo, in po tem; vmes na časovni skali pustite prostor, ki ustreza času 30 s med zadnjo meritvijo temperature začetne količine vode in prvo meritvijo zmesne temperature (slika 5.3). Temperatura vode v kalorimetrski posodi se s časom morda spreminja, ker toplotna izolacija ni popolna. Ko dodamo toplejšo vodo, temperatura ne doseže v hipu zmesne vrednosti, ker nekaj časa traja, da se vodi zmešata (slika 5.3).

   Premislite, katera je najboljša ocena za začetno (T_1) in končno (T_k) temperaturo vode v kalorimetru, in odgovor utemeljite. Toplotno kapaciteto kalorimetra (C) izračunamo iz enačbe (5.5). Specifično toploto vode (c) preberemo iz tabele 5.1.

2) **Določitev specifične toplote merjenca:** Narišemo diagram odčitkov temperature vode v kalorimetru v odvisnosti od časa. Spet vidimo, da nekaj časa traja, da merjenec toploto odda in da temperatura vode v kalorimetru doseže končno vrednost. Enako kot prej (slika 5.3) določimo začetno (T_z) in končno temperaturo vode (T_k) v kalorimetrski posodi. Specifično toploto merjenca izračunamo iz enačbe (5.4).

3) **Umeritvena krivulja:** Izmerjene električne napetosti nanesemo kot funkcijo temperature v diagram U (T) in narišemo umeritveno krivuljo, ki je za majhne temperaturne razlike kar premica. Občutljivost termočlena izračunamo iz naklonskega



Slika 5.3: *Temperatura vode v kalorimetru v odvisnosti od časa pri določitvi toplotne kapacitete kalorimetra.*

koeficienta umeritvene premice. Ali gre premica skozi izhodišče grafa (pri $U = 0$ V, $T = 0$ °C)? Če ne gre, lahko razložite, zakaj ne?

4) *__Določanje kalorične vrednosti arašida:__ Iz spremembe temperature vode v epruveti določimo prejeto toploto (Q_{spr}), in jo v približku enačimo z oddano toploto arašida ($Q_{\mathrm{spr}} = Q_{\mathrm{odd}}$). Če je voda zavrela in delno izparela, moramo upoštevati, da se je del toplote porabil za izparevanje vode, in ravnovesje prejete in oddane toplote zapišemo v preoblikovani enačbi 5.5 kot

$$m_{\mathrm{v}}\, c\, \Delta T + C_{\mathrm{e}}\, \Delta T + m_{\mathrm{i}}\, q_{\mathrm{i}} = Q_{\mathrm{odd}}\ , \tag{5.7}$$

pri čemer je m_{v} masa vode v epruveti, ΔT sprememba temperature vode v epruveti in same epruvete, m_{i} masa izparele vode, q_{i} pa izparilna toplota vode ($q_{\mathrm{i}} = 2{,}256$ MJ/kg). Iz izračunane oddane toplote preračunamo še sežigno toploto q_{s} arašidov glede na maso arašida m_{a}, ki je zgorela (odštejemo maso zoglenelega arašida od prvotne mase): $Q_{\mathrm{odd}} = m_{\mathrm{a}} q_{\mathrm{s}}$. Sežigno toploto q_{s} zapišemo v enotah kilokalorij (kcal) in naposled preverimo še, kolikšna bi bila po naših izračunih kalorična vrednost 100 g arašidov, kolikor je standardna masa, podana npr. v tabelah na embalaži živil. Kako komentirate rezultat te naloge?

6 Mikroskop

Pri tej vaji bomo spoznali uporabo leč, sestavili preprost mikroskop, določili njegovo povečavo in ločljivost ter se naučili, kako pravilno nastaviti osvetlitev.

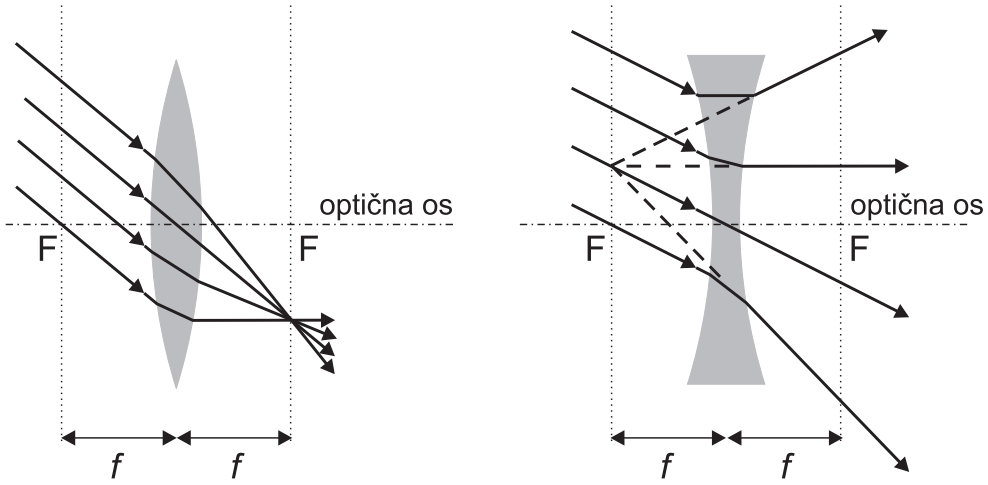
Mikroskop in druge optične inštrumente srečamo v medicini na vsakem koraku. Osnovni elementi vseh optičnih naprav so leče, zato je za njihovo pravilno uporabo ključno, da delovanje leč dobro razumemo.

6.1 Leče

Leče so izdelane iz stekla ali drugih prozornih materialov, ki imajo drugačen lomni količnik od okolice, in zato preusmerjajo svetlobne žarke. Ponavadi so leče osno simetrične in omejene s krogelnimi ploskvami. V našem opisu se bomo omejili na tanke leče, katerih debelina je majhna tako v primerjavi s krivinskima radijema površin leče, kot tudi z razdaljama do predmeta in do slike. Simetrijsko os leče imenujemo tudi *optična os*. Poznamo dva glavna tipa leč: a) zbiralne leče, ki vzporedne žarke zberejo v točko in so konveksne oblike in b) razpršilne leče, ki žarke razpršijo in so konkavne oblike. Ravnino, v kateri se pri zbiralni leči vzporedni žarki zberejo v točko, imenujemo *goriščna ravnina* (slika 6.1 levo). Razpršilna leča razprši snop vzporednih žarkov tako, kot da bi izhajali iz točke v goriščni ravnini pred lečo (slika 6.1 desno). Točko, v kateri optična os prebode goriščno ravnino, imenujemo *gorišče* in jo označimo z F, razdaljo med goriščem in lečo pa imenujemo *goriščna razdalja* leče in jo označimo z f. Po dogovoru ima zbiralna leča pozitivno, razpršilna pa negativno goriščno razdaljo. Goriščna razdalja leče je odvisna od lomnega količnika snovi, iz katere je leča, lomnega količnika okolice in obeh krivinskih radijev leče. Če je lomni količnik snovi na obeh straneh leče enak, sta enaki tudi goriščni razdalji na obeh straneh leče in je vseeno, kako je leča pri preslikavi obrnjena. Recipročno vrednost goriščne razdalje imenujemo *lomnost leče*. Enota za lomnost je *dioptrija* D; velja 1 D = 1 m^{-1}.

Osnovna lastnost leče je, da predmet preslika v sliko. Če se vsi žarki, ki izvirajo iz ene točke predmeta, na drugi strani leče spet združijo v eni točki, nastane *realna slika*. Tako sliko lahko vidimo na zaslonu ali jo preslikamo naprej enako kot predmete. Če pa se žarki, ki izhajajo iz ene točke predmeta, za lečo razpršijo, kot da bi izhajali iz ene toče pred lečo (v tej točki se sekajo podaljški preslikanih žarkov), imenujemo presečišče podaljškov žarkov *navidezna (imaginarna) slika*. Navidezne slike ne moremo ujeti na zaslon. Iz nje nastane realna slika le, če razpršene žarke ponovno združimo z zbiralno lečo – na primer z očesom, pri katerem očesna leča razpršene žarke spet zbere v realno sliko na mrežnici. Navidezno sliko lahko slikamo tudi s fotoaparatom, saj v tem primeru razpršene žarke ponovno zbere fotoaparatov objektiv.

Velikost in lego slike lahko določimo z grafično konstrukcijo, pri kateri je dovolj, da preslikavo upodobimo s tremi značilnimi žarki, ki izhajajo z vrha predmeta. Pot treh značilnih žarkov pri zbiralni leči je prikazana na sliki 6.2 A, pri razpršilni pa na sliki 6.2 B. Značilni žarki pri leči so:



Slika 6.1: *Shematični prikaz preslikave vzporednega snopa žarkov z zbiralno lečo (levo) in razpršilno lečo (desno). Žarki se lomijo na prehodih v in iz leče. V obeh primerih sta s pikčastima črtama označeni goriščni ravnini leč. Z F so označena gorišča, z f pa goriščne razdalje.*

1. vzporedni žarek (vzporeden je optični osi), ki ga zbiralna leča lomi tako, da gre na drugi strani skozi gorišče,

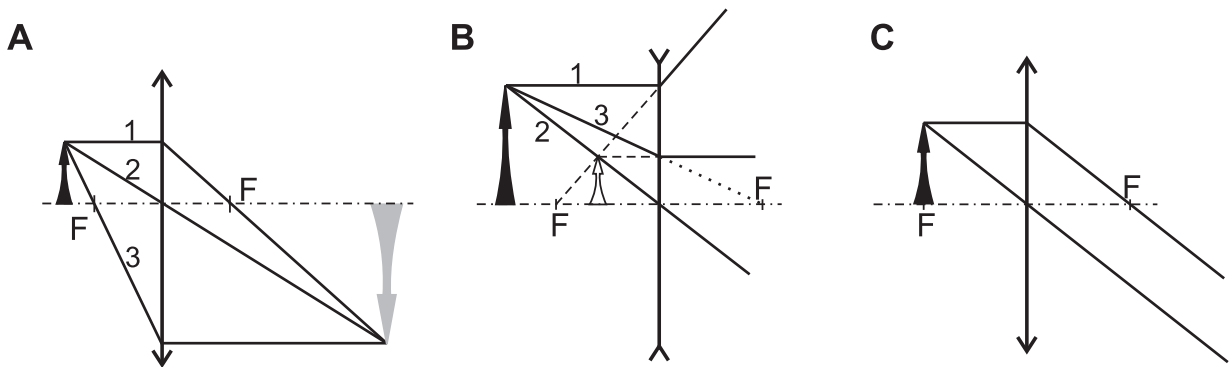
2. središčni žarek, ki gre skozi središče leče in se mu pri prehodu skozi njo smer ne spremeni, in

3. goriščni žarek gre skozi gorišče in je po prehodu skozi lečo vzporeden optični osi.

Kjer se vsi trije žarki sekajo, nastane realna slika. Pri razpršilni leči je vloga gorišč zamenjana (goriščna razdalja je tu negativna), zato je pot značilnih žarkov pri razpršilni leči nekoliko drugačna in je slika predmeta navidezna (slika 6.2 B).

Lega, velikost in vrsta slike so odvisne od goriščne razdalje leče in od lege predmeta pred njo. Če slika nastane na drugi strani leče, kot je predmet, je realna in obrnjena, če pa je slika na isti strani kot predmet, je vedno navidezna in pokončna. Pri preslikavah predmeta z razpršilno lečo je slika vedno navidezna, pokončna in pomanjšana. Pri preslikavah z zbiralno lečo je vrsta slike odvisna od lege predmeta. Realna slika nastane v primeru, ko je razdalja med predmetom in lečo večja od goriščne razdalje, pri čemer je slika večja od predmeta le, če predmet od leče ni oddaljen za več kot dve goriščni razdalji. Če predmet leži med goriščem in lečo, je tudi pri zbiralni leči slika navidezna, pokončna in povečana. Če pa je predmet postavljen ravno v goriščno ravnino zbiralne leče, so žarki na drugi strani leče vzporedni in se sploh ne sekajo (slika 6.2 C). V tem primeru pravimo, da slika nastane v neskončnosti. Velja namreč, da so žarki z zelo oddaljenih predmetov praktično vzporedni.

Velikost predmeta ponavadi označimo z A, velikost slike z B, oddaljenost predmeta od leče z a, oddaljenost slike od leče z b, z e pa označimo razdaljo od gorišča do slike, velja



Slika 6.2: *Pot značilnih žarkov s predmeta (predmet je označen s črno puščico) pri (A) zbiralni in (B) razpršilni leči. V prvem primeru nastane realna slika (označena s sivo barvo), v drugem pa navidezna (označena z belo barvo). Slika (C) prikazuje pot žarkov, ko je predmet v gorišču zbiralne leče. Preslikani žarki so v tem primeru vzporedni in pravimo, da slika nastane v neskončnosti.*

$e = b - f$ (slika 6.3). Povečava preslikave N je definirana z razmerjem med velikostjo slike in velikostjo predmeta:

$$N = \frac{B}{A} \,. \tag{6.1}$$

Povečavo preslikave lahko izrazimo tudi drugače, pri čemer si pomagamo z dvema paroma podobnih trikotnikov, ki jih tvorijo značilni žarki preslikave in ki sta na sliki 6.3 označena z različnim senčenjem. Iz razmerja istoležnih stranic v dveh parih podobnih trikotnikov razberemo, da veljajo razmerja $A : B = a : b$ in $A : B = f : e$, zato lahko povečavo preslikave zapišemo tudi kot

$$N = \frac{b}{a} = \frac{e}{f} \,. \tag{6.2}$$

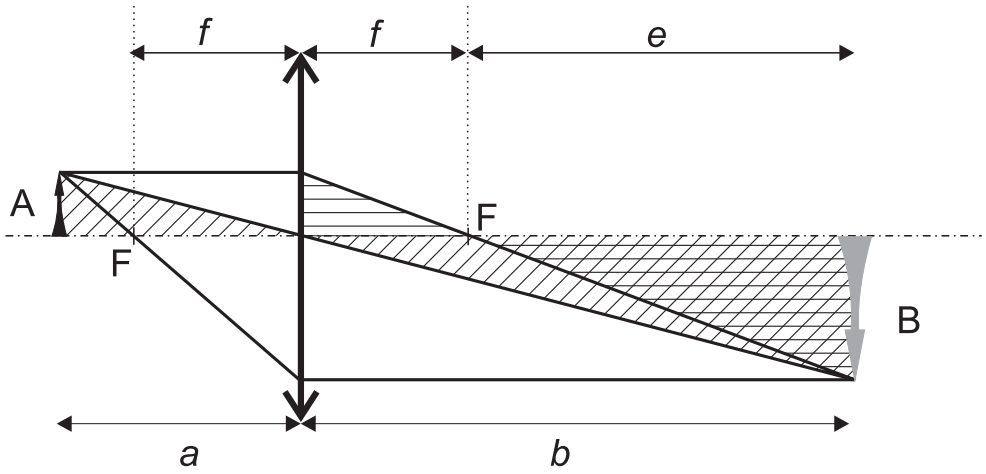
Za tanke leče velja, da so oddaljenost predmeta od leče a, oddaljenost slike od leče b ter goriščna razdalja leče f med seboj povezane z *enačbo leče*

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \,, \tag{6.3}$$

ki jo lahko prav tako izpeljemo iz razmerja stranic podobnih trikotnikov. Enačba leče velja tako za zbiralne kot tudi za razpršilne leče, upoštevati moramo le, da je goriščna razdalja razpršilnih leč negativna. Po dogovoru ima a vedno pozitiven predznak, b pa ima pozitiven predznak, če je slika na drugi strani leče kot predmet in negativnega, če je na isti strani.

6.2 Lupa

Navidezna velikost predmetov, ki jih opazujemo z očesom, je odvisna od zornega kota θ, pod katerim predmet vidimo. Da bi majhne predmete bolje videli, si jih približamo in s



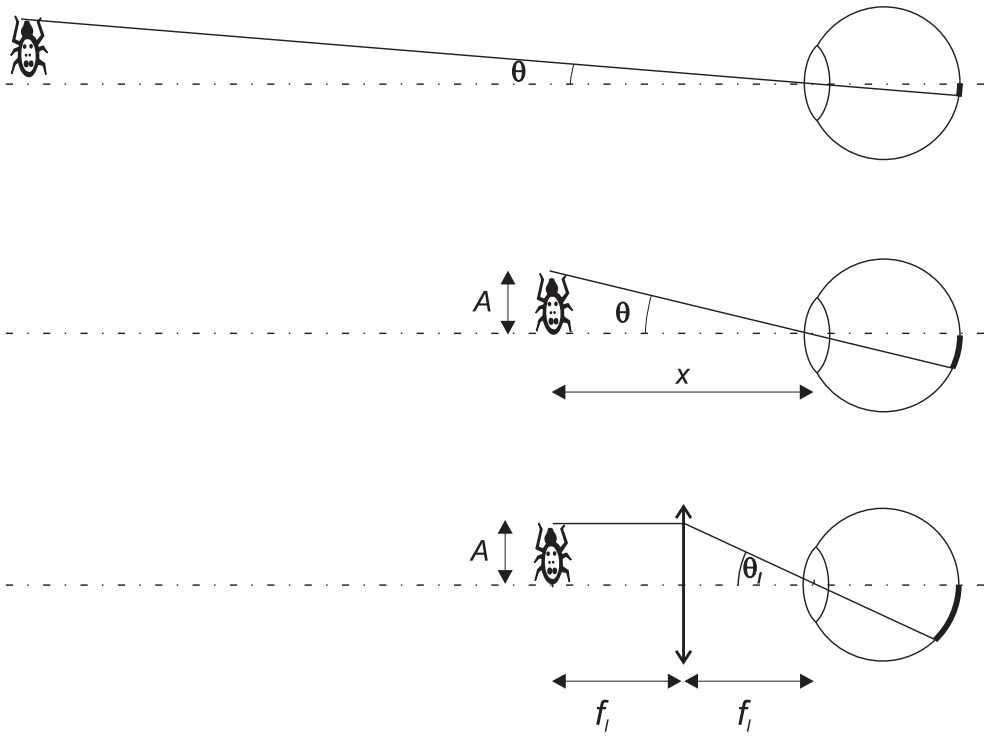
Slika 6.3: *Preslikava predmeta z zbiralno lečo. Enačbo tanke leče lahko izpeljemo s pomočjo dveh parov podobnih trikotnikov. Na sliki je en par trikotnikov označen z vodoravnim, drugi pa s poševnim senčenjem.*

tem povečamo zorni kot (slika 6.4). Vendar pa ima tak način "povečevanja" svojo mejo, saj z očesom predmetov, ki so preblizu, ne moremo več dobro izostriti. Za še močnejše povečevanje pa lahko pomaga lupa. Lupa je optična naprava, sestavljena iz zbiralne leča z majhno goriščno razdaljo, ki jo uporabimo tako, da opazovani predmet postavimo v njeno gorišče (lahko tudi med gorišče in lečo). Žarki se pri tem na lupi lomijo tako, da predmet vidimo pod večjim zornim kotom in se nam predmet zato zdi povečan (slika 6.4). Poleg tega so žarki za lupo vzporedni (slika 6.2 C), zaradi česar se nam zdi opazovani predmet zelo daleč in ni težav s prilagajanjem očesa za gledanje na blizu (oko je najbolj sproščeno pri gledanju na daleč).

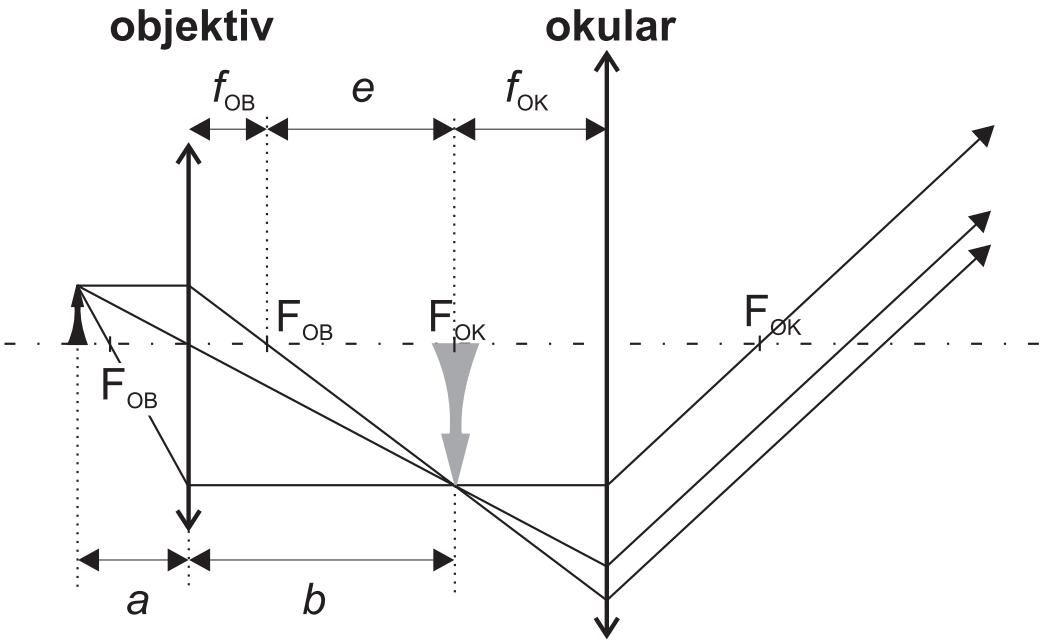
Povečava optičnih inštrumentov je definirana glede na velikost predmeta, ki jo vidimo pri *normalni zorni razdalji* x_0, katere vrednost je določena na 25 cm. Z enačbo se povečavo definira kot razmerje tangensa zornega kota, pod katerim vidimo predmet skozi optični inštrument, ter tangensa zornega kota, pod katerim vidimo predmet, ki je na normalni zorni razdalji. Iz slike 6.4 vidimo, da je zorni kot na normalni zorni razdalji podan z izrazom $\tan\theta_0 = A/x_0$, zorni kot pri gledanju z lupo pa $\tan\theta_l = A/f_l$, zato lahko povečavo lupe izrazimo kot

$$N_l = \frac{\tan\theta_l}{\tan\theta_0} = \frac{x_0}{f_l} \ . \tag{6.4}$$

Iz enačbe 6.4 razberemo, da zbiralno lečo lahko uporabimo kot lupo le, če je njena goriščna razdalja manjša od normalne zorne razdalje. Leča z daljšo goriščno razdaljo bi predmet namreč navidezno pomanjšala.



Slika 6.4: *Velikost pqredmeta, ki jo vidimo z očesom, je odvisna od zornega kota. Bližje ko je predmet, večji je zorni kot in predmet se nam zdi večji. Z lupo lahko zorni kot še dodatno povečamo. Zorni kot θ je pri gledanju s prostim očesom podan z izrazom $\tan\theta = A/x$, kjer je A velikost predmeta, x pa razdalja med očesom in predmetom. Pri gledanju skozi lupo je zorni kot podan z izrazom $\tan\theta_l = A/f_l$. Ker je pri lupi predmet postavljen v gorišče, so žarki za lupo vzporedni (slika 6.2 C).*



Slika 6.5: *Pot značilnih žarkov v mikroskopu.*

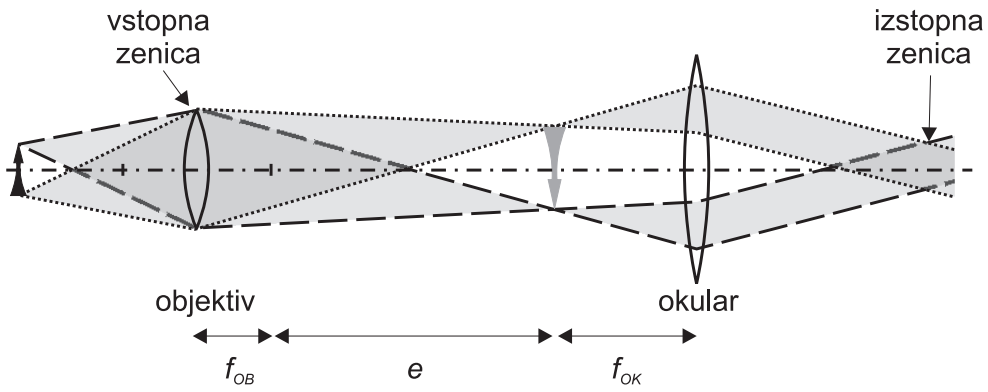
6.3 Mikroskop

Najpreprostejši mikroskop je sestavljen iz dveh zbiralnih leč: objektiva in okularja (slika 6.5). Predmet, ki ga opazujemo, postavimo malo pred goriščno ravnino objektiva, tako da na drugi strani objektiva dobimo realno, obrnjeno in povečano sliko predmeta. To sliko gledamo skozi okular, ki ga uporabimo kot lupo. Pri mikroskopu pride do povečave dvakrat: najprej predmet poveča objektiv, nato pa povečano sliko povečamo še z okularjem. Povečava mikroskopa je tako enaka produktu povečave objektiva in povečave okularja. Povečava objektiva je podana z enačbo za povečavo preslikave (enačba 6.2), povečava okularja pa z enačbo za povečavo lupe (enačba 6.4), zato je povečava mikroskopa enaka

$$N_M = N_{OB} \cdot N_{OK} = \frac{e}{f_{OB}} \frac{x_0}{f_{OK}} \ . \tag{6.5}$$

Iz slike 6.5 je razvidno, da je e pri mikroskopu enak razdalji med notranjima goriščema objektiva in okularja.

Pri preslikavi z mikroskopom ne sodelujejo vsi žarki, ki prihajajo s predmeta, temveč le tisti, ki vstopajo v objektiv. Skupen presek snopa žarkov, ki sodelujejo pri preslikavi imenujemo *zenica*, oziroma pravimo, da je odprtina objektiva *vstopna zenica*. Na strani okularja je *izstopna zenica*, ki je slika, v katero okular preslika vstopno zenico. Pojem zenice je predstavljen na sliki 6.6, kjer sta narisana skrajna žarka, ki izhajata iz zgornjega roba predmeta (črtkani črti) in skrajna žarka, ki izhajata iz spodnjega roba predmeta (pikčasti črti). Izstopna zenica je na mestu, kjer se za okularjem sekajo skrajni žarki. Največ žarkov s predmeta (in torej največje vidno polje) lahko torej pri gledanju skozi mikroskop vidimo,



Slika 6.6: *Vstopna in izstopna zenica mikroskopa.*

če oko postavimo v lego izstopne zenice.

Iz enačbe za povečavo mikroskopa bi lahko sklepali, da so dosegljive poljubno velike povečave. Potrebno bi bilo le uporabiti leče z dovolj majhnimi goriščnimi razdaljami. Izkaže pa se, da od določene povečave naprej zaradi uklona žarkov ne moremo več razločevati podrobnosti. Žarki, ki padejo na odprtino končne velikosti, se na robu namreč uklonijo in širijo tudi v geometrijsko senco. Uklon je tem bolj opazen, čim manjša je odprtina in čim večja je valovna dolžina svetlobe.

Zaradi uklona se točka pri preslikavi skozi lečo ne preslika v točko, ampak v nekoliko večjo liso z zamegljenimi robovi. Če sta dve opazovani točki preblizu, se njuni sliki (lisi) zlijeta skupaj, zato ju ne moremo več razločevati. Ločljivost mikroskopa je tako definirana kot najmanjša razdalja med dvema točkama, na kateri lahko v idealnih pogojih točki še razločujemo. Podroben račun pokaže, da je ločljivost mikroskopa d enaka

$$d = \frac{0{,}61\lambda}{NA} \ . \tag{6.6}$$

kjer je NA numerična apertura objektiva, λ pa valovna dolžina svetlobe, s katero je osvetljen predmet. Numerična apertura je merilo za količino žarkov, ki jih zbere objektiv, in je definirana kot

$$NA = n \sin \alpha \ , \tag{6.7}$$

kjer je n lomni količnik snovi med predmetom in objektivom in α kot med optično osjo in veznico med goriščem ter robom objektiva. Lomni količnik zraka je enak 1.

Za doseganje dobre ločljivosti moramo torej uporabiti objektiv s čim večjo numerično aperturo oziroma vzorec opazovati s svetlobo s čim krajšo valovno dolžino. Kot α, in s tem tudi numerična apertura, je tem večji, čim večji je radij leče objektiva in čim manjša je njegova goriščna razdalja. Kadar uporabimo imerzijski objektiv, je med predmetom in objektivom imerzijsko olje, ki ima od zraka večji lomni količnik, $n > 1$. Zaradi tega so lomni koti na poti od predmeta do objektiva manjši in objektiv zbere več uklonjenih žarkov. Efektivno se s tem poveča odprtina objektiva.

Ločljivosti mikroskopa ne smemo zamenjevati z najmanjšo velikostjo predmeta, ki ga še lahko opazimo, saj lahko opazimo tudi od ločljivosti dosti manjši predmet, če se le dovolj loči od okolice. Podobno kot če ponoči opazujemo približevanje avtomobila. Pri oddaljenemu avtomobilu vidimo le eno luč in šele, ko se dovolj približa, opazimo, da sta dve.

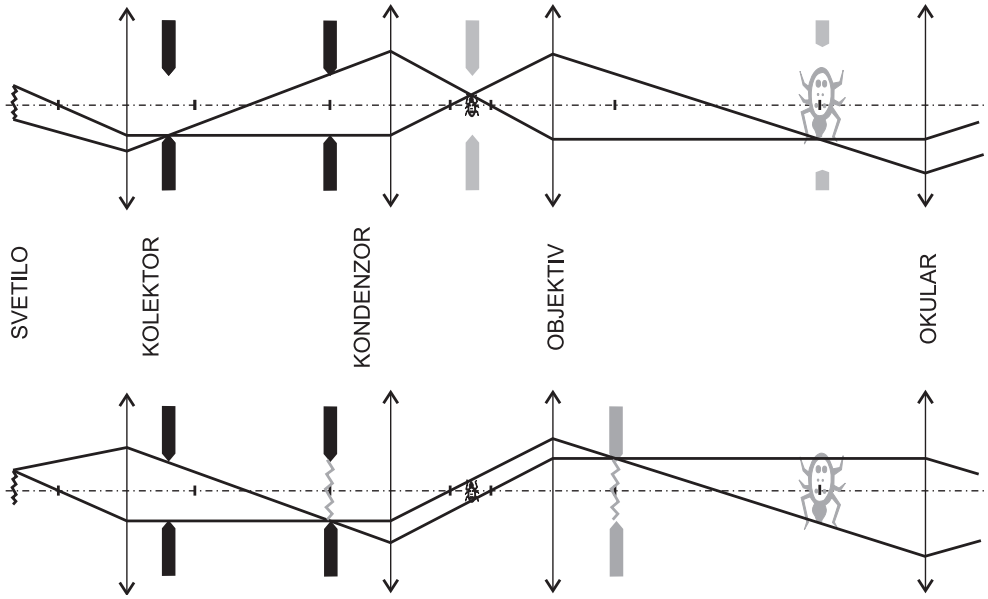
6.4 Nastavitev osvetlitve

Pri mikroskopiranju si želimo čim bolj jasno in kontrastno sliko, na kateri bomo razločili čim več podrobnosti. Pri tem je ključno, da je opazovani predmet enakomerno in ravno prav močno osvetljen. Enakomerno osvetlitev z majhnim, neenakomernim svetilom (npr. žarnico) nam omogoča t.i. *Köhlerjeva osvetlitev*, ki je ponavadi že vgrajena v mikroskope. Osnovna značilnost Köhlerjeve osvetlitve je, da svetloba z vsake točke svetila enakomerno osvetljuje celoten predmet. Za Köhlerjevo osvetlitev skrbita dve leči z zaslonkama: kolektor in kondenzor. Optične osi kolektorja, kondenzorja, objektiva in okularja se morajo ujemati, na optični osi pa mora biti tudi svetilo. Poti žarkov iz predmeta (imenujemo jih upodabljajoči žarki) in iz svetila (imenujemo jih osvetlitveni žarki) pri Köhlerjevi osvetlitvi so prikazane na sliki 6.7. Ostra slika opazovanega predmeta nastane na mestih, v katerih se zberejo upodabljajoči žarki, ostra slika žarnice svetila pa nastane, kjer se sekajo osvetlitveni žarki. Iz slike 6.7 vidimo, da pri Köhlerjevi osvetlitvi ostra slika žarnice s svetila vedno nastane na drugih mestih kot ostra slika opazovanega predmeta.

Leče so pri Köhlerjevi osvetlitvi postavljene tako, da kolektor svetilo preslika v goriščno ravnino kondenzorja. Osvetlitveni žarki, ki izhajajo iz ene točke svetila so tako na drugi strani kondenzorja, kjer je opazovani predmet, vzporedni in porazdeljeni po celem svetlobnem polju. Zato jih pri gledanju skozi mikroskop vidimo kot enakomerno svetlo ozadje. Kolektorska zaslonka je postavljena v ravnino, v kateri se sekajo upodabljajoči žarki, zato jo vidimo ostro hkrati s predmetom. Z njo določamo kolikšen del predmetne ravnine oz. opazovanega predmeta je osvetljen. Nastavimo jo tako, da je osvetljeno le vidno polje, saj v nasprotnem primeru sipanje svetlobe na področjih izven vidnega polja, ki jih v okularju tako ali tako ne vidimo, sliko le pokvari. Kondenzorska zaslonka je postavljena v ravnino, v kateri se sekajo osvetlitveni žarki, zato lahko z njo uravnavamo jakost osvetlitve.

Osvetlitev ponavadi nastavimo po korakih:

1. najprej izostrimo predmet pri približni osvetlitvi,
2. zapremo kolektorsko zaslonko in premikamo kondenzor vzdolž optične osi tako, da hkrati vidimo skozi mikroskop izostren predmet in zaslonko kolektorja
3. kolektorsko zaslonko sedaj odpremo toliko, da se njen rob pokriva z vidnim poljem (da je ravno ne vidimo več)
4. nastavimo svetlobni izvor ali kolektorsko lečo tako, da slika svetila nastane ravno v goriščni ravnini kondenzorja (to je hkrati ravnina, kjer je kondenzorska zaslonka). Pri nastavitvi nam lahko pomaga dejstvo, da je takrat ostra slika svetila tudi v zadnji goriščni ravnini objektiva (slika 6.7).



Slika 6.7: *Potek upodabljajočih (zgoraj) in osvetlitvenih (spodaj) žarkov pri Köhlerjevi osvetlitvi. Realne slike, ki nastanejo pri preslikavah, so narisane s sivo barvo. Iz poteka upodabljajočih žarkov je razvidno, da se skozi mikroskop skupaj s predmetom vidi ostro tudi kolektorsko zaslonko, katere slika nastane v predmetni ravnini. Povsod, kjer pa se sekajo osvetlitveni žarki, nastane slika svetila oz. kondenzorske zaslonke.*

V nasprotju s kondenzorjem, ki ga v praksi nastavimo po vsaki menjavi objektiva, lahko ponavadi kolektor nastavimo le občasno in ga med vsakdanjim mikroskopiranjem ne premikamo.

Naloge:

1. Narišite značilne žarke skozi lečo v naslednjih primerih (priporoča se, da to nalogo naredite že doma):
   - predmet stoji med zbiralno lečo in njenim goriščem
   - predmet je med razpršilno lečo in njenim goriščem.
2. Določite goriščno razdaljo zbiralne leče, za katero le ta ni podana (t.j. leče objektiva).
3. Na optični klopi sestavite preprost model mikroskopa brez Köhlerjeve osvetlitve in narišite shemo postavitve.
4. Izmerite in izračunajte povečavo mikroskopa.
5. Izmerite in izračunajte ločljivost mikroskopa.
6. Mikroskopu dodajte še Köhlerjevo osvetlitev in se seznanite z vlogo kolektorske in kondenzorske zaslonke.

Potrebščine: Pri vaji boste uporabljali štiri leče: objektiv, okular, kolektorsko ter kondenzorsko lečo. Poleg njih k optični klopi spadajo tudi: svetilo, dve zaslonki (ena za kolektor, druga za kondenzor), nastavek za predmet ter zaslon. Goriščna razdalja je označena na vseh lečah razen pri objektivu. Vsi optični deli in svetilo morajo biti med izvedbo vaje nastavljeni v isto optično os!

Predmeti, ki jih boste v vaji opazovali so na priloženih diapozitivih. Pri večini nalog boste uporabljali diapozitiv, na katerem so črke F. Diapozitive z mrežo črtic boste potrebovali le pri nalogi 5, kjer boste določali uporabno ločljivost mikroskopa.

Izvedba

1) **Naloga 1**. V zvezek narišite poti značilnih žarkov, ki jih zahteva naloga in napišite, ali nastane realna ali navidezna slika. Pri tem si pomagajte z opisom pri sliki 6.2. Goriščna razdalja leče naj bo 3 cm (oz. -3 cm pri razpršilni leči), razdalja med lečo in predmetom 1,5 cm, velikost predmeta pa naj bo 1 cm.

2) **Naloga 2**. Pri tej nalogi boste določili goriščno razdaljo leče objektiva. Goriščno razdaljo najprej grobo ocenite tako, da z lečo objektiva preslikate zelo oddaljen predmet na zaslon (na primer: z lečo objektiva preslikate stropno luč na mizo, ali pa okno na nasprotno steno). Ko je slika oddaljenega predmeta na zaslonu ostra, je razdalja med lečo in zaslonom približno enaka goriščni razdalji leče, saj so žarki z zelo oddaljenega predmeta praktično vzporedni in slika pri zbiralni leči nastane v njeni goriščni ravnini.

   Natančno goriščno razdaljo leče določite na optični klopi. Nanjo postavite zaporedoma: svetlobni izvor, nastavek s predmetom na katerem so črke F, objektiv ter zaslon. Predmet postavite na označeno mesto, svetilo postavite čim bližje predmetu, zaslon pa naj bo od predmeta oddaljen med 25 in 40 cm. Svetilo nastavite na največjo dovoljeno moč (jakost osvetlitve nastavljate z izbiro napajalne napetosti). S premikanjem objektiva po optični klopi poiščite tisto lego, pri kateri nastane na zaslonu ostra slika predmeta. Ali je slika predmeta zares obrnjena na glavo in levo-desno? Izmerite oddaljenost predmeta od leče (a) in oddaljenost slike od leče (b) ter po enačbi 6.3 izračunajte goriščno razdaljo. Meritev ponovite vsaj trikrat pri treh različnih oddaljenostih med predmetom in zaslonom. Za vsako meritev posebej izračunajte goriščno razdaljo ter kot rezultat navedite povprečno vrednost vseh treh meritev.

3) **Naloga 3.** Pri tej nalogi boste na optični klopi postavili enostavni model mikroskopa brez Köhlerjve osvetlitve (kondenzor in kolektor boste dodali in nastavili šele kasneje, pri nalogi št. 6). Pri postavitvi si pomagajte s sliko 6.5, na kateri je prikazana pot značilnih žarkov skozi mikroskop. Iz nje je razvidno, da je pri mikroskopu razdalja med objektivom in okularjem enaka $b+f_{OK}$, kjer je b razdalja med objektivom in sliko

predmeta, ki jo preslika objektiv, f_{OK} pa je goriščna razdalja okularja. Z drugimi besedami, gorišče okularja sovpada s sliko predmeta, ki jo preslika objektiv.

Na optično klop postavite zaporedoma svetilo, predmet, objektiv. Predmet naj bo na označenem mestu, razdalja med predmetom in objektivom pa naj bo $a = 6$ cm, če vajo delate v laboratoriju I, oziroma $a = 6{,}5$ cm, če delate vajo v laboratoriju II. Na optično klop postavite še zaslon in z njegovo pomočjo določite razdaljo b med objektivom in sliko, ki jo preslika objektiv. Nato zaslon odstranite z optične klopi in nanjo na razdaljo $b + f_{OK}$ od objektiva postavite okular (f_{OK} je označena na okularju).

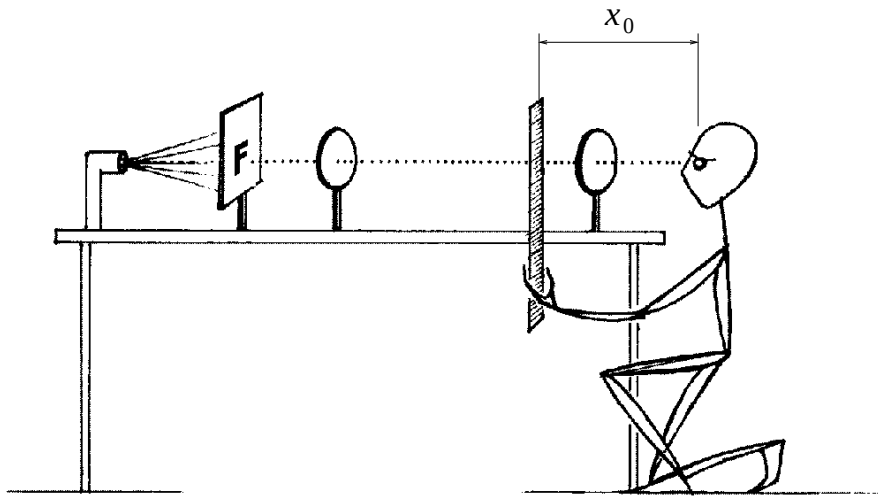
Preprost mikroskop je tako sestavljen. Ustrezno zmanjšajte jakost osvetlitve in poglejte skozi okular. Če je vse pravilno nastavljeno, vidite povečano sliko predmeta. Opazili boste, da ni vseeno, kako gledate skozi okular: zenico svojega očesa morate postaviti natančno v izstopno zenico okularja, ki je pri tem mikroskopu od okularja oddaljena za kar nekaj centimetrov. Lego izstopne zenice okularja lahko določite natančno, če s pomočjo zaslona opazujete, kje se snop svetlobe, ki prihaja skozi okular, združi v najmanjšo liso (pri iskanju izstopne zenice naj bo osvetlitev nastavljena na največjo jakost).

Na milimetrski papir narišite shemo mikroskopa v razmerju 1:4 (razdalja 4 cm na optični klopi je 1 cm na shemi. Primer: če je dejanska goriščna razdalja leče enaka 10 cm, je na shemi ta razdalja enaka 2,5 cm). Velikost predmeta pri risanju izberite poljubno. Na shemi narišite potek treh značilnih žarkov s predmeta (slika 6.5). **Pazite na natančnost pri risanju - zaradi majhnih nenatančnosti pri risanju je lahko končna slika povsem narobe!**

4) **Naloga 4.** Povečavo mikroskopa lahko določimo glede na velikost zornega kota, pod katerim skozi mikroskop vidimo predmet. Primerjali boste torej velikosti slike, ki jo vidite skozi mikroskop, z velikostjo predmeta, ki jo vidite z normalne zorne razdalje. Pri tem si boste pomagali z merilom. Najprej z njim izmerite dejansko velikost črke F na predmetu. Nato izmerite navidezno velikost črke F, ki jo vidite skozi mikroskop: z enim očesom glejte skozi mikroskop, z drugim pa hkrati na merilo, ki ga držite ob optični osi v normalni zorni razdalji ($x_0 = 25$ cm) pred očesom (slika 6.8). Na ta način z merila odčitate navidezno velikost črke F. Povečava mikroskopa je v tem primeru razmerje med navidezno velikostjo slike in dejansko velikostjo črke F.

   Povečavo mikroskopa izračunajte še po enačbi 6.5, saj poznate vrednosti e, x_0, f_{OK} in f_{OB}, ter izračunano vrednost povečave primerjajte z izmerjeno.

5) **Naloga 5.** Ločljivost mikroskopa določite s tem, da ocenite, katera je najmanjša razdalja med črtami na predmetu, pri kateri črte še jasno vidite. V ta namen uporabite diapozitive, na katerih so mreže z različnimi gostotami črt. Začnete z diapozitivom z mrežo, pri kateri so črte najbolj narazen. Če črte v tej mreži še razločite, vzemite diapozitiv z gostejšo mrežo in tako naprej, vse dokler črt ne razločite več. Meja ločljivosti mikroskopa je približno enaka najmanjši še vidni razdalji med črtami.



Slika 6.8: *Gledanje skozi mikroskop pri določanju povečave.*

Za izračun največje teoretično mogoče ločljivosti po enačbi 6.6 morate najprej določiti numerično aperturo objektiva. Iz definicije numerične aperture (enačba 6.7) je razvidno, da je za to potrebno izmeriti radij leče objektiva R_{OB} in iz tega določiti kot α. Za valovno dolžino λ vzemite 550 nm, lomni količnik zraka pa je 1.

Primerjajte izračunano ločljivost z izmerjeno. Ali je ločljivost mikroskopa v vsakem primeru tako dobra kot največja teoretična mogoča ločljivost po enačbi 6.6? Zakaj? (namig: Pri opazovanju uporabljamo oči. Je omejitev za praktično ločljivost pri vaji mogoče majhna povečava mikroskopa ter omejena ločljivost očesa? Kakšni sta "povečava" in ločljivost očesa? Napake leč seveda tudi zmanjšajo ločljivost mikroskopa, a pri majhnih povečavah, kot je pri tej vaji, je ta prispevek skoraj zanemarljiv).

6) **Naloga 6.** Spoznajte se s Köhlerjevo osvetlitvijo. Na optično klop dodajte še kolektor in kondenzor ter nastavite osvetlitev. Pri tem sledite navodilom, ki so pri vaji. Pri nastavitvi osvetlitve je ključno, da so vsi deli zares v isti optični osi! Opazujte, kakšno vlogo imata kolektorska in kondenzorska zaslonka.

7 Lastnosti in merjenje svetlobe

Pri tej vaji se bomo seznanili z valovno in delčno naravo svetlobe ter s pojmi spekter, uklon in interferenca. Spoznali bomo, kako se določi valovne dolžine, katere valovne dolžine v vidnem delu spektra ustrezajo katerim barvam, ter izmerili gostoto svetlobnega toka. Povedali bomo tudi nekaj o biofizikalnih osnovah zaznavanja svetlobe z očesom.

Svetloba ima v živalskem in rastlinskem svetu pomembno vlogo (fotosinteza, zaznavanje okolice s fotoreceptorji, poškodbe zaradi ultravijolične svetlobe). Uporabljamo jo pri številnih kliničnih, biofizikalnih in biokemijskih meritvah, pa tudi pri zdravljenju. Pri tem ni pomembna le jakost svetlobnega toka, ampak tudi, kako je svetlobni tok porazdeljen po valovnih dolžinah in kakšno površino obseva. Gostota svetlobnega toka, ali natančneje gostota energijskega toka svetlobe (j), je po definiciji enaka energiji, ki pade v časovni enoti na enoto površine pravokotno na smer razširjanja valovanja.

7.1 Spekter

Porazdelitev gostote svetlobnega toka po valovnih dolžinah oziroma frekvencah imenujemo spekter svetlobe. Spekter lahko izmerimo, če se usmerjen svetlobni curek svetlobe iz izvora razkloni pri prehodu skozi optično prizmo ali uklonsko mrežico. Spekter je lahko zvezen ali črtast. V zveznem spektru so v nekem področju valovnih dolžin zastopane vse valovne dolžine. Predstavimo ga tako, da nanašamo na eno os valovno dolžino (λ), na drugo os pa delež gostote energijskega toka, ki pade v ozek interval valovnih dolžin ($dj/d\lambda$). Gostota energijskega toka svetlobe z valovnimi dolžinami med λ in $\lambda + d\lambda$ je

$$dj = \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \ . \tag{7.1}$$

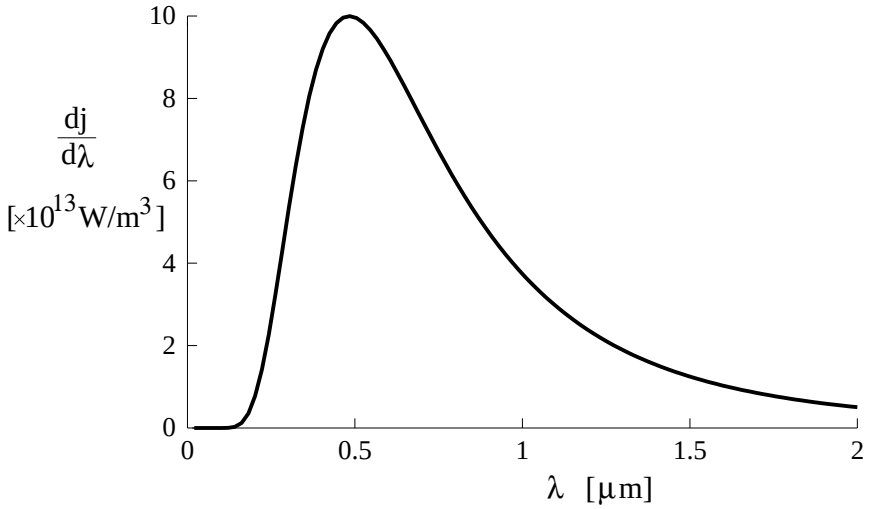
Primer zveznega spektra je narisan na sliki 7.1.

Celotno gostoto svetlobnega toka dobimo, če seštejemo prispevke vseh valovnih dolžin v spektru

$$j = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \ . \tag{7.2}$$

Na sliki 7.1 je torej celotna gostota svetlobnega toka enaka ploščini pod krivuljo. Primeri zveznega spektra so spekter sončne svetlobe ali spektri volframovih in halogenskih žarnic.

Črtast pa je spekter, v katerem nastopajo le nekatere valovne dolžine. Predstavimo ga tako, da nanašamo na eno os valovno dolžino, na drugo pa gostoto svetlobnega toka. Višina črte predstavlja gostoto svetlobnega toka z določeno valovno dolžino (slika 7.2). Črtasti spektri so značilni za svetlobo, ki jo izsevajo atomi pri prehodu iz vzbujenih stanj v nižja energijska stanja. Atomi elementov imajo svoje značilne spektre. Pri določenih svetilih pa lahko spektre razložimo kot superpozicijo črtastega in zveznega spektra. Take sestavljene spektre imajo neonske (varčne žarnice) in obločne žarnice. Zelo poznan sestavljen spekter je spekter "svetlobe", ki jo seva rentgenska cev.



Slika 7.1: *Spekter svetlobe, ki jo seva sonce, je primer zveznega spektra. Sonce seva kot črno telo s temperaturo površine 6000 K.*

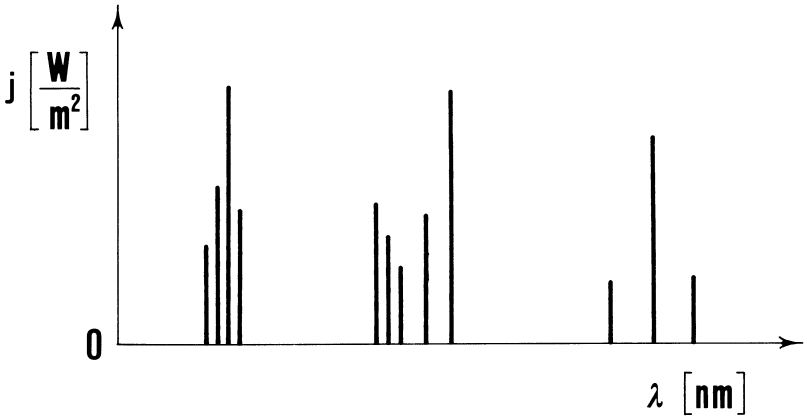
7.2 Uklon in interferenca

O uklonu govorimo, kadar se valovanje širi v geometrijsko senco za oviro. Pojav opazimo, če je velikost ovire ali odprtine primerljiva z valovno dolžino valovanja ali manjša od nje. Valovne dolžine vidne svetlobe so zelo majhne v primerjavi z dimenzijami predmetov iz vsakdanjega življenja, zato uklona svetlobe na njih ne opazimo. Pri zvočnem valovanju pa so dimenzije primerljive, zato slišimo zvok za drevesom, čeprav zvočila ne vidimo.

Valovanja, ki se širijo iz več izvorov, med seboj interferirajo, kar pomeni, da je trenuten odmik v posamezni točki vsota trenutnih odmikov valovanj iz vseh izvorov, ki so dosegla to mesto. Valovanja iz izvorov se na določenih področjih prostora ojačujejo, na drugih pa oslabijo. Kadar dva izvora nihata z isto frekvenco in v fazi (hkrati dosegata maksimume in minimume), se valovanji iz takih izvorov najbolj ojačita na mestih, kjer je razlika poti obeh valovanj enaka celemu večkratniku valovne dolžine. Najbolj pa se valovanje oslabi na mestih, kjer se poti razlikujeta za lih večkratnik polovične valovne dolžine (fazi valovanj sta na tem mestu nasprotni).

7.3 Uklonska mrežica

Optična ali uklonska mrežica je mrežica z zelo ozkimi režami v enakih medsebojnih razmakih. Uporabljamo jo pri določanju spektrov. Svetloba se na vsaki zelo ozki reži razkloni in izhaja iz nje kot iz točkastega izvora. Mislimo si, da enobarvna svetloba z valovno dolžino λ pade pravokotno na mrežico z režami, ki so med seboj oddaljene za razdaljo D. Zaradi pravokotnega vpada žarkov iz svetila na mrežico sta na mestu sosednjih rež valovanji fazno usklajeni in po izhodu iz rež interferirata. Iz slike 7.3 je razvidno, da se dolžini optičnih poti



Slika 7.2: *Primer črtastega spektra.*

valovanj zelo daleč za režama, ko lahko obravnavamo, da sta poti vzporedni, razlikujeta za

$$d = D \sin \alpha \ . \tag{7.3}$$

Če se poti žarkov razlikujeta ravno za večkratnik valovne dolžine, se valovanji najbolj ojačujeta, na takem mestu nastane interferenčni vrh. Ti vrhovi ležijo v smereh (α), za katere velja pogoj

$$d = D \sin \alpha = N\lambda \ , \tag{7.4}$$

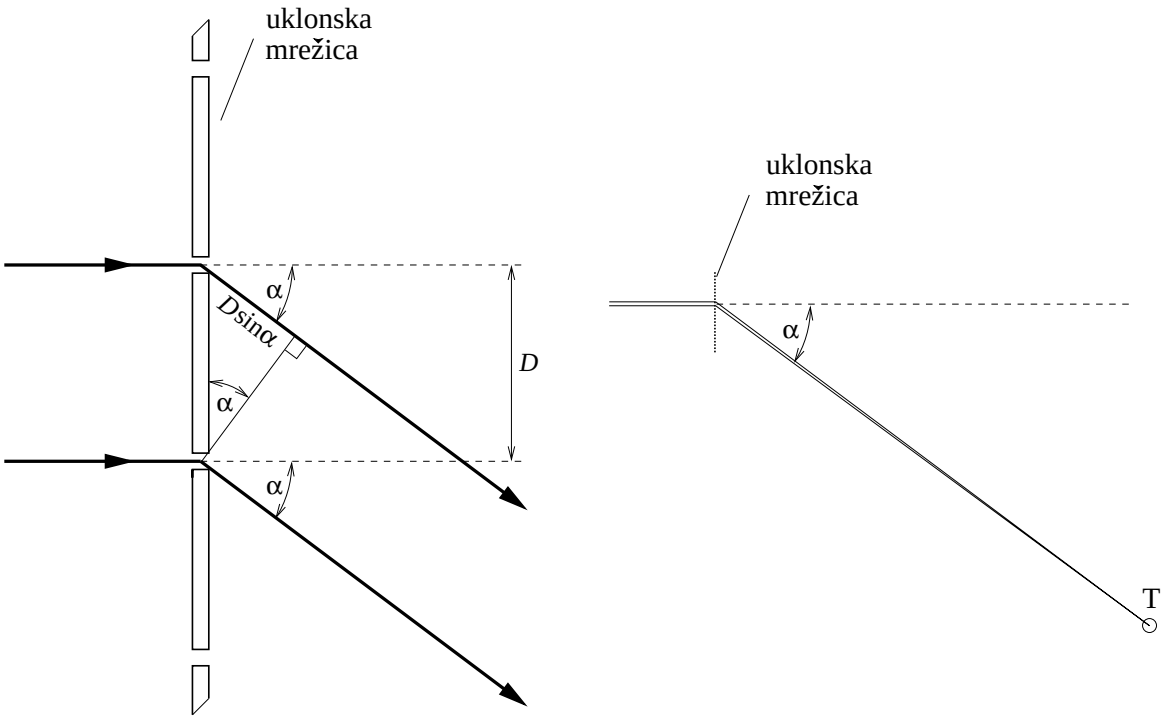
kjer je N celo število. To število pove, za koliko valovnih dolžin se razlikujeta poti žarkov iz dveh sosednjih rež, in označuje uklonski red. Če se poti valovanj razlikujeta za lih večkratnik polovične valovne dolžine, se valovanji oslabita, kar se zgodi v smereh, za katere velja

$$d = D \sin \alpha = (N + \frac{1}{2})\lambda \ . \tag{7.5}$$

Vidimo, da se na danih režah pri istem uklonskem maksimumu (N) svetloba z daljšo valovno dolžino bolj ukloni kot svetloba s krajšo valovno dolžino.

Smeri uklonskih maksimumov ostanejo enake, če imamo namesto dveh v enakih razmakih rež več, maksimumi pa so izrazitejši.

Če na režo ali optično mrežico pada svetloba, v kateri so zastopane različne valovne dolžine (na primer bela svetloba), se le v smeri, ki je nadaljevanje vpadnega žarka, zopet sestavijo prispevki vseh valovnih dolžin – ničti uklonski maksimum je zato enake barve kot vpadna svetloba. Ostali maksimumi so za različne valovne dolžine v različnih smereh (glej enačbo za ojačitev) in na zaslonu že lahko opazujemo spekter vpadne svetlobe. V spektrometrih, ki se uporabljajo pri preiskavah in v raziskovalne namene, so vgrajene še dodatne enote, kot so detektorji svetlobe, merilci premika, izvori svetlobe. Da so uklonski koti dovolj veliki, mora biti razdalja med zarezami primerljiva z valovno dolžino svetlobe, kar pomeni, da mora imeti uklonska mrežica od 100 do 800 zarez na milimeter.



Slika 7.3: *Uklonjena žarka iz sosednjih rež opravita do iste točke na zaslonu različno dolgi poti. Če sta dolžini poti valovanj do izbrane točke (točka T) mnogo večji od razdalje med režama (desno), lahko obravnavamo žarka kot vzporedna (levo).*

7.4 Svetlobni kvanti, fotoni

Lastnosti svetlobe, kot sta uklon in interferenca, lahko enostavno razložimo, če opisujemo svetlobo kot elektromagnetno valovanje. Po drugi strani pa lahko pojave, kot je fotoelektrični pojav, razložimo, če privzamemo, da je svetloba sestavljena iz "delčkov z določeno enegijo" – fotonov. Pravimo, da ima svetloba dvojno naravo: valovno in delčno. Fotone si lahko predstavljamo kot energijske delce brez mase, ki se gibljejo s svetlobno hitrostjo c. Energija fotona je sorazmerna frekvenci svetlobe ν

$$W = h\nu = h\frac{c}{\lambda}\,, \tag{7.6}$$

kjer je sorazmernostni koeficient Planckova konstanta ($h = 6{,}6 \times 10^{-34}$ Js).

Tudi gostoto svetlobnega toka lahko izrazimo z gostoto energije, $w = nh\nu$, pomnoženo s svetlobno hitrostjo:

$$j = nh\nu c\,, \tag{7.7}$$

kjer je n število fotonov na prostorninsko enoto.

7.5 Fotoelektrični pojav

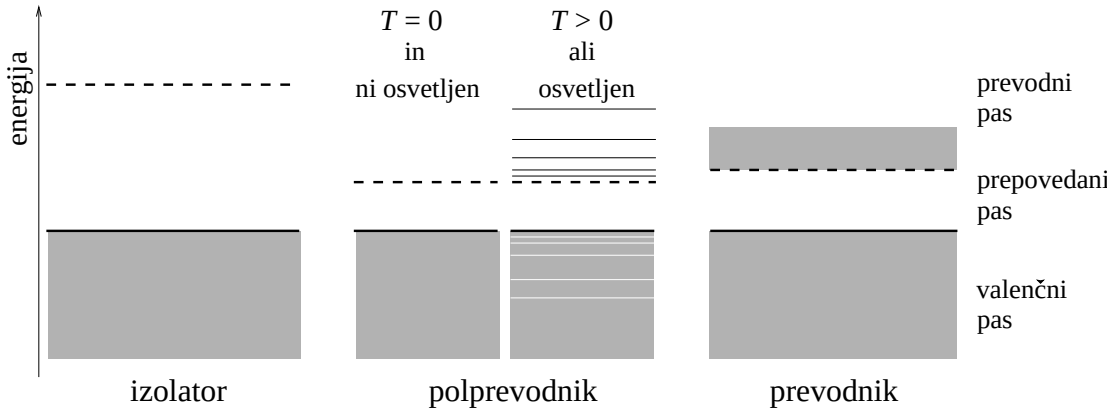
V kovini je oblak prevodnih elektronov. Ti se prosto gibljejo po kristalni mreži, ki jo tvorijo ioni kovine, vendar nimajo dovolj energije, da bi premagali mrežni privlak in kovino zapustili. Elektron, ki je blizu površine, lahko zapusti kovino, če dobi iz okolice dovolj energije. Energijo, ki jo potrebuje elektron, da premaga mrežni privlak in zapusti kovino, imenujemo izstopno delo (A_{iz}). Pri fotoelektričnem pojavu (fotoefektu) dobijo elektroni energijo z absorpcijo fotona. Nekaj je porabijo za izstopno delo, ostalo pa gre v kinetično energijo elektrona (W_{kin}). Velja

$$h\nu = A_{\mathrm{iz}} + W_{\mathrm{kin}}. \tag{7.8}$$

Do fotoelektričnega pojava pride v kovini le, če je energija fotona vpadle svetlobe večja od izstopnega dela za to kovino ($h\nu > A_{\mathrm{iz}}$), kar pomeni, da mora imeti svetloba dovolj veliko frekvenco oziroma dovolj majhno valovno dolžino.

7.6 Polprevodniški merilniki svetlobe

V trdni snovi so elektroni razporejeni po energijskih pasovih. V vsakem energijskem pasu je ogromno število energijskih nivojev za elektrone. Posamezni energijski pasovi so ločeni s prepovedanimi pasovi. Zadnjemu popolnoma zasedenemu energijskemu pasu pravimo valenčni pas, prvemu naslednjemu pa prevodni pas (slika 7.4). Fizikalne lastnosti snovi – nas zanima predvsem prevodnost – pa so odvisne od lege in zasedenosti energijskih pasov. Snov prevaja električni tok, če se elektroni lahko gibljejo, kar pomeni, da morajo biti na razpolago nezasedeni nivoji. Popolnoma prazen prevodni pas in energijsko širok prepovedani pas (10 eV ali več) dajeta snovi lastnosti izolatorja. Če je prepovedani pas ožji, je snov polprevodnik, v prevodnikih pa je prevodni pas delno zaseden z elektroni.



Slika 7.4: *Razporeditev elektronov po energijskih pasovih. Sivo so označeni zasedeni elektronski nivoji v energijskem pasu. Meja med valenčnim ter prepovedanim pasom je označena z debelo polno črto in meja med prepovedanin ter prevodnim pasom je označena z debelo črtkasto črto. Če je temperatura polprevodnika večja od nič ali če je polprevodnik osvetljen, nekaj elektronov preide v prevodni pas (tanke črte), zato v valančnem pasu nastanejo vrzeli, ki so označene z belo črto.*

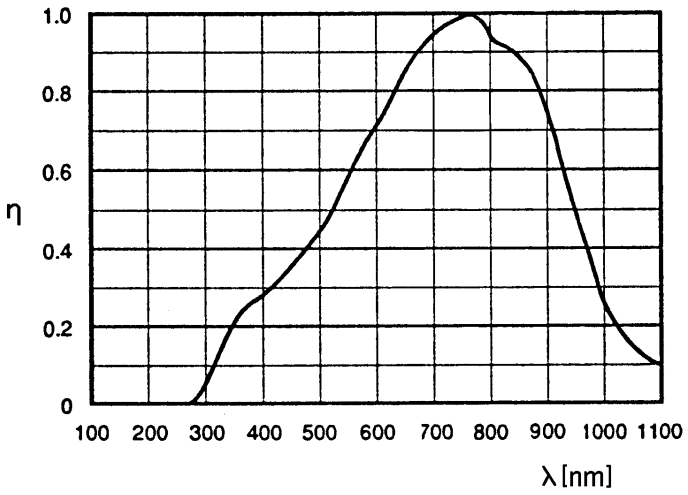
Če polprevodnik ni osvetljen, je pri nizkih temperaturah prevodni pas popolnoma prazen, valenčni pas pa popolnoma zaseden. Ker v valenčnem pasu ni na razpolago praznih mest, se elektroni ne morejo gibati tako, da bi prevajali električni tok. Če pa dobijo nekaj energije iz okolice (termično vzbujanje ali pa absorpcija fotona), lahko preidejo v prevodni pas, zato se polprevodnikom upor zmanjšuje s temperaturo in osvetljenostjo. Verjetnost, da bo posamezen foton "izbil" elektron v prevodni pas, je odvisna od širine prepovedanega pasu in energije (valovne dolžine) fotona.

Najpogosteje uporabljamo polprevodniške merilnike (fotoupore, fotodiode, fototranzistorje) iz silicija ali selena ter iz svinčevega in kadmijevega sulfata. Za njihovo napajanje potrebujemo nizko napetost (od 3 V do 30 V). Spektralna občutljivost (η) polprevodniškega merilnika svetlobe, ki ga uporabljamo pri vaji, je prikazana na sliki 7.5.

7.7 Oko

Človeško oko je med najbolj občutljivimi merilniki svetlobe.

V očeh višjih živalskih vrst preslikata roženica in očesna leča predmet na mrežnico, v kateri so za svetlobo občutljive celice, fotoreceptorji. Fotoreceptorsko celico sestavljata del, ki skrbi za energijsko preskrbo celice in električni prenos signala do živca, in del, v katerem se svetloba absorbira in se svetlobni dražljaj preko kemične pretvorbe spremeni v električnega. Bistveni sestavni del tega dela je membrana z veliko površino. V membrani

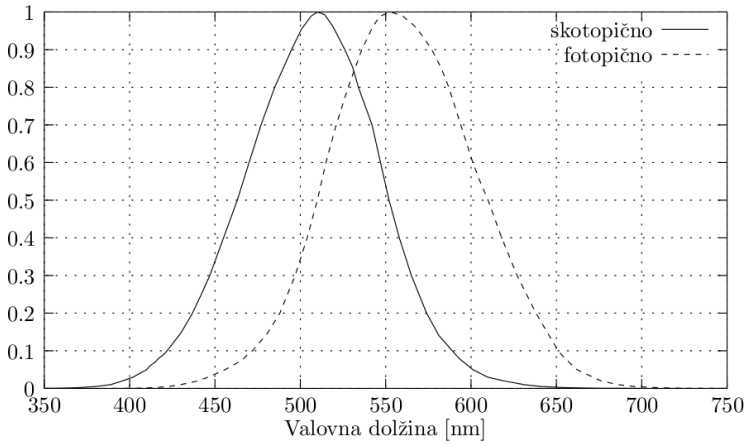


Slika 7.5: *Občutljivost polprevodniškega detektorja v odvisnosti od valovne dolžine. Občutljivost je prikazana v relativnih deležih glede na največjo občutljiost, ki je pri valovni dolžini 760 nm.*

so kromoproteini (pri človeku je to rodopsin), ki se ob absorpciji fotona kemično spremenijo (rodopsin razpade na opsin in retinal), kar sproži še druge kemijske reakcije, ki povzročijo spremembo prevodnosti celične membrane. Ravnovesna porazdelitev anionov in kationov na obeh straneh membrane se poruši, kar lahko opišemo kot napetostni sunek, ki se preko sinapse prenese na očesni živec.

Za razcep kromoproteinske molekule je potrebna energija, ki jo prinese foton. Ker mora biti energija fotona dovolj velika, je oko občutljivo le za fotone z valovno dolžino, manjšo od približno 700 nm. Oko po drugi strani ne zazna fotonov z valovno dolžino, manjšo od 410 nm, ker se absorbirajo v očesni leči in roženici. Glede na to imenujemo območje elektromagnetnega valovanja med 410 nm in 700 nm vidna svetloba. Kadar so v vpadni svetlobi zastopane bolj ali manj vse valovne dolžine v tem intervalu, svetlobo zaznavamo kot belo; v tem primeru odreagirajo na vpadne fotone vse tri vrste fotoreceptorjev - čepkov, občutljivih na različne barve: rdečo, zeleno in modro. Kadar v vpadni svetlobi dobršen pas valovnih dolžin manjka, svetlobo zaznamo kot obarvano, pri čemer različne barve zaznavamo ob različnih kombinacijah aktiviranih čepkov. Kot rumeno svetlobo na primer zaznamo svetlobo, na katero se v približno enaki meri odzovejo fotoreceptorji za rdečo in zeleno barvo.

Barve lahko ločimo le pri dovolj veliki gostoti svetlobnega toka. Oko je za zmerno močno svetlobo (fotopično gledanje s čepki) najbolj občutljivo za svetlobo z valovno dolžino 560 nm. Če pa je svetloba šibka, gledamo z drugimi, za svetlobo občutljivimi celicami - paličicami. Vrh občutljivosti se premakne na 510 nm (skotopično gledanje). Po eni uri v



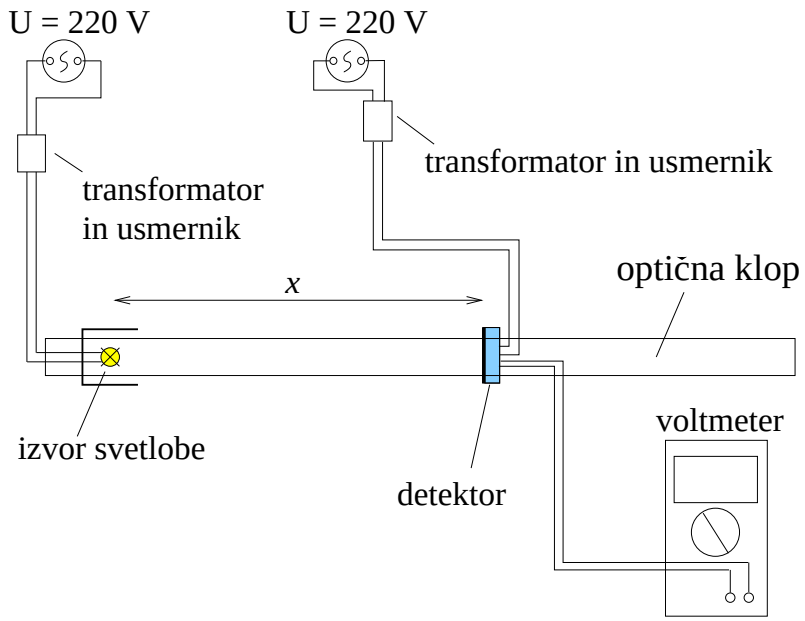
Slika 7.6: *Spektralna občutljivost očesa, ki je podana v relativnih deležih glede na največjo občutljivost.*

temi zazna povprečno oko nanosekunden blisk z valovno dolžino 510 nm že, če je v njem vsaj petdeset fotonov. Občutljivost se od očesa do očesa razlikuje, tako da lahko sproži dražljaj v vidnem živcu v najboljšem primeru celo že pet fotonov. Časovna ločljivost očesa je približno 1/25 s. Ustrezni spektralni občutljivosti očesa sta narisani na sliki 7.6.

Daljše valovne dolžine kot vidna ima infrardeča svetloba, krajše pa ultravijolična. Del ultravijolične svetlobe z valovnimi dolžinami blizu vidne svetlobe opazimo kot rumenkasto meglico zaradi fluorescence flavina v roženici. Ultravijolična svetloba poškoduje roženico, zaščitimo se lahko s filtri (dobra sončna očala ne prepuščajo valovnih dolžin pod 400 nm), delno pa že s steklom, saj prepušča le svetlobo z valovnimi dolžinami nad 320 nm.

Naloge:

1. Izmerite gostoto svetlobnega toka v odvisnosti od oddaljenosti od žarnice.
2. Določite razdaljo med zarezami mrežice, če poznate valovno dolžino (rdeče) svetlobe priloženega svetila.
3. Določite spekter bele svetlobe, ki jo seva v nosilec vpeta svetilka. Spektralna občutljivosti uporabljenega polprevodniškega detektorja je podana na sliki 7.5.
4. Določite razdaljo med skrajnima barvama v opazovanem spektru.
5. Fakultativno: Poglejte, kako se spremeni spekter bele svetlobe, če uporabite barvni filter. Opazujete lahko tudi spremembe v spektru ob uporabi priloženih sončnih očal. Kakšen pa je spekter svetlobe, ki jo seva svetilka vašega telefona?



Slika 7.7: *Shema vezave pri merjenju gostote svetlobnega toka v odvisnosti od razdalje med svetilom in detektorjem (x).*

Potrebščine: optična klop

izvor svetlobe (žarnica)

detektor svetlobe (merilec svetlobnega toka: majhna črna kvadratna ploščica približno na sredini navpičnega plastičnega nosilca)

merilo

Izvedba

1) Merjenje svetlobnega toka v odvisnosti od razdalje med svetilom in detektorjem: Svetlobni izvor priključite na ustrezno napetost in ga postavite na optično klop. Ustrezno povežite tudi detektor, napajanje za detektor in voltmeter (slika 7.7). Preverite, če je napajanje detektorja vključeno.

   Vse meritve naj potekajo v temi. Voltmeter naj bo nastavljen na istosmerno napetost (oznaka $\overline{\sim}$). Voltmeter ima vgrajeno lučko za odčitavanje, ki jo prižgemo z rumenim gumbom, pomagate pa si lahko tudi z baterijsko svetilko. Ne svetite z njo neposredno na detektor! Odziv polprevodniškega detektorja narašča z osvetljenostjo in temperaturo, zato izmerite napetost na detektorju, ko ni osvetljen. Dobljeno vrednost bomo vzeli kot referenčno napetost, saj privzamemo, da se temperatura med

celotno meritvijo ne bo bistveno spreminjala. Pri vseh meritvah svetlobnega toka od izmerjene napetosti odštejte to referenčno napetost.

Gostoto svetlobnega toka, ki pade na detektor, spreminjajte tako, da spreminjate razdaljo med svetilom in detektorjem (x). Gostota svetlobnega toka, ki ga točkasto svetilo seva enakomerno v vse smeri, pada s kvadratom razdalje

$$j = \frac{C}{x^2} \,. \tag{7.9}$$

Izpeljava

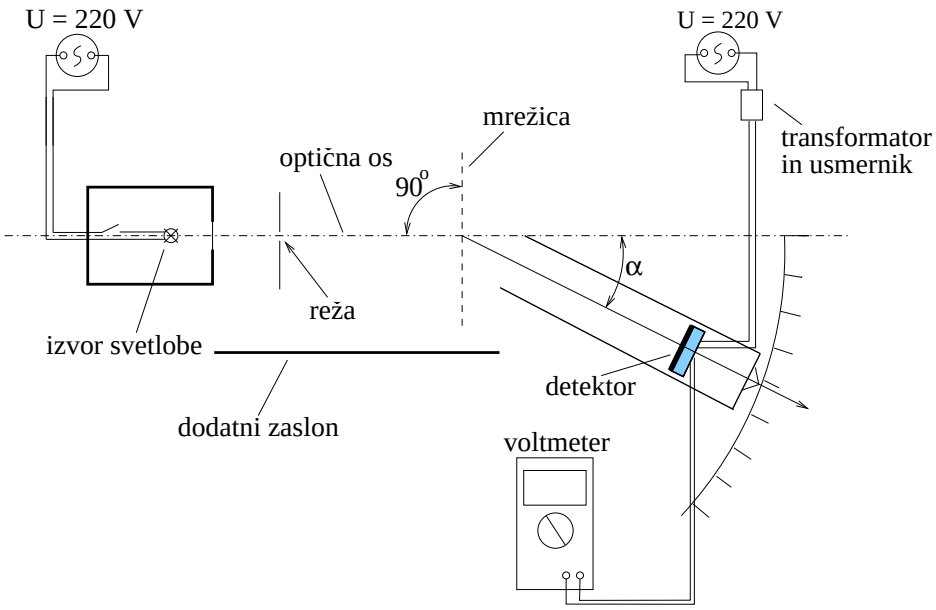
Zakaj gostota svetlobnega toka pada ravno s kvadratom razdalje? Svetilo seva enakomerno v vse smeri, pri čemer je svetlobni tok (P) konstanten in se ohranja. Če si zamislimo, da je svetilo nameščeno v središču krogle, so torej točke na notranji površini krogle (S) enakomerno osvetljene. Ker je površina krogle sorazmerna z razdaljo od svetila na kvadrat, je gostota toka ($j = P/S$) tako v katerikoli smeri na določeni razdalji enaka in obratno sorazmerna s kvadratom razdalje. Upoštevali smo, da je absorpcijski koeficient zraka za svetlobo tako majhen, da lahko absorpcijo v zraku zanemarimo.

Izmerite napetost na detektorju pri desetih oddaljenostih detektorja od svetila. Upoštevajte, da odboji znotraj ohišja navidezno povečajo svetilo, zato merite na razdaljah, ki so velike v primerjavi z dimenzijami svetila. Oddaljenosti izberite tako, da bodo točke v diagramu, ki bo prikazoval izmerjeno napetost v odvisnosti od recipročne vrednosti kvadrata razdalje, približno enakomerno porazdeljene (več točk pri manjših oddaljenostih). Narišite odvisnost napetosti U od $1/x^2$ in preverite, če leže dobljene točke na premici. Ker je gostota svetlobnega toka obratnosorazmerna s kvadratom razdalje x (enačba 7.9), lahko za območje, kjer izmerjene točke ležijo na premici, zapišemo zvezo $j = \text{konst.}U$.

2) Določanje razdalje med režami uklonske mrežice s pomočjo merjenja uklonskega kota laserske svetlobe z valovno dolžino 650 nm.

OPOZORILO: NIKOLI NE GLEJTE DIREKTNO V IZVOR SVETLOBE.

Najprej prestavite detektor z optične klopi na sanke premične roke spektrometra, in prižgite svetilo. Nato preverite, če je spekrometer pravilno nastavljen. To pomeni, da so izvor svetlobe, reža in uklonska mrežica na isti osi, kar preverite tako, da je mrežica osvetljena na sredini (slika 7.8). Preverite pravokotno postavitev uklonske mrežice: oznaka 0° mora biti na sredinski črti, gledano z vrha. Ko je vse na mestu, je sredina ničtega uklonskega maksimuma točno na mestu z oznako 0°. Ugasnite svetilo in prižgite laser. Laser imejte prižgan samo med meritvijo. Za valovno dolžino laserja vzemite 650 nm.



Slika 7.8: *Shema vezave pri merjenju razdalje med režama pri uklonski mrežici in pri merjenju spektra.*

Sedaj ste vse pripravili za določitev smeri prvega uklonskega maksimuma. Premično roko z detektorjem premikate v smeri naraščanja kota α toliko časa, da je rdeča pika prvega uklonskega maksimuma točno na liniji, ki označuje sredino detektorja. Na skali odčitajte uklonski kot in izračunajte razdaljo med sosednjimi režami optične mrežice (enačba 7.4).

3) Merjenje spektra svetlobe, ki jo oddaja bela dioda: Prižgite belo svetilko. Enako kot pri točki 2 preverite, da je ničti uklonski maksimum res na oznaki 0°. Opazujte prvi uklonski maksimum. Kakšen je spekter svetlobe, ki ga seva svetilo? Pri katerem kotu pričakujete rdeči del spektra?

   Z dodatnim zaslonom poskrbite, da na detektor pada res le svetloba, ki je prešla optično mrežico in ne tudi svetloba, ki bi do detektorja prišla neposredno od svetila – mimo mrežice. Pri vklopljenem izvoru svetlobe ponovno izmerite referenčno napetost, tako da postavite detektor v temen del med ničti in prvi uklonski maksimum. S to meritvijo boste določili ozadje za dano postavitev, to je odziv detektorja zaradi temperature in sipane svetlobe, ki ne pripada uklonskemu maksimumu. Zapišite si izmerjeno referenčno napetost (U_{oz}).

   Premerite spekter svetlobe v odvisnosti od kota. Meriti začnete na levi strani spektra razklonjene svetlobe, torej tako, da postavite detektor tik pred začetek prvega uklonskega maksimuma (v pripravljeno tabelo si zapisujte kote α in ustrezne napetosti na izhodu detektorja (U_{i})). Meritev ponavljajte, s tem, da vsakokrat povečate kot α za eno stopinjo, tolikokrat, da pride detektor ponovno v temno področje na drugi strani

spektra. Za vsako odčitavanje z voltmetra ugasnite baterijsko svetilko! Ob zapisanih kotih in izmerjenih napetostih si zabeležite tudi barvo uklonjenih žarkov. Ker od prejšnje naloge poznate razdaljo med sosednjimi režami, v naslednji stolpec tabele pri vsaki merski točki izračunajte valovne dolžine pripadajoče svetlobe po enačbi 7.4.

Pri posamezni valovni dolžini lahko nato določimo gostoto svetlobnega toka, pri čemer upoštevamo ozadje (od izmerjenih napetosti vsakokrat odštejemo referenčno napetost) in različno občutljivost polprevodniškega detektorja za svetlobe različnih valovnih dolžin (slika 7.5). Občutljivost 0,25 npr. pomeni, da detektor zazna le 25 % vpadne svetlobe in odčitek napetosti na detektorju je zato ustrezno manjši. Gostota vpadnega toka je tako sorazmerna z $(U_\mathrm{i} - U_\mathrm{oz})/\eta$; pri vsaki valovni dolžini to razmerje izračunajte in vpišite v zadnji stolpec tabele. Narišite diagram odvisnosti gostote svetlobnega toka od valovne dolžine.

Da je gostota svetlobnega toka linearno odvisna od napetosti na izhodu detektorja, ste ugotavljali pri točki 1. V bistvu tako izmerjen spekter podaja odvisnost $\Delta j/\Delta\lambda$ od λ, a čim bolj je $\Delta\lambda$ majhna, tem bolj upravičeno lahko vrhove stolpcev povežemo z gladko krivuljo in to predstavimo kot odvisnost $dj/d\lambda$. Seveda se moramo zavedati, da lahko pri malo izmerjenih točkah zaradi tega izgubimo kakšno značilnost spektra (na primer črto pri sestavljenem spektru).

4) Določite razdaljo med skrajnima vidnima barvama v spektru: izmerite, za koliko sta razmaknjeni vijolični in rdeči pas na steni. Nato izmerite razdaljo od uklonske mrežice do zaslona (stene) in s pomočjo izmerjenih kotov obeh skrajnih barv (vijolično in rdečo) izračunajte razmik med njima. Rezultat računa primerjajte z meritvijo.

5) Dodatne naloge: Preverite, kako se spremeni spekter svetlobe, če vstavite barvni filter (na voljo so rdeč, zelen in moder filter) v nosilec na optični osi. Ali opazite kakšno razliko, če filter vstavite pred ali pa za uklonsko mrežico? Kateri filter bi vam bil v pomoč pri iskanju jagod med zelenjem? Ker ni sezona za jagode, je za vajo priložena le fotografija. Kako obarvana stekla bi svetovali za nabiranje jagod nekomu, ki ne loči barv?

   Kaj pa se spremeni, če na optično pot vstavite stekla sončnih očal? Razmislite, katere so lastnosti kvalitetnih sončnih očal in ali jih lahko z našim spektrometrom preverite.

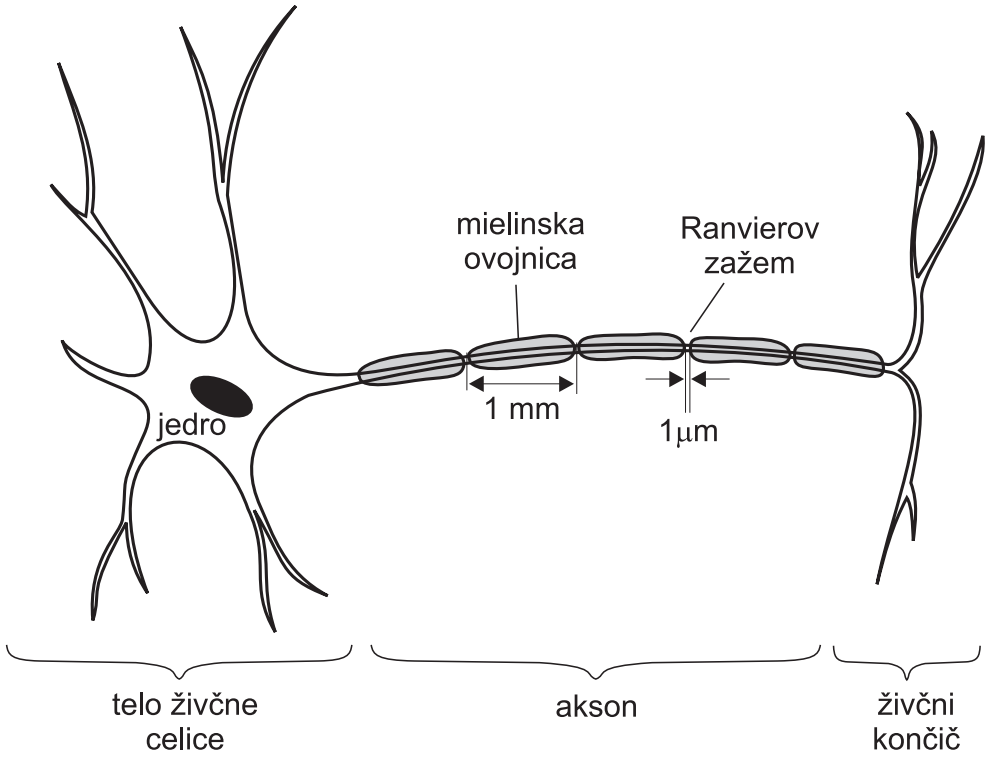
   Ali znate na zaslonu prikazati tudi spekter svetlobe, ki jo seva svetilka mobilnega telefona? Se ta spekter na kakšen način razlikuje od že prej premerjenega spektra bele svetlobe?

8 Prevajanje električnih sunkov po živčnem vlaknu

Pri tej vaji se bomo seznanili z osnovnimi značilnostmi prevajanja električnih sunkov po mieliniziranem delu živčnih vlaken.

8.1 Struktura in električne lastnosti živčnega vlakna

Živčna vlakna – *aksoni* – so podaljški živčnih celic, po katerih se prenašajo dražljaji od ene do druge živčne celice. Debelina aksonov je nekaj mikrometrov, dolgi pa so lahko tudi več kot en meter. Membrano aksonov nekaterih tipov živčnih celic obdaja mielinska ovojnica (slika 8.1), ki jo tvorijo posebne celice — v perifernem živčevju so to *Schwannove celice*, v centralnem pa mielinske ovojnice tvorijo *oligodendrocite*. Mielinske ovojnice akson obdajajo po približno 1 mm dolgih odsekih, med katerimi so 1 μm dolgi *Ranvierovi zažemi* brez mielina. Raztopina v notranjosti aksona se imenuje aksoplazma. Ker se po živčnih vlaknih dražljaji prenašajo v obliki električnih signalov, je poznavanje električnih lastnosti živčnih vlaken ključno za razumevanje delovanja živčnega sistema.



Slika 8.1: *Tipična živčna celica z mieliniziranim živčnim vlaknom – aksonom.*

Enako kot vse telesne raztopine sta zaradi vsebnosti ionov električno prevodni tudi aksoplazma in raztopina, ki celice obdaja. Notranjost in zunanjost celice loči celična membrana, ki je v mirovnem stanju slabo prepustna za nekatere ione (Na^+, K^+...). Poleg tega

aktivni membranski transport (zanj je potrebna energija v obliki molekul ATP) neprestano vzdržuje razliko koncentracij različnih ionov med aksoplazmo in zunanjo raztopino. Zaradi različnih koncentracij ionov v notranji in zunanji raztopini je med notranjostjo in zunanjostjo celice napetostna razlika, ki ji pravimo *membranski potencial*. Živčne celice imajo zmožnost vzdraženja – če se njihov membranski potencial spremeni preko kritične vrednosti, se membranska ionska prepustnost zelo poveča in v aksoplazmo steče ionski tok, ki se pozna kot kratek sunek membranske napetosti (ta napetostni sunek se imenuje tudi *akcijski potencial*). Nastanek akcijskega potenciala na enem mestu membrane povzroči kritično spremembo napetosti v soseščini, zato se membrana vzdraži tudi tam – akcijski potencial lahko tako v živčnih celicah potuje vzdolž membrane.

Mielin je električno neprevoden, zato lahko v mieliniziranih aksonih ionska izmenjava (in z njo nastanek akcijskega potenciala) poteka le v Ranvierovih zažemih ne pa tudi v mieliniziranih odsekih aksona. Ti se tako obnašajo kot pasivni električni vodniki. Električni signal torej po mieliniziranih aksonih potuje na naslednji način: vzdolž mieliniziranega odseka se napetostni sunek širi enako kot po električnem kablu, v Ranvierovih zažemih pa vzdraži membrano in povzroči nastanek dodatnega sunka napetosti ter se s tem ojači. Akcijski potencial tako ne potuje vzdolž celotne dolžine živca, ampak se pojavlja le v Ranvierovih zažemih. Tako prevajanje se imenuje *saltatorno prevajanje* in ima nekaj prednosti pred prevajanjem po nemieliniziranih aksonih. Predvsem je saltatorno prevajanje hitrejše in potrebuje manj ATP od prevajanja po nemieliniziranih živcih. Z izgubo mielina v živčnih vlaknih so povezana različna bolezenska stanja, na primer multipla skleroza.

8.2 Prevajanje električnega sunka po mieliniziranem odseku živca

Mieliniziran odsek živca je s stališča električne prevodnosti podoben koaksialnemu električnemu kablu*: ima prevodno sredico (aksoplazmo), ki jo obdaja plašč izolacije (mielinska ovojnica), zunanjost pa je spet prevodna. Ker v splošnem velja, da je električna upornost obratno sorazmerna prečnemu preseku, skozi katerega tok teče, je električna upornost notranjosti aksona obratno sorazmerna kvadratu radija vlakna: $R \propto \xi/\pi r_a^2$, kjer je ξ specifična upornost raztopine, r_a pa radij aksona. Prečni presek, skozi katerega lahko teče električni tok, je v zunanjosti aksona zelo velik, zato je električni upor zunanje raztopine zanemarljiv v primerjavi z uporom notranjosti aksona. Ker je aksoplazma mnogo slabši prevodnik od kovin (glej tabelo 8.1), je električna upornost mieliniziranega odseka živca veliko večja kot pri električnem kablu. Po koaksialnem kablu lahko električni signal brez dodatne ojačitve prepotuje tudi več sto metrov, mielinizirani živec pa potrebuje na približno vsak milimeter Ranvierov zažem, v katerem se signal ojači.

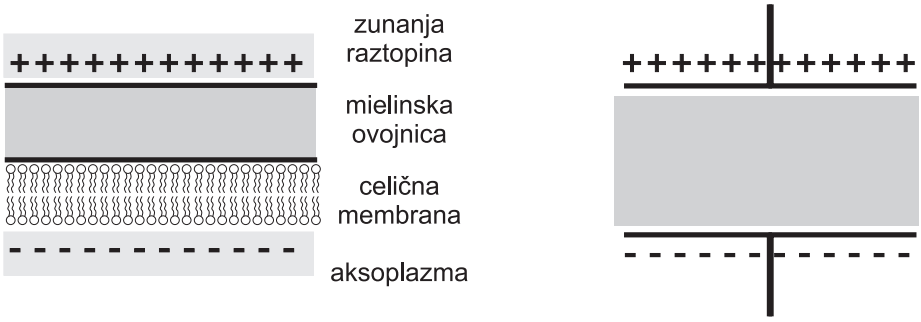
V mieliniziranih odsekih zaradi električno neprevodne mielinske ovojnice ni ionske izmenjave med aksoplazmo in zunanjo raztopino. Ker pa membrana z ovojnico predstavlja neprevodno mejo med dvema prevodnikoma, ima svojo električno kapaciteto (podobno kot električni kondenzator, slika 8.2). Napetostna razlika med aksoplazmo in zunanjo raztopino U je tako sorazmerna razliki v električnem naboju na obeh straneh e in obratno

*Primer koaksialnega kabla je kabel, ki povezuje TV sprejemnik in anteno.

Tabela 8.1: *Specifične električne upornosti nekaterih snovi.*

snov	specifična upornost [Ω mm^2/m]
baker	0,017
aksoplazma	2×10^6
PVC	10^{17}

sorazmerna električni kapaciteti membrane C, $U = e/C$. Podobno kot v ploščatem kondenzatorju tudi pri membrani velja, da je kapaciteta sorazmerna površini prevodnikov in obratno sorazmerna debelini izolacije. Za živce tako velja, da večji kot je radij živca (in s tem površina), večja je kapaciteta, ter večja kot je debelina mielinske ovojnice, manjša je kapaciteta. Tipična kapaciteta kvadratnega milimetra mielinizirane membrane je približno 50 pF.



Slika 8.2: *Celična membrana (levo) je z električnega stališča podobna električnemu kondenzatorju (desno), saj v obeh primerih izolator razmejuje dva ločena prevodna dela. Pri živčnih celicah tako električno neprevodna membrana z mielinsko ovojnico razmejuje aksoplazmo od zunanje raztopine. Razlika v naboju na obeh straneh membrane e je (podobno kot pri kondenzatorju) preko kapacitete C povezana z razliko napetosti U, $e = CU$. Kapaciteta je v obeh primerih sorazmerna površini prevodnikov in obratno sorazmerna debelini izolacije.*

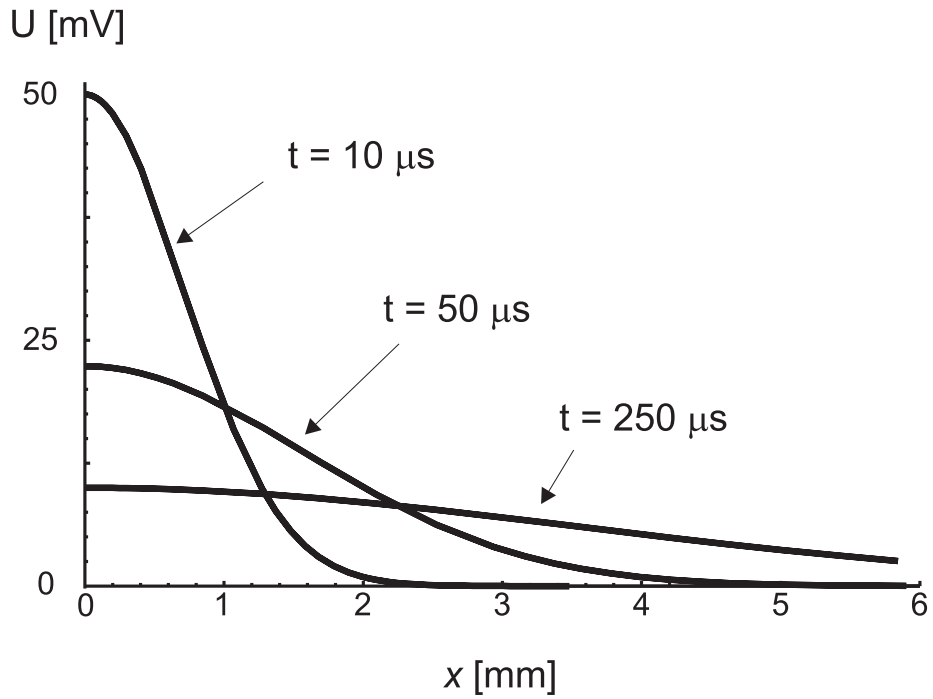
Zaradi preprostih električnih lastnosti mieliniziranega odseka je mogoče natančno izračunati, kako se po njem širijo električni sunki. Natančen račun presega naše okvire, zato bomo tu navedli le glavne rezultate. Ko na Ranvierovem zažemu pride do nastanka akcijskega potenciala, v aksoplazmo vdre nekaj pozitivnega električnega naboja. Izkaže se, da se ta naboj vzdolž mieliniziranega odseka širi podobno, kot se razširi črnilo, ki ga kapnemo v posodo z vodo. Skupaj z nabojem vzdolž živca potuje tudi električna napetost med aksoplazmo in zunanjo raztopino ($U = e/C$). Račun pokaže, da širjenje napetosti

v odvisnosti od časa t in razdalje od začetka mieliniziranega odseka x popiše naslednja enačba

$$U(t,x) = A\sqrt{\frac{\mathrm{rc}}{t}}\; e^{-\frac{\mathrm{rc}\,x^2}{4t}}\;, \tag{8.1}$$

kjer je r električna upornost aksoplazme na enoto dolžine ($r = R/L$), c pa električna kapaciteta membrane z ovojnico na enoto dolžine ($c = C/L$). Konstanta A je sorazmerna s količino naboja e_A, ki ga je živec prejel z dražljajem, $A = e_A/(c\sqrt{\pi})$. Mimogrede: funkcija iz enačbe (8.1) ima pri danem času obliko Gaussove krivulje s sredino pri $x = 0$ in standardno deviacijo $\sqrt{2t/rc}$.

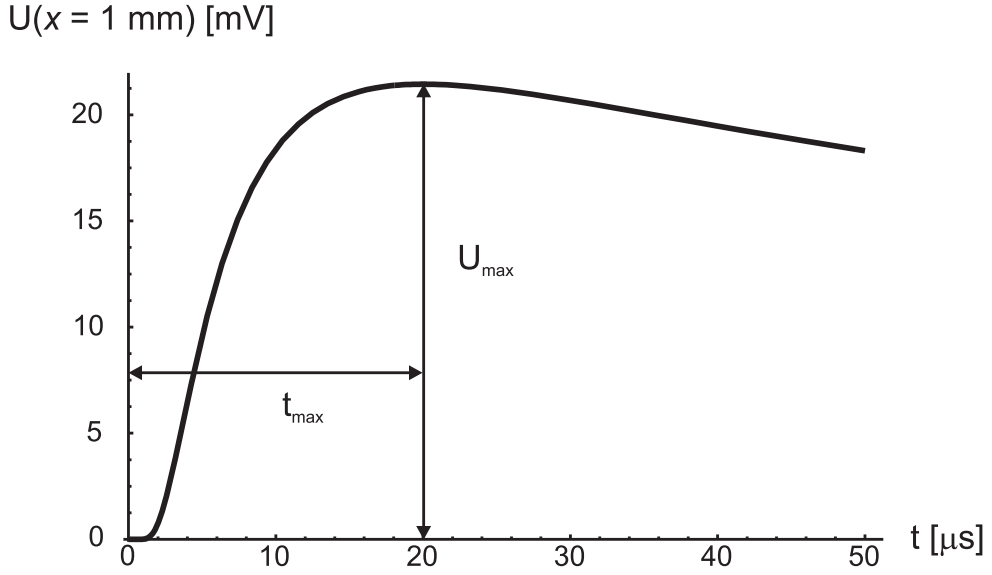
S pomočjo enačbe (8.1) lahko narišemo, kakšna je napetost med aksoplazmo in zunanjo raztopino vzdolž mieliniziranega odseka živca ob nekem izbranem času. Slika (8.3) prikazuje $U(x)$ pri treh različnih časih t. Iz slike vidimo, da je v vsakem trenutku napetost v mieliniziranem odseku največja na njegovem začetku.



Slika 8.3: *Napetost med aksoplazmo in zunanjo raztopino vzdolž mieliniziranega odseka živca ob treh različnih časih od sprožitve sunka na začetku odseka. Slika je narisana s pomočjo enačbe 8.1, za vrednosti konstant:* $c = 2\ pF/mm$, $r = 20 \times 10^6\ \Omega/mm$ *in* $e_A = 8,75 \times 10^{-14}\ As$. *Krivulje na sliki imajo obliko Gaussove krivulje.*

Poleg tega si lahko s pomočjo enačbe (8.1) narišemo, kako se na nekem mestu mieliniziranega odseka napetost med aksoplazmo in zunanjo raztopino spreminja s časom $U(t)$. Slika 8.4 prikazuje, kako se s časom spreminja napetost na razdalji $x = 1$ mm od začetka odseka. Ob času $t = 0$, ko je naboj ravno vdrl na začetek mieliniziranega odseka, se to

pri razdalji $x = 1$ mm še ne pozna in je napetost tam 0 mV. Ko se naboj širi po aksoplazmi, napetost narašča, ob času $t_{\max}$ doseže največjo vrednost $U_{\max}$ in nato začne spet padati. Zaradi sunka napetosti na začetku mieliniziranega odseka aksona se torej s časovno zakasnitvijo $t_{\max}$ sunek napetosti pojavi tudi na drugih delih mieliniziranega odseka.



Slika 8.4: *Časovni potek sunka napetosti med aksoplazmo in zunanjo raztopino pri $x = 1$ mm. Vrednosti konstant so enake kot pri sliki 8.3.*

Čas $t_{\max}$ lahko izračunamo s pomočjo enačbe (8.1). Maksimum napetosti nastopi takrat, ko je odvod napetosti $U(t, x)$ po času enak 0. Iz tega pogoja dobimo zvezo za zakasnitev vrha signala v odvisnosti od razdalje

$$t_{\max}(x) = \frac{1}{2} r c x^2 \ . \tag{8.2}$$

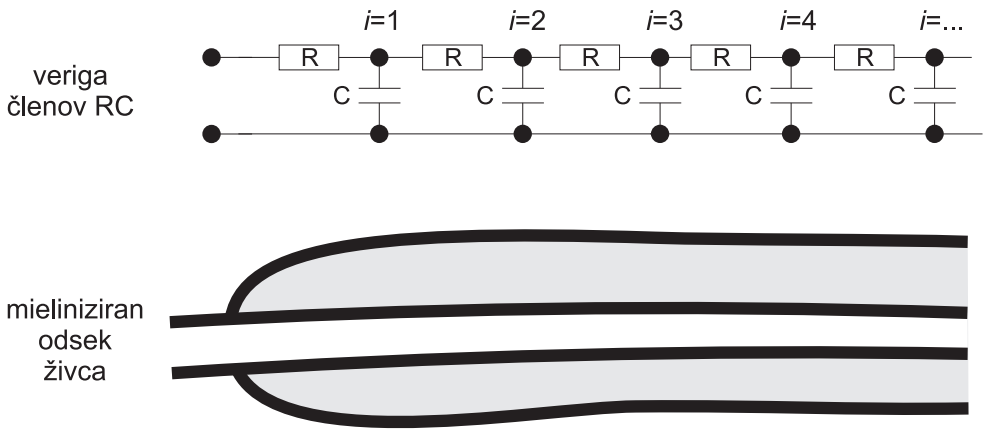
Če ta rezultat vstavimo nazaj v enačbo (8.1) (s $t = t_{\max}$), dobimo odvisnost višine signala od razdalje

$$U_{\max}(x) = \frac{e_A}{c} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ \frac{1}{x} \propto \frac{1}{x} \ . \tag{8.3}$$

Vidimo, da višina signala v mieliniziranem odseku aksona pada obratno sorazmerno z razdaljo. Mielinizirani odseki tako ne morejo biti poljubno dolgi in morajo biti zato na določenih razdaljah prekinjeni z Ranvierovimi zažemi, kjer se signal ojači. Hitrost prevajanja je največja, če je produkt upornosti in kapacitete rc čim manjši (hitrost je velika, ko je majhen $t_{\max}$, enačba 8.2). Hkrati se z majhno kapaciteto c tudi $U_{\max}$ najmanj zmanjša (enačba 8.3).

8.3 Veriga členov RC kot model za mieliniziran odsek živca

Meritve na pravem mieliniziranem odseku aksona so zapletene, zato si bomo pri vaji pomagali z modelom, ki ima podobne električne lastnosti. Dober model mieliniziranega odseka aksona med dvema sosednjima zažemoma je veriga členov uporov R in kondenzatorjev C. Tako kot mieliniziran akson ima tudi veriga členov RC določeno upornost in določeno kapaciteto na dolžinsko enoto (slika 8.5). Napetostni sunki se zato po verigi členov RC prevajajo enako kot po mieliniziranemu odseku aksona. Ker ima zunanja raztopina v primerjavi z aksoplazmo zanemarljivo upornost, so upori v verigi le na strani, ki predstavlja aksoplazmo. Sunke električne napetosti, do katerih v aksonu prihaja v Ranvierovih zažemih, bomo pri vaji ustvarili z generatorjem sunkov, ki ga priključimo na začetek verige RC.



Slika 8.5: *Mieliniziran odsek aksona (spodaj) ima enake električne lastnosti kot veriga členov RC (zgoraj). Stran verige z upori R predstavlja aksoplazmo, spodnja stran verige predstavlja zunanjo raztopino, kondenzatorji C pa predstavljajo kapaciteto membrane z mielinsko ovojnico. Razdaljo vzdolž verige členov RC bomo iznačevali z indeksom i, ki označuje število členov RC od začetka verige.*

Pri vaji bomo merili, kako se napetost na verigi RC spreminja s časom. Razdalje od začetka ne bomo označevali z x v mm ampak kar z indeksom i, ki označuje število členov RC od začetka verige (slika 8.5). Zato bomo v skladu z enačbo (8.2) na i-tem mestu izmerili maksimum napetosti po času

$$t_{\max}(i) = \frac{1}{2} RCi^2 \ . \tag{8.4}$$

Podobno sledi iz enačbe (8.3), da bo višina sunkov napetosti v verigi padala kot $1/i$

$$U_{\max}(i) \propto \frac{1}{i} \ . \tag{8.5}$$

Nalogi: 1. Z osciloskopom opazujte električne sunke v verigi členov RC, ter na isti graf narišite potek napetosti na treh merilnih mestih ($i = 10$, $i = 15$ in $i = 20$).

2. Izmerite višino sunka napetosti ($U_{\max}$) in njegovo časovno zakasnitev ($t_{\max}$) na različnih merilnih mestih. Preverite ujemanje meritev z enačbama 8.4 in 8.5.

Potrebščine: osciloskop

generator napetostnih sunkov

veriga členov RC, R=10 Ω, C=0,10 μF

Izvedba

1) Vključite osciloskop in generator napetostnih sunkov, počakajte, da se ogrejeta ter ju zvežite z verigo členov RC kot kaže slika 8.6. Ozemljitvi z osciloskopa in generatorja napetostnih sunkov (črni žici) morata biti priključeni na tisto stran verige RC, ki nima uporov. Rdečo žico iz osciloskopa priključite najprej na merilno mesto $i = 30$.

   Osciloskop nastavite po navodilih, ki so priložena vaji. Osciloskop je inštrument, ki na svojem zaslonu prikazuje, kako se neka merjena napetost spreminja s časom.

   Generator sunkov ustvarja na začetku verige členov RC kratke sunke napetosti, ob katerih priteče v verigo nekaj naboja. Naboj se nato širi vzdolž verige, ob tem pa se vzdolž verige spreminja tudi napetost. Osciloskop na zaslonu prikazuje napetost na izbranem merilnem mestu v odvisnosti od časa. Prožilec osciloskopa (angl. *trigger*) je sinhroniziran z generatorjem sunkov tako, da je čas $t = 0$ na prikazu osciloskopa v tistem trenutku, ko generator na začetek verige RC pošlje sunek napetosti.

   Če sta vezava in nastavitev osciloskopa pravilni, bo na zaslonu prikazana časovna odvisnost napetostnega sunka na merilnem mestu $i = 30$ (potek napetosti na osciloskopu mora biti podoben tistemu s slike 8.4, le da je izhodišče koordinatnih osi na sredini zaslona).

   Velikost sunka napetosti se bo na različnih merilnih mestih precej razlikovala. Da bi dobili primerno sliko na vseh merilnih mestih, boste morali med meritvami prilagajali območje prikaza napetosti in časa na osciloskopu. Z delovanjem gumbov za nastavljanje območja prikaza na zaslonu se najlažje seznanite tako, da jih malo vrtite in ob tem opazujete, kako se spreminja slika signala (v navodilih za nastavitev osciloskopa so gumbi za nastavitev območja prikaza obarvani z rdečo).

2) **Naloga 1.** Opazujte časovni potek napetosti na treh merilnih mestih ($i = 10$, $i = 15$ in $i = 20$).

   Primerno sliko, kjer bodo poteki napetosti na vseh treh mestih prikazani preko vsega zaslona, dobite npr. po naslednjem postopku. Merilno rdečo žico priključite najprej na $i = 10$. Enoto napetosti nastavite na 2 V, enoto časa 50 μs in šele potem izhodišče časa in napetosti postavite v levi spodnji kot zaslona (ne povsem do roba ampak le

3 kvadratke levo in 3 kvadratke dol od sredine zaslona). Če boste najprej prestavili izhodišče in šele nato prilagodili enoto časa, lahko izhodišče časa pade z zaslona!

Na isti diagram prerišite časovni potek napetosti na vseh treh merilnih mestih (to bo najlažje, če boste v vseh treh primerih uporabili kar isto nastavitev osciloskopa). Na narisanem grafu ne pozabite označiti enote časa in napetosti.

Se narisani poteki napetosti kdaj sekajo? Razmislite zakaj!

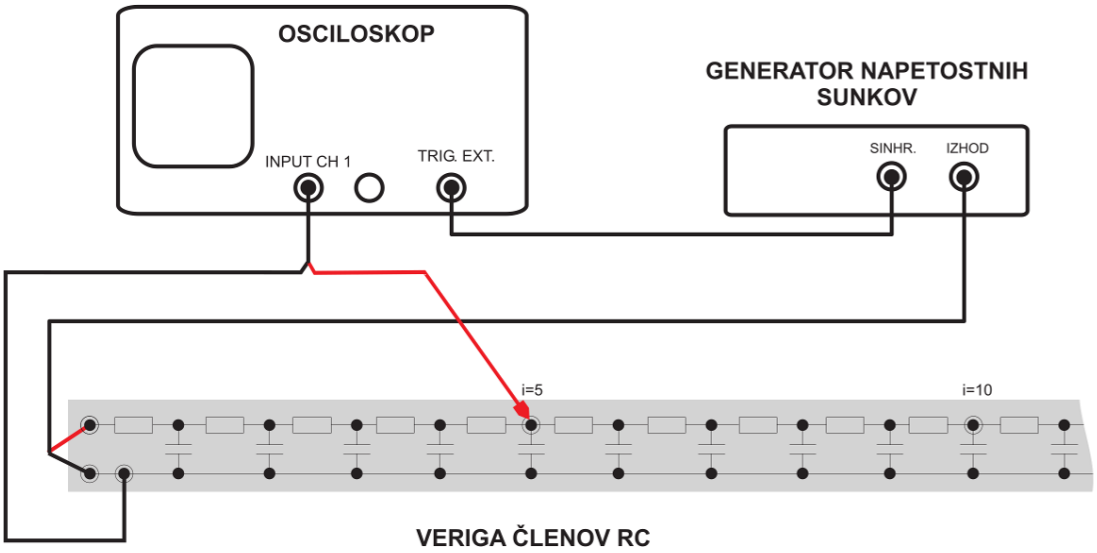
3) **Naloga 2.** Na vsakem merilnem mestu ($i = 5, 10, 15, 20, 25$ in 30) izmerite višino sunka napetosti $U_{\max}(i)$ in njegovo zakasnitev $t_{\max}(i)$. Pri vsaki meritvi izberite najprimernejše časovno in napetostno območje opazovanja, tako da boste obe vrednosti lahko kar najbolje razbrali z zaslona (sunek naj bo v vsakem primeru prikazan čim bolj čez ves zaslon).

Vrednost $U_{\max}(i)$ z zaslona razberete kot razliko med izhodiščem napetosti in vrha napetosti (sl. 8.4). Pri tem upoštevajte, da je višina enega kvadratka enaka izbrani enoti napetosti. Podobno določite vrednost $t_{\max}(i)$ — z zaslona razberete razliko med izhodiščem časa in časom vrha napetosti ter upoštevate, da je širina enega kvadratka enaka izbrani časovni enoti.

Meritve zapisujete v razpredelnico.

Izmerjeno višino sunkov napetosti $U_{\max}$ narišite kot funkcijo $1/i$. Če se meritve skladajo s teorijo, točke ležijo na premici (enačba 8.3).

Izmerjeno zakasnitev sunkov napetosti $t_{\max}$ narišite kot funkcijo kvadrata merilnega mesta (i^2). Če se meritve skladajo s teorijo, točke ležijo na premici (enačba 8.4). Narišite tudi premico, ki se najbolje prilega meritvam ter določite njen naklonski koeficient, $k = \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta i^2}$. Iz enačbe 8.4 sledi, da je vrednost naklonskega koeficienta enaka polovici produkta RC, $k = \frac{1}{2}RC$. Preverite, če je vrednost produkta RC, ki ga določite iz naklonskega koeficienta premice k, enaka vrednosti produkta RC, ki ga izračunate iz podatkov o R in C navedenih pri potrebščinah.



Slika 8.6: *Shema vezave. Izhod generatorja sunkov povežite z začetkom verige členov RC, pri čemer črno žico priključite na stran brez uporov, rdečo pa na stran z upori. Drugo žico priključite na vhod osciloskopa (CH 1), ter njen nasprotni črni konec s stranjo verige RC brez uporov. Z rdečim koncem te žice boste merili na merilnih mestih* $i = 5, 10....$ *Sinhronizirajte osciloskop in generator sunkov tako, da povežite še prožilec osciloskopa (EXT TRIG) in vhod generatorja sunkov (SINHR.). Osciloskop nastavite po navodilih, ki so mu priložena pri vaji.*

9 Prevodnost elektrolitskih raztopin

Pri tej vaji se bomo seznanili s pojmom elektrolitske raztopine, s silo, ki deluje na nabit delec v električnem polju ter s pojmi gibljivosti in ionskega toka. Naučili se bomo določiti specifično prevodnost elektrolitske raztopine in ugotovili, da je specifična prevodnost raztopine sorazmerna koncentraciji ionov v njej.

V živih sistemih prevajajo električni tok raztopine elektrolitov, tj. snovi, ki z raztapljanjem v vodi razpadejo (disociirajo) na ione. Za razliko od kovin, kjer so nosilci električnega toka prosti elektroni, prevajajo električni tok v elektrolitskih raztopinah ioni. Kadar so nosilci električnega toka ioni, govorimo o ionskem toku. Ionski tok teče med dvema mestoma, če med tema mestoma obstaja razlika elektrokemijskih potencialov, to je vsote kemijskega potenciala in energije iona v električnem potencialu. Če je elektrolitska raztopina v termodinamskem ravnovesju (povsod v raztopini so enaki temperatura, tlak in koncentracija), je razlika kemijskih potencialov enaka nič, na ionski tok pa vpliva le razlika v električnem potencialu.

Ionski tokovi igrajo v živih organizmih pomembno vlogo pri bioelektričnih pojavih, kot je prevajanje sunkov po živčnih vlaknih, in tudi v celičnem metabolizmu. Pomembni so na primer tokovi ionov H^+, K^+, Na^+ in Cl^-. Marsikdaj si pomagamo z merjenjem ionskih tokov tudi pri kliničnih in laboratorijskih preiskavah (določanje prevodnosti delov telesa, določanje ionov v elektrolitih).

9.1 Elektrolitske raztopine

Posamezni ioni lahko nosijo različno število osnovnih nabojev. Ker so molekule električno nevtralne, nastane pri disociaciji vedno enako število pozitivnih in negativnih nabojev; ni pa nujno, da je število pozitivno nabitih ionov (kationov) enako številu negativno nabitih ionov (anionov), primer je reakcija

$$\mathrm{Na_2SO_4} \rightleftarrows 2\,\mathrm{Na^+} + \mathrm{SO_4^{2-}}\ .$$

Koncentracija posamezne vrste ionov zato ni nujno enaka koncentraciji raztopine elektrolita. Vzeti pa smemo, da v razredčenih raztopinah močnih elektrolitov disociirajo vse molekule elektrolita, zato je koncentracija posamezne vrste ionov v tem primeru enaka kar celoštevilčnemu večkratniku koncentracije raztopine elektrolita.

9.2 Sila na ion v električnem polju

Če na ione ne deluje zunanje električno polje, se ti v snovi, kjer so razporejeni enakomerno, gibljejo le termično. Povprečna vrednost vsake od komponent hitrosti je takrat enaka nič, tako da se ioni v povprečju ne premikajo. Če pa je v raztopini električno polje ($\vec{E}$), ki ga npr. ustvarimo z v raztopino potopljenima elektrodama, priključeni na izvir napetosti, pa deluje na vsak ion s celotnim nabojem Ze_0 sila

$$\vec{F} = Ze_0\vec{E}\ . \tag{9.1}$$

kjer je Z valenca, ki določa večkratnik osnovnega naboja, e_0 pa je osnovni naboj ($1{,}6 \times 10^{-19}$ As). Zaradi te sile se kationi ($Z > 0$) gibljejo v smeri električne poljske jakosti, torej proti negativno nabiti elektrodi (katodi); anioni ($Z < 0$) pa se gibljejo v nasprotni smeri električne poljske jakosti, proti pozitivno nabiti elektrodi (anodi). Električni tok, ki teče skozi raztopino, je vsota toka anionov in toka kationov.

Na gibajoče se ione deluje tudi sila upora $\vec{F}_u$. Ioni se pri gibanju skozi topilo zaletavajo v molekule topila in tako izgubljajo kinetično energijo ter se upočasnjujejo. V prvem približku lahko za silo upora na en ion uporabimo kar linearni zakon upora za kroglico (glej stran 35):

$$\vec{F}_u = -6\pi r\eta\vec{v} \,, \tag{9.2}$$

kjer je r radij kroglice, ki jo zapolnjuje ion skupaj z vezanimi molekulami vode (ioni v vodi so namreč hidrirani), η pa je viskoznost tekočine.

Če je ionski tok stacionaren, vemo, da sta sila električnega polja in sila upora enako veliki, in velja

$$\vec{F} + \vec{F}_u = 0 \,, \tag{9.3}$$

$$Ze_0\vec{E} = 6\pi r\eta\vec{v} \,. \tag{9.4}$$

Povprečna hitrost ionov je torej sorazmerna z električno poljsko jakostjo ($\vec{E}$)

$$\vec{v} = \frac{Ze_0}{6\pi r\eta}\vec{E} \equiv \beta\vec{E} \,, \tag{9.5}$$

kjer sorazmernostnemu količniku (β)

$$\beta = \frac{Ze_0}{6\pi r\eta} \tag{9.6}$$

pravimo gibljivost. Za katione ($Z > 0$) je gibljivost pozitivna, kar pomeni, da se gibljejo v smeri električnega polja, za anione ($Z < 0$) pa je negativna, ker se gibljejo v nasprotno smer.

Linearna povezava med $\vec{v}$ in $\vec{E}$ je splošna, sorazmernostni količnik v izrazu (9.2) pa velja točno le, če je gibajoči se delec zares kroglica, ki je dosti večja od molekul topila. Zato predstavljajo izrazi, ki smo jih izpeljali za gibljivost (enačba 9.6), le prvi približek. Vendar je tudi iz te preproste enačbe za gibljivost razvidno, kako vplivajo na gibljivost ionov v raztopini njihova vrsta ter lastnosti raztopine, ki jih opisuje viskoznost η. Presenetljivo imajo manjši ioni pogosto večji hidracijski ovoj (in s tem r) kot večji in je posledično njihova gibljivost manjša kot pri večjih ionih.

9.3 Ionski tok in specifična prevodnost

Obravnavamo raztopino, v kateri je več različnih vrst ionov. Z indeksom i označimo posamezno vrsto ionov; Z_i naj bo valenca teh ionov, c_i pa njihova koncentracija (v kmol/m^3).

Najprej opazujemo le eno vrsto ionov (i), ki prispevajo k celotnemu električnemu toku. Gostota električnega toka (j_i) je sorazmerna z gostoto naboja (n_{ei}) in s povprečno hitrostjo ionov (v_i): $j_i = n_{ei}\, v_i$. Gostota naboja pa je podana s produktom naboja posameznega iona ($Z_i e_0$) in števila le-teh na enoto prostornine. To številčno gostoto izrazimo kot produkt koncentracije (c_i), ki nam pove število molov ionov na enoto prostornine, in Avogadrovega števila (N_A), ki pove število delcev v enem molu. Skupaj lahko zapišemo:

$$\vec{j}_i = Z_i e_0 c_i N_A \vec{v}_i \ . \tag{9.7}$$

Po enačbi (9.5) pa lahko hitrost v gornjem izrazu izrazimo kot produkt jakosti električnega polja in gibljivosti ionov (β_i):

$$\vec{j}_i = Z_i e_0 c_i N_A \beta_i \vec{E} \ . \tag{9.8}$$

V enačbi (9.8) prepoznamo splošnejšo obliko Ohmovega zakona:

$$\vec{j}_i = \sigma_i \vec{E} \ , \tag{9.9}$$

kjer je σ_i specifična prevodnost ionov vrste i. Enota za specifično prevodnost je $(\Omega\mathrm{m})^{-1}$, pogosto pa se zanjo uporablja tudi enota S/cm, kjer je S oznaka za enoto *Siemens* in velja $1\ \mathrm{S} = 1/\Omega$. Iz enačb 9.8 in 9.9 vidimo, da lahko pri toku v elektrolitih prispevek ene vrste ionov k električni prevodnosti izrazimo kot

$$\sigma_i = Z_i e_0 c_i N_A \beta_i \ . \tag{9.10}$$

Če predpostavimo, da velja izraz (9.6), lahko zapišemo

$$\sigma_i = \frac{N_A e_0^2}{6\pi\eta} \frac{Z_i^2 c_i}{r_i} \ . \tag{9.11}$$

Tu je r_i polmer kroglic, ki predstavljajo hidrirane ione vrste i.

Iz izrazov (9.8) in (9.10) vidimo, da je prispevek posamezne vrste ionov h gostoti električnega toka vedno pozitiven, tako za katione ($Z_i > 0$, $\beta_i > 0$), kot za anione ($Z_i < 0$, $\beta_i < 0$). Z drugimi besedami: v električnem polju se kationi gibljejo v smeri električnega polja, kar predstavlja pozitiven električen tok, anioni pa se gibljejo v nasprotno smer, kar pa zaradi njihovega negativnega naboja spet predstavlja pozitiven električni tok. Tudi iz izrazov (9.10) in (9.11) za električno prevodnost vidimo, da je ta vedno pozitivna.

Za celotno gostoto električnega toka moramo sešteti prispevke vseh posameznih vrst ionov

$$\vec{j} = \sum_i \vec{j}_i = N_A e_0 \left(\sum_i Z_i c_i \beta_i \right) \vec{E} = \sigma \vec{E} \ . \tag{9.12}$$

Skupna električna prevodnost je torej enaka

$$\sigma = \sum_i \sigma_i = N_A e_0 \sum_i Z_i c_i \beta_i = \frac{N_A e_0^2}{6\pi\eta} \sum_i \frac{Z_i^2 c_i}{r_i} \ . \tag{9.13}$$

Iz enačbe (9.13) je razvidno, da je prevodnost sorazmerna s koncentracijo elektrolita (c), ki je disociiral, saj so koncentracije posameznih vrst ionov (c_i) sorazmerne s koncentracijo elektrolita. Vidimo tudi, da je prevodnost (σ) tem manjša, čim večja je viskoznost topila. Ker se viskoznost ponavadi manjša s temperaturo, raztopine pri višjih temperaturah bolje prevajajo električni tok kot pri nizkih, torej imajo pozitiven temperaturni koeficient specifične prevodnosti.

Da je enačba (9.9) res posplošena oblika Ohmovega zakona, kot ga poznamo za tok po žicah, se hitro prepričamo. Spomnimo se, kako je jakost homogenega električnega polja izražena z napetostjo, $E = U/l$, in gostota električnega toka s tokom, $j = I/S$. Potrebujemo še zvezo med upornostjo (R) in specifično prevodnostjo ravnega vodnika dolžine l in preseka S:

$$R = \xi \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S} \ . \tag{9.14}$$

Pri tem je ξ specifična upornost, $\xi = 1/\sigma$. Ko zvezo med specifično prevodnostjo in uporom vodnika ($\sigma = l/RS$) vstavimo v splošni Ohmov zakon (en. 9.9), se dolžina žice l in njen presek S pokrajšata, ostane pa $I = U/R$.

9.4 Določanje specifične prevodnosti in specifične upornosti

V prejšnjem poglavju smo spoznali, da je specifična prevodnost elektrolitske raztopine sorazmerna koncentraciji ionov v njej (enačba 9.13). Destilirana voda je praktično izolator, morska voda pa električni tok dobro prevaja. Meritev specifične prevodnosti vode nam tako lahko služi kot groba ocena celotne koncentracije ionov v vodi. Čeprav natančno koncentracije in vrste ionov v raztopini na ta način ne moremo določiti (k specifični prevodnosti prispevajo ioni vseh vrst, pri čemer pa se gibljivosti različnih ionov lahko razlikujejo tudi za več kot faktor 2), pa je meritev specifične prevodnosti zelo hitra in preprosta v primerjavi z različnimi kemijskimi metodami.

Specifične prevodnosti raztopine ponavadi ne določimo neposredno iz splošnega Ohmovega zakona (enačba 9.9), saj je jakost električnega polja in gostoto električnega toka težko neposredno izmeriti. Lažje je izmeriti električni upor raztopine (R) in nato iz njega izračunati specifično upornost (ξ) in specifično prevodnost (σ) raztopine.

Specifična upornost je lastnost snovi, upor nekega vodnika pa je odvisen tudi od njegove velikosti in oblike. Vedno pa velja, da je upor vodnika preprosto sorazmeren specifični upornosti snovi, iz katere je vodnik narejen:

$$R = k\xi = \frac{k}{\sigma} \ , \tag{9.15}$$

kjer je k sorazmernostni koeficient, ki je odvisen le od geometrije vodnika, upoštevali pa smo tudi, da je specifična prevodnost obratna vrednost specifične upornosti. Iz enačbe 9.14 vidimo, da je k za dolgi ravni vodnik kar l/S.

Oblika električnih tokovnic toka v ionski raztopini je ponavadi bolj zapletena od oblike tokovnic v dolgem ravnem vodniku, zato je koeficient k v raztopinah težko izračunati, njegova vrednost pa ni enostavno l/S. Specifično prevodnost raztopine pa lahko vseeno

enostavno določimo, če imamo pri roki standardno raztopino z znano specifično prevodnostjo (σ_0). V posodo z elektrodama nalijemo določeno količino standardne raztopine, jo povežemo v električni tokokrog in izmerimo njen upor R_0 ter izračunamo sorazmernostni koeficient (enačba 9.15), $k = \sigma_0 R_0$. Nato postopek ponovimo še z natanko enako količino neznane raztopine ter izmerimo tudi njen upor R_x. Ker je v obeh primerih v posodi enaka količina raztopine, bo v obeh primerih enaka oblika tokovnic električnega toka in zato tudi enak koeficient k. Ker smo koeficient k določili že s pomočjo standardne raztopine, lahko specifično prevodnost neznane raztopine (σ_x) brez težav določimo s pomočjo enačbe 9.15, $\sigma_x = k/R_x$. Iz specifične prevodnosti lahko po potrebi izračunamo še specifično prevodnost $\xi_x = 1/\sigma_x$.

Zelo čisto destilirano vodo, iz katere smo odstranili čim več ionov, imenujemo tudi *deionizirana voda*. Specifična prevodnost take vode je približno 0,1 μS/cm, pri ravnanju z njo pa moramo biti previdni, saj se lahko hitro "umaže" z neželenimi ioni (npr. že z raztapljanjem CO_2 iz zraka). Destilirana voda iz lekarne ni nujno tudi deionizirana. Za primerjavo: specifična prevodnost vodovodne pitne vode je reda velikosti 400 μS/cm, gaziranih mineralnih vod pa nekaj tisoč μS/cm (k prevodnosti gaziranih vod zelo prispeva tudi raztopljeni CO_2), specifična prevodnost kovin pa je reda velikosti 0,5 MS/cm.

Naloge:

1. Izmerite odvisnost specifične prevodnosti raztopine NaCl od koncentracije.
2. Izmerite specifično prevodnost raztopine KCl in primerjajte gibljivosti natrijevega in kalijevega iona v vodi.
3. Izmerite specifično prevodnost ustekleničene vode ter vodovodne vode iz pipe.

Potrebščine:

izvor izmenične napetosti

posoda z elektrodama

dva multimetra, enega uporabljamo kot voltmeter, drugega pa kot ampermeter

stikalo

dva razdelilca

vezne žice

raztopine NaCl različnih koncentracij

raztopina KCl

plastenka naravne mineralne vode

čaša za vodo iz pipe

Izvedba

1) Specifično prevodnost raztopine določite preko meritve upora. Upor raztopine (R) določite v posodi z elektrodama in sicer preko meritve toka (I) skozi raztopino in padca električne napetosti na raztopini (U), saj iz Ohmovega zakona sledi $R = U/I$. Padec napetosti na raztopini (U) odčitate z voltmetrom. Ker je upor voltmetra zelo velik v primerjavi z uporom raztopine, je tok izmerjen z ampermetrom enak toku, ki teče skozi raztopino (I).

   Kot voltmeter in ampermeter boste uporabili multimetra, ki ju boste ustrezno nastavili (multimeter je inštrument, s katerim lahko merimo različne električne količine, lahko je npr. voltmeter, ampermeter, merilec frekvence ...). Izvor izmenične napetosti, multimetra, stikalo in posodo z elektrodama zvežite po sliki 9.1. Za ampermeter gumb na multimetru zavrtite na položaj `mA`$\simeq$, žici pa povežite z vhodoma `COM` in `mA`. Z gumbom `SELECT` izberite merjenje izmenične napetosti (na zaslonu mora biti oznaka AC, ki je okrajšava za *alternating current*, tj. izmenični tok, DC pa je okrajšava za *direct current*, tj. enosmerni tok). Za voltmeter gumb na multimetru zavrtite na merilno območje `V`$\sim$, žici pa povežite z vhodoma `COM` in `VHz`Ω. Izmenično napetost uporabljamo, ker enosmeren tok v raztopini povzroči elektrolizo. Tokokrog naj bo s pomočjo stikala sklenjen le v času odčitavanja toka in napetosti.

   Čašo napolnite z vodovodno vodo iz pipe v laboratoriju.

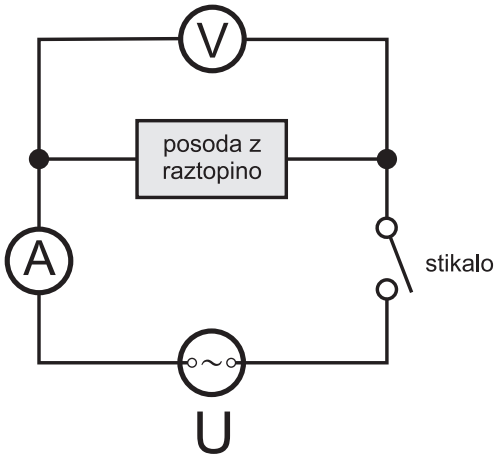
   Določite upore različnih raztopin, pri čemer pazite, da posodo z elektrodama z vsako raztopino napolnite **do enake višine**.

   Določite upore različnih raztopin, pri čemer pazite, da pri vseh raztopinah posodo z elektrodama napolnete z enako prostornino, tj. **do enake višine**. Pomagate si z oznako na posodi. Napako zaradi kapljic raztopine, ki kljub vsemu ostanejo po stenah posode, zmanjšamo, če izvedemo meritev najprej z najmanj koncentrirano raztopino, nato pa jemljemo zapovrstjo vedno bolj koncentrirane elektrolitske raztopine. Merite torej v naslednjem vrstnem redu: pet raztopin NaCl, od manjše do večje koncentracije, raztopino KCl, naravno mineralno vodo ter na koncu še vodovodno vodo iz čaše. Po meritvi vsako raztopino odlijemo nazaj v njeno steklenico, naravno mineralno vodo pa nazaj v njeno plastenko. **Da se ne zmotimo, iz katere steklenice smo raztopino vzeli, to pustimo med meritvijo odprto.**

   Ko končate meritev z vodovodno vodo, jo iz posode z elektrodama odlijete nazaj v čašo, čašo pa izpraznite v umivalnik. Gumba na multimetrih zavrtite v položaj `OFF`. Posode z elektrodama raje ne nosimo po laboratoriju, da se ne poškoduje.

   Izmerjena U in I ter izračunana R in σ za različne raztopine zapisujemo v razpredelnico.

   Upor izračunamo iz Ohmovega zakona. Specifične prevodnosti raztopin izračunamo iz izmerjenega upora 10 mM raztopine NaCl (R_0) in podatka, da je specifična prevodnost 10 mM raztopine NaCl enaka 1000 μS/cm (σ_0), iz katerega lahko izračunamo



Slika 9.1: *Shema vezave za merjenje specifične prevodnosti raztopine. Ampermeter je označen z A, voltmeter z V, izvor napetosti z U, razdelilca pa s črnima pikama. Z voltmetrom izmerimo padec napetosti na raztopini (U), z ampermetrom pa tok skozi raztopino (I) — upor voltmetra je v primerjavi z uporom raztopine zelo velik, zato ves izmerjen tok zares teče skozi raztopino.*

koeficient k za naš primer. Iz enačbe 9.15 sledi $k = \sigma_0 R_0$. Ostale specifične prevodnosti lahko nato brez težav izračunamo iz zveze $\sigma_x = k/R_x$.

2) **Naloga 1.** Na grafu narišite odvisnost specifične prevodnosti raztopin NaCl od koncentracije. Je odvisnost res sorazmerna?

3) **Naloga 2.** Primerjajte specifični prevodnosti raztopin NaCl in KCl z enako koncentracijo. Katera je večja? Kateri ioni so bolj gibljivi, Na^+ ali K^+? Je rezultat glede na velikosti obeh ionov pričakovan? Kateri ion je večji in kateri ima večji hidracijski ovoj v vodi?

4) **Naloga 3.** Na grafu iz prve naloge označite še specifične prevodnosti vode iz pipe ter ustekleničene vode. Se specifični prevodnosti obeh vod zelo razlikujeta?

Dodatna vprašanja

- Ali se specifična prevodnost vodne raztopine poveča, če vodi dodamo sladkor (npr. glukozo)?

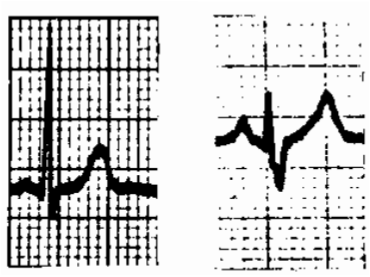
- Kako se spremeni upor raztopine, če jo v posodo z elektrodama nalijemo več ali manj?

- Bi bila vezava voltmetra in ampermetra s slike 9.1 uporabna tudi za merjenje upornosti destilirane vode, katere upornost v primerjavi z upornostjo voltmetra ni majhna? Bi bilo mogoče upornost destilirane vode kljub vsemu izmeriti z drugačno vezavo (spomnimo se, da ima ampermeter majhen upor)?

10 Osnove elektrokardiografije

Spoznali bomo lastnosti električnega dipola in se seznanili z opisom srca kot električnega dipola. Opisali bomo, kakšno električno polje ta ustvarja v telesu in kako ga merimo. Meritve bomo najprej izvedli na preprostem modelu, nato bomo izmerili EKG še med levo in desno roko (bipolarni standardni odvod I).

Merjenje EKG (ElektroKardioGrama) je v medicini ena izmed osnovnih preiskav. S to metodo lahko opazujemo delovanje srca in iz nenormalnih potekov EKG sklepamo na različne nepravilnosti (obolenja) srca (slika 10.1). Pri tej vaji se bomo zato seznanili s fizikalnimi osnovami elektrokardiografije.



Slika 10.1: *Primer EKG, kjer merimo časovni potek električnih napetosti med levo nogo in desno roko, pri zdravem (levo) in pri bolnem (desno) srcu.*

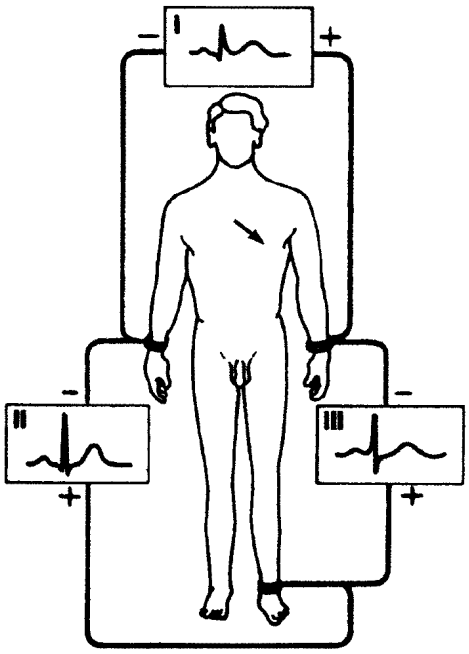
10.1 Osnove EKG

Pri merjenju EKG merimo časovno spreminjanje električne napetosti med določenimi deli telesa (npr. levo roko – desno roko, levo nogo – levo roko, levo nogo – desno roko), glej sliko 10.2. Izmerjene napetosti so odvisne od trenutnih faz v delovanju srca (npr. sistola – skrčenje srca, diastola – razširitev srca). Ker je delovanje srca periodično (s periodo okoli ene sekunde), je tudi potek teh napetosti periodičen. Razlike v časovnem poteku EKG nastanejo, ker se bolno srce vzdraži ter kot posledica krči in širi drugače kot zdravo.

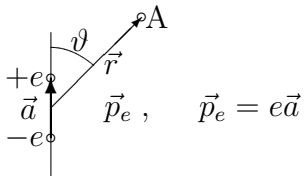
Za razumevanje EKG in napetosti med posameznimi deli telesa moramo poznati pojem električnega dipola in električnega polja, ki ga tak dipol ustvarja v okolici. Pri razlagi EKG lahko namreč električne lastnosti srca v grobem približku ponazorimo z električnim dipolom, ki se mu periodično spreminjata smer in velikost. Človeško telo predstavlja okolico električnega dipola.

10.2 Električni dipol

O električnem dipolu govorimo, kadar sta električna naboja enake velikosti a različnega predznaka $(+e, -e)$ na določeni razdalji (a) (slika 10.3). Velikost vektorja električnega



Slika 10.2: *Shematski prikaz elektrokardiografije: merjenje osnovnih treh napetosti in njihov potek. Pri EKG imenujemo izmerjeno električno napetost med levo in desno roko bipolarni standardni odvod I, med levo nogo in desno roko bipolarni standardni odvod II ter med levo nogo in levo roko bipolarni standardni odvod III. Puščica predstavlja električni dipol srca v določenem trenutku (prirejeno po: S. Silbernagl in A. Despopoulos, Taschenatlas der Physiologie, Thieme, Stuttgart 1983).*



Slika 10.3: *Električni dipol, njegova velikost in smer. Velikost električnega polja v točki A je odvisna od oddaljenosti te točke od dipola (r) in kota med smerjo dipola in veznico med dipolom in točko A (ϑ).*

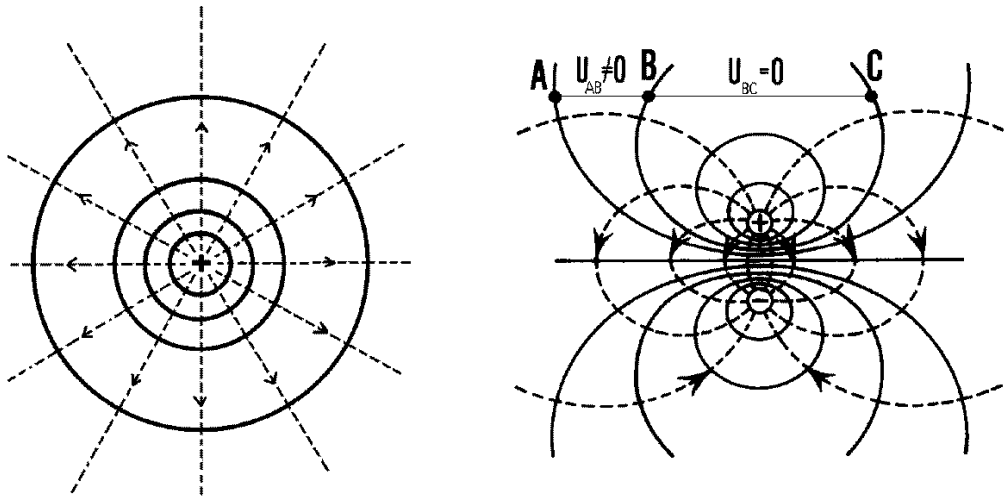
dipola ($\vec{p}_e$) je enaka produktu naboja in medsebojne razdalje, smer pa določa veznica med negativnim in pozitivnim nabojem.

V okolici električnega dipola je električno polje, ki ga v vsaki točki v prostoru popišemo z električno poljsko jakostjo ($\vec{E}$) oziroma z električnim potencialom (φ). Električna poljska jakost je povezana z električnim potencialom z zvezo $\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi$. Električni potencial točkastega dipola (φ) pa je enak:

$$\varphi = \frac{p_e \cos\vartheta}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,, \tag{10.1}$$

kjer je r velikost vektorja $\vec{r}$, ki povezuje dipol in točko A v prostoru, ϑ pa je kot med smerjo dipola in vektorjem $\vec{r}$ (slika 10.3). Dipol lahko obravnavamo kot točkasti dipol, kadar je $a \ll r$. Električno polje lahko predstavimo s silnicami električnega polja ali z ekvipotencialnimi ploskvami. Ekvipotencialne ploskve so ploskve, ki povezujejo točke z istim električnim potencialom. Silnice so črte, ki so pravokotne na ekvipotencialne ploskve, tangenta na silnice kaže v vsaki točki smer električne poljske jakosti, gostota silnic pa določa njeno velikost.

Ekvipotencialne črte, ki so presek ekvipotencialnih ploskev in ravnine, so pri točkastem



Slika 10.4: *Ekvipotencialne črte (polno) in silnice (črtkano) električnega polja pri pozitivnem točkastem naboju (levo) in električnem dipolu (desno). Električna napetost med dvema točkama (A,B ali B,C) je enaka razliki med potencialoma ekvipotencialnih črt, ki potekata skozi ti dve točki ($U_{\mathrm{AB}} = \varphi(\mathrm{A}) - \varphi(\mathrm{B})$ ali $U_{\mathrm{BC}} = \varphi(\mathrm{B}) - \varphi(\mathrm{C})$).*

naboju koncentrični krogi s središčem v naboju (slika 10.4 levo), oblike ekvipotencialnih črt pri električnem dipolu pa so prikazane na sliki 10.4 desno. V neposredni bližini obeh nabojev so krogi, premico dobimo v sredini med nabojema, kjer je potencial enak nič.

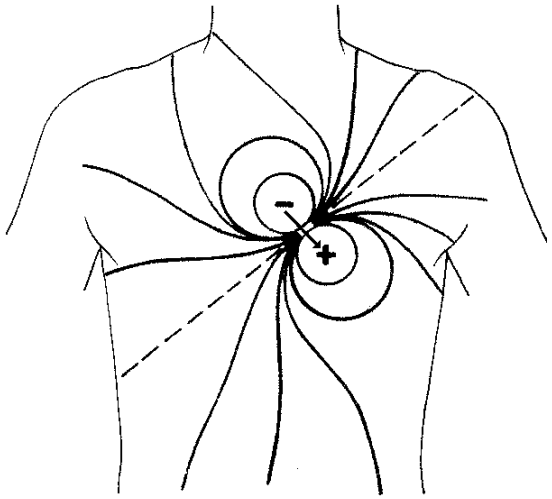
Električna napetost med dvema točkama je enaka razliki med električnima potencialoma, ki pripadata izbranima točkama. Če torej merimo električno napetost med dvema točkama, ki ležita na različnih ekvipotencialnih črtah (točki A in B, slika 10.4), dobimo napetost različno od nič in enako razliki potencialov teh dveh ekvipotencialnih črt. Če pa jo merimo med dvema točkama na isti ekvipotencialni črti (točki B in C, slika 10.4), dobimo seveda električno napetost enako nič.

10.3 Srce kot električni dipol

Delujoče srce lahko v vsakem trenutku ponazorimo z električnim dipolom*. Določa ga vsota električnih dipolov posameznih srčnih mišičnih celic (glej dodatek na strani 114). Električni dipol srca ustvarja v svoji okolici (človeško telo) električno polje, ki ga lahko popišemo z ekvipotencialnimi ploskvami (slika 10.5). Točke na telesu, kjer merimo EKG, so na različnih ekvipotencialnih ploskvah in izmerjene električne napetosti ustrezajo razliki potencialov teh ekvipotencialnih ploskev (slika 10.2).

V različnih fazah delovanja srca se v njem vzdražijo različne mišične celice, skladno s tem se spreminjata tudi velikost in smer električnega dipola srca (slika 10.6 levo). Spreminjajoč se električni dipol pa pomeni, da potekajo skozi točke na telesu, med katerimi

*Zaradi nazornejše razlage bomo obravnavali srce kot električni dipol, človeško telo pa kot neprevodno snov. O upravičenosti te slike, kajti človeško telo je prevodno, bomo razpravljali v naslednjem razdelku.



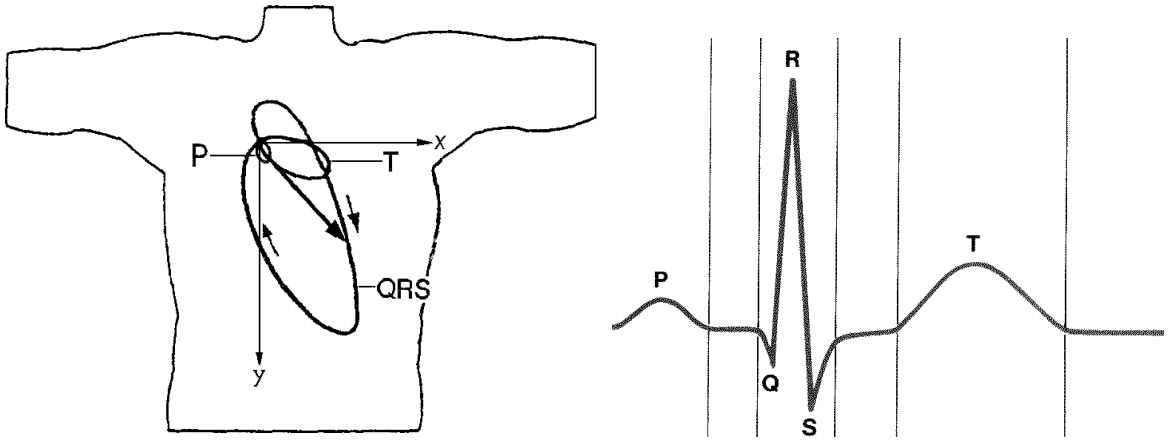
Slika 10.5: *Trenutni električni dipol srca ustvarja v človeškem telesu električno polje. Na sliki so prikazane ekvipotencialne črte v koronarni ravnini, ki so presek ekvipotencialnih ploskev in te ravnine. Ker je človeško telo končno in nehomogeno, ekvipotencialne črte daleč od srca niso identične s tistimi iz slike 10.4. (povzeto po: R.F. Schmidt in G. Thews, Human Physiology, Springer Verlag, Berlin 1989).*

merimo EKG, različne ekvipotencialne ploskve v različnih trenutkih. Tako dobimo spreminjajoče se električne napetosti v času ene srčne periode (slika 10.6 desno) in periodično funkcijo, če merimo več srčnih period (slika 10.7).

10.4 Električno polje v telesu

Ugotoviti moramo, ali enačba za električni potencial dipola v praznem prostoru, ki smo jo uporabili pri razlagi EKG, ustreza tudi za prevodno človeško telo. V prevodni snovi lahko teče električni tok, zato je ustreznejša razlaga naslednja. Med depolarizacijo mišične celice se naboji na membrani prerazporedijo (slika 10.11) in električni tok, ki teče v nekem trenutku v okolico, lahko, kot bomo pokazali v naslednjem odstavku, opišemo s trenutnim tokovnim dipolom, ki ima isto smer kot električni dipol celice. Vsota vseh trenutnih tokovnih dipolov celic da trenutni tokovni dipol srca. V nadaljevanju tega razdelka bomo pokazali, da lahko njegove ekvipotencialne ploskve opišemo z enačbo za električni potencial v praznem prostoru (enačba 10.1).

Poglejmo najprej, kako se električna poljska jakost pri točkastem tokovnem izvoru razlikuje od električnega polja zaradi naboja e, ki se nahaja v praznem prostoru. Izpeljati moramo torej enačbo, ki velja za električno poljsko jakost stalnega točkastega tokovnega izvora v prevodni snovi. Točkasti tokovni izvor je točka v prostoru, v kateri se pojavljajo novi pozitivni naboji na časovno enoto. Ker so naboji enako nabiti, novi naboji odrivajo prejšnje, v prostoru pa dobimo prostorsko spreminjajoči se električni potencial. Po določenem času se v prostoru vzpostavi stacionarno stanje. Kolikor naboja v enoti časa priteče v nek prostorski element snovi, ga tudi odteče. Ker naboji zaradi simetrije odte-



Slika 10.6: *Vektor električnega dipola srca opiše prostorsko krivuljo v času ene srčne periode, spreminjanje njegove projekcije na frontalno (koronarno) ravnino je narisano na sliki levo. Srčne faze so označene z velikimi tiskanimi črkami. Vektor kaže iz izhodišča koordinatnega sistema in ponazori spreminjanje velikosti in smeri električnega dipola srca (njegove projekcije na frontalno ravnino) v različnih srčnih fazah: vektor opiše v začetni fazi P najmanjšo zanko v bližini izhodišča koordinatnega sistema, sledi faza QRS, kjer vektor srčnega dipola doseže največjo velikost in največje spremembe, njegovo spreminjanje pa se konča s srednje veliko zanko v fazi T (povzeto po: R.K. Hobbie, Intermediate Physics for Medicine and Biology, J. Wiley & Sons, New York 1978). Vpliv spreminjanja vektorja električnega dipola srca na časovni potek bipolarnega standardnega odvoda II pokaže slika desno. Skladno s spreminjanjem velikosti in smeri vektorja srčnega dipola se spreminja tudi merjena električna napetost. Na desni sliki, kjer je podana električna napetost v odvisnosti od časa, vidimo, da se napetost spremeni najbolj v fazi QRS, manj v fazi T in najmanj v fazi P (povzeto po: R.F. Schmidt in G. Thews, Human Physiology, Springer Verlag, Berlin 1989).*

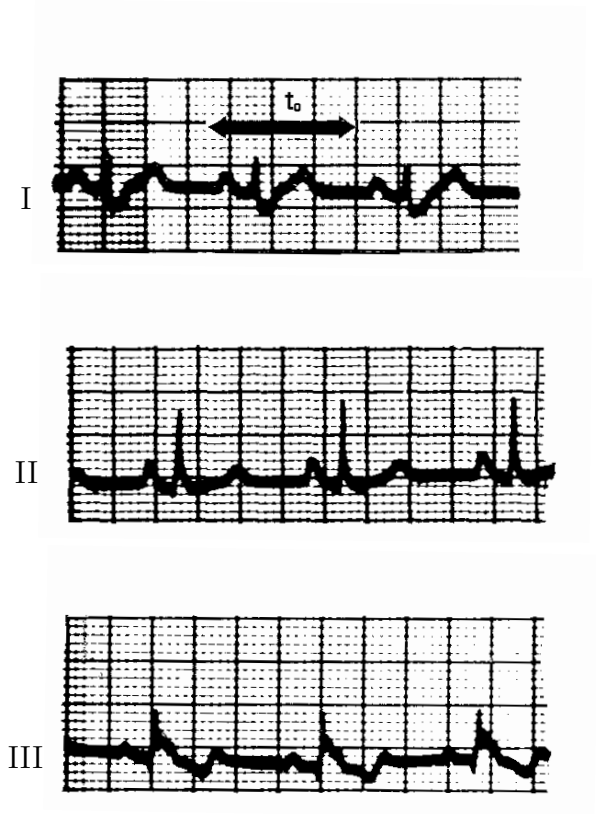
kajo od tokovnega izvora na vse strani enakomerno, je gostota električnega toka (j) na oddaljenosti r od točkastega izvora na vseh mestih te oddaljenosti enaka in sicer taka, da je celotni tok skozi krogelno ploskev površine $4\pi r^2$ enak naboju na časovno enoto (I), ki se pojavi v točkovnem izvoru ($j\,4\pi r^2 = I$). Gostota toka na oddaljenosti r od izvora je torej enaka

$$j = \frac{I}{4\pi r^2}\,. \tag{10.2}$$

Električna poljska jakost, ki poganja ta tok, je po Ohmovem zakonu ($\vec{j} = \sigma\vec{E}$, σ je specifična prevodnost snovi) enaka

$$E = \frac{j}{\sigma} = \frac{I}{\sigma\,4\pi r^2}\,, \tag{10.3}$$

Ker električni tok v prevodni snovi teče v smeri silnic električnega polja, je električna poljska jakost v prostoru v okolici točkastega tokovnega izvora enako odvisna od razdalje od izvora kot električna poljska jakost naboja v praznem prostoru. Električno polje v



Slika 10.7: *Elektrokardiogram (bipolarmi standardni odvodi I, II in III) je ponavljajoča se funkcija s periodo delovanja srca* t_0.

prevodni snovi, ki nastane zaradi točkastega tokovnega izvora, lahko zato opišemo z enačbo

$$E = \frac{e^*}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,, \tag{10.4}$$

kjer je $e^* = \epsilon_0 I/\sigma$ navidezni naboj. Vidimo, da lahko za električno poljsko jakost pri točkastem tokovnem izvoru v prevodniku uporabimo enačbo, ki jo poznamo za prazen prostor, le vpeljati moramo navidezen naboj.

Kako pa je pri tokovnem dipolu? Opisati hočemo električno poljsko jakost, kjer je v prostoru točkasti tokovni izvor (I_+) in od njega za določeno razdaljo (a) odmaknjeni točkasti ponor (I_-). Ponor je mesto, na katerem naboji izginjajo. Vsi naboji, ki so se pojavili v izvoru, v ponoru tudi poniknejo, če sta absolutni vrednosti (I_+) in (I_-) enaki. Ker lahko električno poljsko jakost točkastega izvora v prevodni snovi opišemo z enačbo, ki ima enako obliko kot enačba za naboj v praznem prostoru (enačba 10.4), lahko tudi električno poljsko jakost sistema točkastih izvorov v prevodni snovi opišemo z enačbo, ki ima enako obliko kot enačba za sistem nabojev v praznem prostoru. Po analogiji s točkastim tokovnim izvorom sklepamo, da se v okolici sistema izvor – ponor vzpostavi enako električno polje, kot da bi imeli v praznem prostoru navidezni električni dipol z

vrednostjo

$$p^* = \frac{\epsilon_0 I_+}{\sigma} a \,. \tag{10.5}$$

Zato lahko električni potencial tokovnega dipola opišemo z enačbo (10.1), kjer nadomestimo p_e s p^*.

Zaključimo lahko, da je opis EKG z enačbami, ki veljajo za prazen prostor, zadovoljiv, saj oblike ekvipotencialnih ploskev točkasih tokovnih izvorov v prevodni snovi sovpadajo z oblikami ekvipotencialnih ploskev, ki jih v praznem prostoru ustvarijo ustrezni naboji.

10.5 Model za merjenje elektrokardiograma (EKG)

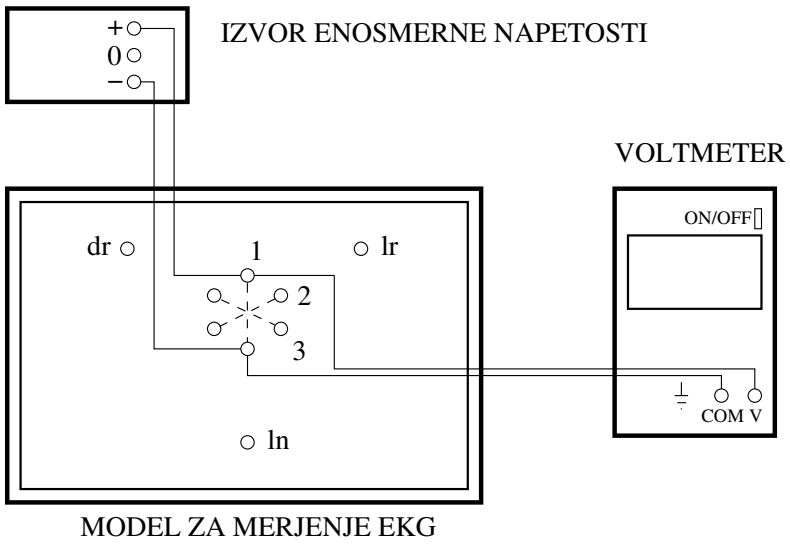
Kot dvodimenzionalen model človeškega telesa uporabimo prevodno plastično folijo (črne barve). Trenutni električni dipol srca lahko ponazorimo tako, da na izvor enosmerne električne napetosti priključimo posamezni par kontaktov iste barve, ki se nahaja v sredini plošče (slika 10.8, 10.9 ali 10.10). S preklapljanjem izvora enosmerne električne napetosti med tremi pari kontaktov različnih barv (1-modra, 2-rdeča, 3-rumena) ponazorimo spreminjanje električnega dipola srca (le njegove smeri, ne pa tudi velikosti), kar predstavlja različne faze srca. Zunanji kontakti (črn, siv in zelen) pa predstavljajo točke na človeškem telesu (leva roka-lr in desna roka-dr, leva noga-ln), med katerimi merimo EKG.

Podobno kot pri človeku, kjer pri EKG merimo različne električne napetosti med posameznimi pari točk telesa zaradi spreminjanja električnega dipola srca, merimo tudi pri našem modelu različne električne napetosti med posameznimi pari točk na foliji pri različnih dipolih (slika 10.10). Za razliko od srca, kjer električni dipol v eni periodi opiše zapleteno krivuljo na sliki 10.6, v našem modelu dipol v eni "periodi" opiše le en krog*. Ker pri modelu lahko preklapljamo le med šestimi smermi dipola ($\uparrow$, $\nearrow$, $\searrow$,$\downarrow$, $\swarrow$ in $\nwarrow$), izmerjeni EKG ni zvezna funkcija, pač pa dobimo le šest napetosti med posameznima točkama v eni "srčni periodi".

Naloge:

1. Izmerite in narišite ekvipotencialne črte okoli prvega položaja dipola.
2. Narišite ekvipotencialne linije okoli drugega položaja dipola.
3. Izmerite osnovne tri napetosti (bipolarne standardne odvode I, II in III) pri različnih "trenutnih električnih dipolih srca".
4. Narišite na modelu dobljeni EKG .
5. Izmerite si EKG med levo in desno roko (bipolarni standardni odvod I).
6. Narišite časovno odvisnost svojega izmerjenega bipolarnega standardnega odvoda I.

*Spreminja se le smer, ne pa velikost dipola.



Slika 10.8: *Model za merjenje EKG, pripravljen za nastavitev trenutnega električnega dipola srca (napetosti U_0). Črna folija predstavlja prevodno človeško telo, trije pari kontaktov različnih barv v sredini ponazarjajo trenutne položaje električnega dipola srca v različnih srčnih fazah (1-modra, 2-rdeča, 3-rumena) in zunanji kontakti točke na človeškem telesu (lr-črn, dr-siv in ln-zelen), kjer merimo EKG.*

Potrebščine: model za merjenje EKG

izvor enosmerne električne napetosti

voltmeter (multimeter)

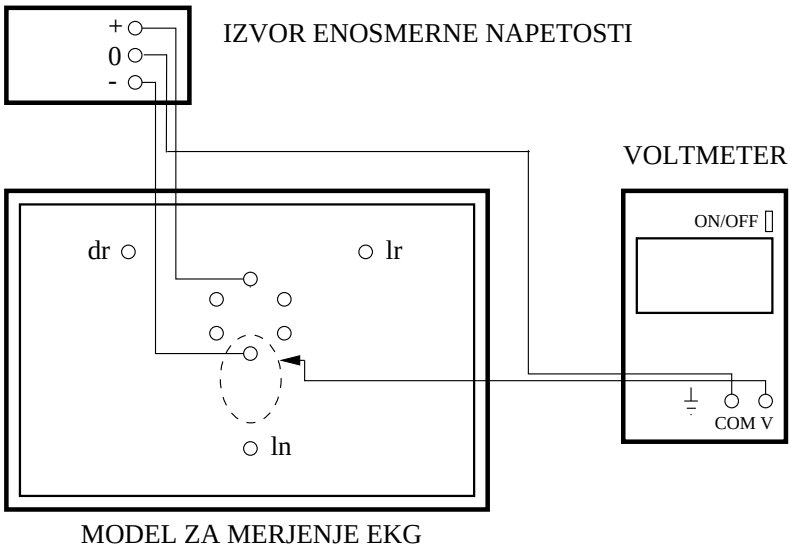
vezne žice

naprava za merjenje EKG na človeškem telesu

Izvedba

1) Povežite par kontaktov modre barve na modelu za merjenje EKG, ki ponazarja trenutni položaj električnega dipola srca, z izvorom enosmerne napetosti (slika 10.8). Pazite na polariteto izvora, saj le-ta določa smer dipola (po dogovoru je pozitivni priključek rdeč, negativni pa črn)! Napetost med poloma dipola izmerite z voltmetrom (multimetrom), ki ga pred tem nastavite na merjenje enosmerne napetosti. Priključite ga vzporedno na par kontaktov modre barve v ista kontakta, ki sta že povezana z izvorom enosmerne napetosti. Pozitivni pol dipola povežite s "pozitivnim" vhodom voltmetra (oznaka V) z rdečim kablom, s črnim kablom pa negativni pol dipola z "negativnim" vhodom voltmetra (oznaka COM oziroma $\perp$). Vklopite izvor enosmerne napetosti. Napetost U_0 naj bo med 190 mV in 200 mV, zato nastavite

merilno območje voltmetra temu primerno (enosmerna napetost – DCV, 200 mV). Vklopite voltmeter in izmerite U_0. Po potrebi uravnajte napetost z gumbom, ki je na izvoru enosmerne napetosti.



Slika 10.9: *Model za merjenje EKG, pripravljen za merjenje ekvipotencialnih črt.*

Ekvipotencialno črto dipola izmerite tako, da "negativni" vhod voltmetra povežete z ničlo na izvoru enosmerne napetosti (slika 10.9). Z vezno žico, povezano s "pozitivnim" vhodom voltmetra, pa potujte po foliji in poiščite točke, ki so na istem potencialu – tedaj kaže voltmeter isto napetost. S pomočjo merila ob robu folije določite koordinate najmanj sedmih enakomerno razporejenih točk, ki približno določajo to ekvipotencialno črto. Zapišite koordinati vsake točke v razpredelnico pri izmerjeni električni napetosti in jih sproti vnesite na milimetrski papir. Skozi njih narišite ekvipotencialno črto, ki jo označite z velikostjo njenega potenciala. Na milimetrski papir vnesite tudi položaj pozitivnega in negativnega pola opazovanega dipola ter označite polariteto obeh polov.

Tako določite pet karakterističnih oblik ekvipotencialnih črt za merjeni dipol: pri potencialih okoli −40 mV in 40 mV, pri potencialih okoli −20 mV in 20 mV ter pri potencialu 0 V.

2) Na isti milimetrski papir narišite (z rdečo barvo) koordinate polov dipola, ki ga predstavlja par kontaktov rdeče barve. Označite pozitivni in negativni pol.

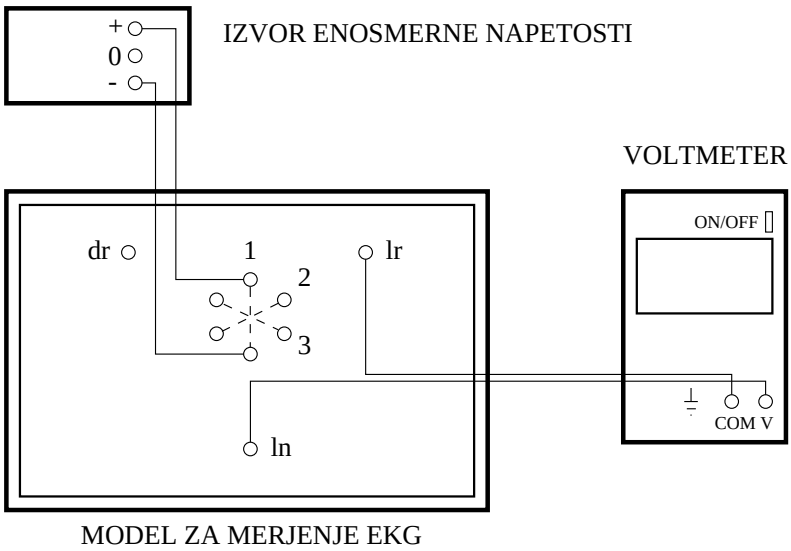
V skladu s prej izmerjenimi ekvipotencialnimi linijami in s teorijo narišite z rdečo barvo (brez merjenja!) tri karakteristične ekvipotencialne črte za ta dipol: črte s potenciali −40 mV, 20 mV ter 0 V.

Na isti milimetrski papir vnesite tudi položaj kontaktov na modelu, ki predstavljajo točke na človeškem telesu, med katerimi merimo EKG. Iz slike ocenite, kaj bi se

zgodilo z električno napetostjo med kontaktoma, ki predstavljata levo nogo in desno roko, če bi spremenili dipol iz prvega v drug položaj!

3) Merjenje EKG: Pripravite si tabelo, v kateri stolpci predstavljajo posamezne standardne bipolarne odvode (I – leva roka/desna roka, II –leva noga/desna roka, III – leva noga/leva roka), vrstice pa predstavljajo posamezne smeri trenutnega električnega dipola (↑, ↗, ↘,↓, ↙ in ↖).

   Za vse tri standardne bipolarne odvode (I, II in III, slika 10.2) izmerite napetosti za vseh šest položajev dipola (slika 10.10 – izvor napetosti preklapljajte med kontakti modre, rdeče in rumene barve; pazite na polarieto!) in izmerjene napetosti vnesite v tabelo.



Slika 10.10: *Model za merjenje EKG, pripravljen za meritev standardnega bipolarnega odvoda III pri določeni smeri električnega dipola (↑).*

4) Za ponazoritev EKG (bipolarnih standardnih odvodov I, II in III) narišite enega pod drugim tri diagrame, kjer na abscise ekvidistantno nanesete položaje vseh šestih dipolov (označite jih s številko ali s puščico); ordinate pa predstavljajo napetosti za posamezne odvode. Teh šest dipolov ponazarja, kot je opisano v opisu modela za merjenje EKG, električne dipole srca pri različnih srčnih fazah. Če privzamete, da so le-te časovno enakomerno razporejene čez celo srčno periodo, lahko abscisa predstavlja časovno os. S črto povezane meritve posameznega bipolarnega standardnega odvoda na diagramu pa predstavljajo njegov potek v eni srčni periodi. S črtkano črto nadaljujte potek še za naslednjo periodo!

5) Izmerite EKG na človeškem telesu in sicer bipolarni standardni odvod I (električno napetost med levo in desno roko – slika 10.2). Za razliko od do sedaj uporabljanega modela za merjenje EKG srca, kjer je potek električnega dipola v eni periodi popisan

le z eno krožnico, imamo sedaj opraviti z že prej omenjenim zapletenim potekom spreminjanja električnega dipola, ki ga popiše krivulja na sliki 10.6 (levo).

Sledite k napravi za merjene EKG priloženim navodilom.

6) Skicirajte časovno odvisnost izmerjenega bipolarnega standardniega odvoda I z zaslona naprave za merjenje EKG na milimetrski papir.

   Ugotovite, ali se EKG »postavi na glavo«, če zamenjamo elektrodi za levo in desno roko.

   Ali je EKG, ki ga opazujemo pri različnih položajih rok glede na telo (npr. sedeči in stoječi položaj) neodvisen od položaja?

   Zakaj pravi EKG ni enak sinusni krivulji, ki smo jo dobili na modelu?

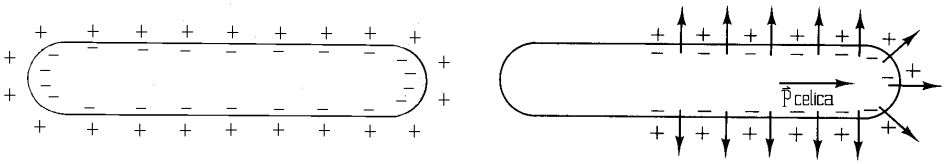
   Na ta odgovor nas napeljujejo vprašanja: v čem se razlikuje obnašanje dipola srca od tistega v modelu? Se velikost dipola v modelu spreminja? Kaj pa pri srcu? V kateri fazi velikost dipola srca najbolj naraste? A bi bilo mogoče, da bi bil v nekem trenutku dipol zelo velik, pa tega z meritvijo prvega, drugega ali tretjega odvoda sploh ne bi opazili?

7) Primerjajte EKG v mirovanju z EKG, ko ste naredili deset počepov.

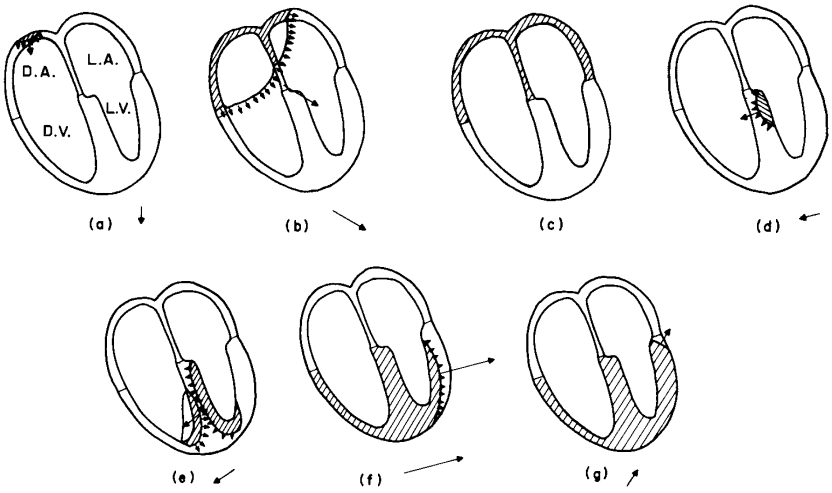
   Opozoriti velja, da je v naši vaji uporabljan naprava za merjenje EKG namenjen le kot učni pripomoček in da zato na poteku EKG ne nameravamo analizirati podrobnosti ali zdravstvenega stanja!

10.6 Dodatek: trenutni električni dipol srca

Mišična celica, ki je osnovni delček srčne mišice, je nevtralna, vendar v relaksirani fazi polarizirana (slika 10.11 levo). Tedaj kljub porazdelitvi nabojev preko membrane, celica kot celota navzven ne deluje kot električni dipol v okolici. Posamezen delček polarizirane membrane si lahko predstavljamo kot dipol, a se ti dipoli paroma izničijo. Pri krčenju mišične celice pa pride do postopne depolarizacije celice (slika 10.11 desno) – naboj na membrani celice se pri tem prerazporeja (nekateri deli membrane niso več polarizirani, drugi pa še vedno), in celotna celica deluje navzven kot električni dipol. Popolnoma depolarizirana celica prav tako ne predstavlja električnega dipola. Vsota vseh električnih dipolov srčnih mišičnih celic določa trenutni električni dipol srca (slika 10.12).



Slika 10.11: *Razporeditev električnega naboja v polarizirani (levo) in v delno depolarizirani mišični celici (desno). Vidimo, da relaksirana mišična celica nima "neto" električnega dipola, pri vzdraženju pa pride do električnega dipola ($\vec{p}_{\mathrm{celica}}$).*



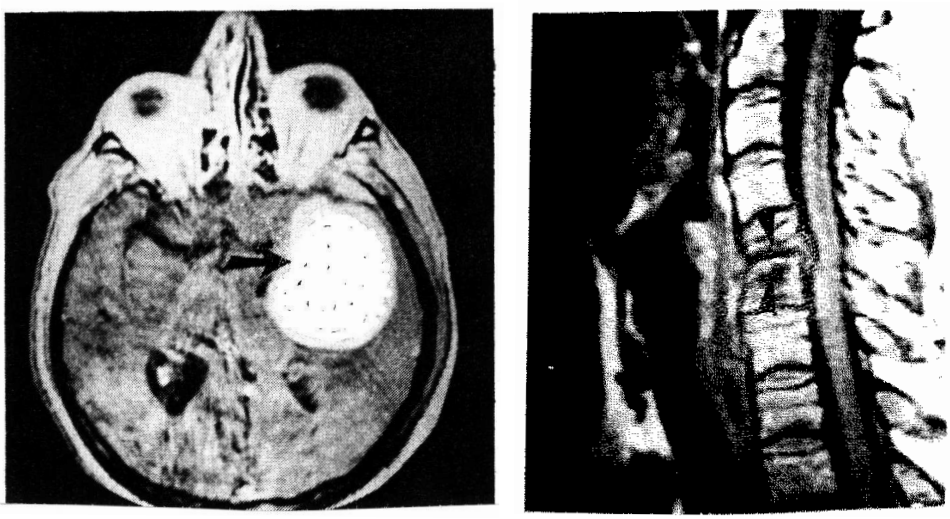
Slika 10.12: *Primeri nekaj srčnih faz kažejo trenutne depolarizacije različnih mišičnih celic (osenčeno), kot posledica dobimo različne trenutne električne dipole srca (puščica). Pri (c) je vrednost trenutnega električnega dipola srca enaka 0. Črta s puščicami prikazuje dele srca, kjer se spreminja polarizacija celic (depolarizacijski val). Oznaki D.A. in L.A. označujeta desni in levi atrij, oznaki D.V. in L.V. pa desni in levi ventrikel (povzeto po: R.K. Hobbie, Intermediate Physics for Medicine and Biology, J. Wiley & Sons, New York 1978).*

11 Slikanje z jedrsko* magnetno resonanco

Pri tej vaji bomo spoznali, da so nekatera atomska jedra magnetni dipoli, in predstavili njihovo obnašanje v zunanjem magnetnem polju. Seznanili se bomo tudi s tem, kako lahko to lastnost uporabimo za slikanje tkiv.

11.1 Uvod

V zadnjih desetletjih so se razvile številne računalniško podprte metode za slikanje človeškega telesa, ki so povzročile velik napredek v medicinski diagnostiki. Računalniška tomografija (ang. computed tomography – CT) in slikanje z jedrsko magnetno resonanco (ang. magnetic resonance imaging – MRI) sta najbolj znani tehniki (slika 11.1). Pri računalniški tomografiji (CT) je slika odvisna od absorpcije rentgenskih žarkov v bioloških tkivih, pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco pa sliko določa obnašanje atomskih jeder v magnetnem polju.



Slika 11.1: *Primer slikanja z jedrsko magnetno resonanco: rezina glave (levo) in hrbtenice (desno).*

Ker si medicinske diagnostike v bližnji bodočnosti ni mogoče več zamišljati brez slikanja z jedrsko magnetno resonanco, kakor tudi ne brez drugih slikovnih metod, je prav, da se seznanimo z osnovnimi načeli metod slikanja in s fizikalnimi osnovami jedrske magnetne resonance.

*Pri uporabi te metode se beseda "jedrska" ponavadi izpušča.

11.2 Osnove jedrske magnetne resonance

11.2.1 Magnetni dipol jedra

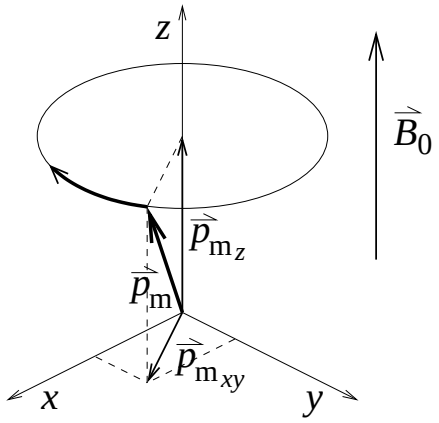
V naravi obstajajo atomi, katerih jedra so magnetni dipoli (spini). Magnetni dipol ima tudi jedro vodika (^{1}H), kar je pomembno za slikanje z magnetno resonanco, saj približno 70% človeškega telesa sestavlja voda. Ostala jedra, ki jih tudi lahko izkoriščamo za slikanje z jedrsko magnetno resonanco, so predvsem izotop ogljika (^{13}C), natrij (^{23}Na) in fosfor (^{31}P).

Če vektorsko seštejemo vse posamezne magnetne dipole jeder, dobimo skupen magnetni dipol. Magnetni dipol na volumsko enoto imenujemo magnetizacija ($\vec{M}$). Magnetizacija popiše povprečno urejenost jedrskih magnetnih dipolov.

11.2.2 Vzbujanje in relaksacija jeder

Pri merjenju signala z jedrsko magnetno resonanco so pomembne naslednje lastnosti jedrskih magnetnih dipolov:

1. Če ni nobenega zunanjega magnetnega polja, kažejo magnetni dipoli jeder enakomerno v vse smeri. Magnetizacija je enaka nič.



Slika 11.2: *Precesija magnetnega dipola $\vec{p}_m$ okoli smeri zunanjega magnetnega polja $\vec{B}_0$. Smer magnetnega dipola se spreminja tako, da se konica vektorja giblje po krožnici v smeri puščice, medtem ko je začetek vektorja v izhodišču koordinatnega sistema. Komponenta $\vec{p}_m$ v smeri magnetnega polja $\vec{B}_0$ je označena s $\vec{p}_{m_z}$, s $\vec{p}_{m_{xy}}$ pa označimo komponento, ki je prečna na smer polja (projekcija $\vec{p}_m$ na ravnino xy).*

2. Če jedra z magnetnim dipolom postavimo v zunanje magnetno polje $\vec{B}_0$,* se le-ta delno usmerijo v smer zunanjega magnetnega polja.† Vsak magneten dipol, ki ni usmerjen natančno v smeri $\vec{B}_0$, precedira okrog smeri magnetnega polja (slika 11.2). Krožna frekvenca te precesije, ki jo imenujemo Larmorjeva krožna frekvenca (ω), je odvisna od vrste jeder in od velikosti zunanjega magnetnega polja (B_0).

$$\omega = 2\pi\nu = \gamma B_0 \,. \tag{11.1}$$

*Zunanje magnetno polje $\vec{B}_0$ kaže po dogovoru v smeri osi z.

†Energija magnetnih dipolov je v smeri magnetnega polja nižja kot proti smeri magnetnega polja.

V tabeli 11.1 so podana giromagnetna razmerja (γ) nekaterih jeder. Larmorjeva krožna frekvenca za vodikova jedra (γ=267,5 MHz/T) znaša pri našem inštrumentu (B_0 = 0,2 T) 53,5 MHz.

Tabela 11.1: *Giromagnetna razmerja (γ) jeder, ki so pomembna za medicinsko diagnostiko.*

Jedro	γ [MHz/T]
H^1	267,5
C^{13}	67,3
Na^{23}	70,7
P^{31}	108,3

V statičnem magnetnem polju kaže magnetizacija $\vec{M}$ v ravnovesju v smeri zunanjega magnetnega polja, saj so vse komponente magnetnih dipolov v ravnini xy ($\vec{p}_{mxy}$) enako verjetne in je njihova vsota v tej ravnini enaka nič ($\vec{M}_{xy}$=0). Precesija posameznih jedrskih magnetnih dipolov zato nič ne vpliva na magnetizacijo, ki ima od nič različno le $z-$komponento, ki pa se s časom ne spreminja.

3. Če je vektor magnetizacije odklonjen iz smeri magnetnega polja, precedira okoli smeri zunanjega magnetnega polja z Larmorjevo frekvenco. Precesijo sistema jeder z magnetnimi dipoli lahko tudi zaznamo z detekcijsko tuljavo, ki leži pravokotno na smer zunanjega magnetnega polja (slika 11.8). Namreč, če jedra precedirajo v detekcijski tuljavi, se zaradi spreminjajoče se magnetizacije in s tem spreminjajočega se magnetnega polja v detekcijski tuljavi inducira napetost.

   Vektor magnetizacije lahko odklonimo iz smeri magnetnega polja za določen kot, če na sistem (jeder z magnetnimi dipoli) deluje dodatno izmenično magnetno polje v smeri pravokotno na $\vec{B}_0$ s krožno frekvenco, ki je enaka Larmorjevi frekvenci: $B_1(t) = B_{1,0} \cos \omega t$. Temu pravimo *vzbujanje* jeder. Odklonski kot je sorazmeren amplitudi dodatnega magnetnega polja ($B_{1,0}$) in času njegovega delovanja, ki je reda velikosti ms. Od teh visokofrekvenčnih sunkov sta najosnovnejša 90°-ski in 180°-ski sunek. 90°-ski sunek (sunek $\pi/2$) je elektromagnetno valovanje visoke frekvence s tako amplitudo in dolžino trajanja, da se smer magnetizacije v vzorcu odkloni za 90° (slika 11.3a), 180°-ski sunek (sunek π) pa je tisti, pri katerem se smer magnetizacije v vzorcu odkloni za 180°.

4. Po prenehanju sevanja elektromagnetnega valovanja se magnetizacija vrača v ravnovesno stanje, torej v smer zunanjega magnetnega polja.

   Ta proces imenujemo *relaksacija* in ga opišeta dve karakteristični konstanti: spinsko-mrežni relaksacijski čas (T_1) in spinsko-spinski relaksacijski čas (T_2). Spinsko-mrežni

relaksacijski čas opiše, kako hitro oddajo jedra z magnetnim dipolom dobljeno energijo svoji okolici. Spinsko-spinski relaksacijski čas pa opiše medsebojni vpliv jeder (interakcijo) z magnetnimi dipoli, kajti posamezno jedro zaradi svojega magnetnega dipola zazna tudi magnetno polje drugih jeder, ne le $\vec{B}_0$. Vzrok za magnetno polje drugih jeder so namreč njihovi magnetni dipoli. Relaksacijski čas T_1 opiše hitrost vračanje komponente magnetizacije, ki kaže v smeri zunanjega magnetnega polja, (M_z) proti ravnovesni vrednosti, relaksacijski čas T_2 pa hitrost zmanjševanja komponente, ki je pravokotna na smer zunanjega polja, ($\vec{M}_{xy}$) proti ravnovesni vrednosti, ki je enaka nič.

Spinsko-mrežni in spinsko-spinski relaksacijski čas, ki popisujeta relaksacijo jeder v tkivih, se razlikujeta med seboj tako v zdravih kakor tudi v bolnih tkivih (tabela 11.2). Glavni vzroki, ki vplivajo v biološkem tkivu na relaksacijska časa T_1 in T_2, so: a) koncentracija vode v tkivu, b) lastnosti makromolekul (npr. proteinov), obdanih z vodnimi molekulami ter c) koncentracija lipidov in paramagnetnih ionov. Vsi ti faktorji so v različnih kombinacijah prisotni v posameznih zdravih tkivih, spremenijo pa se

tudi v istem tkivu pri različnih boleznih. Kot bomo videli kasneje, so različne vrednosti obeh relaksacijskih časov eden izmed osnovnih pogojev za kontrast (npr. med tumorjem in zdravim tkivom) pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco.

Tabela 11.2: *Tipična relaksacijska časa T_1 in T_2, ki popisujeta vračanje magnetnih dipolov jeder vodika v ravnovesno stanje v različnih zdravih in bolnih človeških tkivih.*

organ	T_1 [ms]	T_2 [ms]
siva substanca	920	100
bela substanca	780	90
mišica	870	45
jetra	500	42
kostni mozeg	241	53
tekočina (koleno)	1980	800
maligni tumor (prsa)	995	75
benigni tumor (prsa)	1200	90

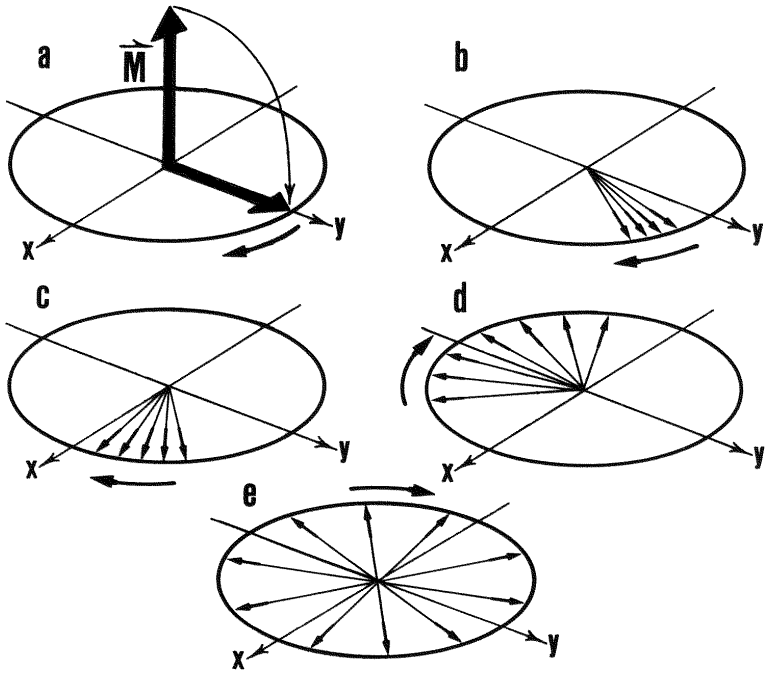
Poglejmo si še malo podrobneje spinsko-spinsko relaksacijo! Če magnetno polje ni na vseh mestih natančno enako, imajo jedra z magnetnim dipolom na različnih mestih različne precesijske frekvence ω (prim. enačbo 11.1). Zaradi različnih precesijskih frekvenc magnetni dipoli v izbranem trenutku po 90°-skem sunku niso zavrteni za enak kot, saj "počasni" magnetni dipoli vse bolj zaostajajo, "hitri" pa so vse bolj

spredaj (slike 11.3b, c in d). Pravimo, da se izgublja fazna povezava med magnetnimi dipoli. Shematsko so razmere po mnogih precesijskih obhodih prikazane na sliki 11.3e.

Komponenta magnetizacije v ravnini xy ($\vec{M}_{xy}$), ki je enaka vsoti komponent posameznih magnetnih dipolov v ravnini xy, se zato s časom manjša. Časovno spreminjanje velikosti komponente magnetizacije v ravnini xy (M_{xy}) lahko popišemo z eksponentno funkcijo:

$$M_{xy}(t) = M_{xy0}\, e^{-\frac{t}{T_2^*}}\,, \tag{11.2}$$

kjer je T_2^* relaksacijski čas, v katerem se izgubi fazna povezava med magnetnimi dipoli, če magnetno polje ni na vseh mestih enako.



Slika 11.3: *Precesija magnetnih dipolov po odklonu magnetizacije ($\vec{M}$) za 90°. Tanke puščice kažejo smeri magnetnih dipolov, zavite puščice pa smer spreminjanja smeri magnetnih dipolov. Razlike v smereh magnetnih dipolov se povečujejo zaradi različnih precesijskih frekvenc, kot prikazujejo slike po abecednem vrstnem redu.*

Magnetno polje ni na vseh mestih enako zaradi dveh razlogov: zaradi spremenljivega magnetnega polja, ki ga ustvarijo dipoli drugih jeder, in zaradi nehomogenosti zunanjega magnetnega polja. Zato se M_{xy} v splošnem zmanjšuje hitreje, kot bi se samo na podlagi sprememb magnetnega polja zaradi magnetnih dipolov. Na zmanjševanje M_{xy} namreč znatno vpliva nehomogenost zunanjega magnetnega polja ($\vec{B}_0$) zaradi neidealnih magnetov, s katerimi ustvarjamo magnetno polje. Zato je skupen relaksacijski čas T_2^* znatno krajši od spinsko-spinskega relaksacijskega časa T_2, ki ga določajo

le interakcije med dipoli*.

11.2.3 Meritev signala pri jedrski magnetni resonanci

Pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco položimo človeško telo v zunanje magnetno polje z gostoto magnetnega polja približno od 0,5 T do 3 T.† Jedra vzbujamo z različnimi sunkovnimi zaporedji in nato merimo odziv na vzbujanje.

Navedimo dve osnovni sunkovni zaporedji:

(a) vzbujanje s samo enim 90°-skim sunkom:

Napetost, ki se inducira v detekcijski tuljavici zaradi precesije magnetizacije po 90°-skem sunku (slika 11.3), imenujemo signal proste precesije. Amplituda signala je premosorazmerna $M_{xy}(t)$ (enačba 11.2). Zato je signal proste precesije največji takoj po sunku, s časom pa se njegova amplituda zmanjšuje s časovno konstanto T_2^* zaradi zgubljanja fazne povezave. Signal lahko opazujemo na zaslonu osciloskopa, vendar zaradi visoke Larmorjeve frekvence (nekaj MHz) vidimo le ovojnico hitro nihajoče inducirane napetosti (slika 11.4A).

(b) vzbujanje z enim 90°-skim sunkom, ki mu po izbranem času $TE/2$ sledi 180°-ski sunek:

Pri tem zaporedju zaznamo z detekcijsko tuljavo dodaten signal, ki ga imenujemo spinski odmev, z maksimumom v času TE po 90°-skem sunku (sliki 11.4B in C).

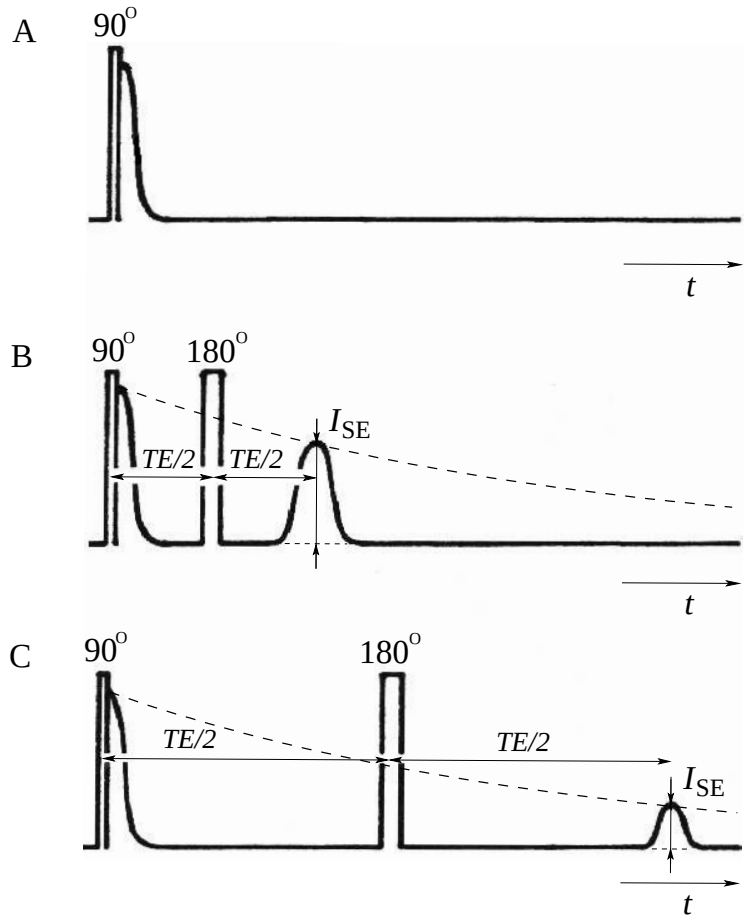
Nastanek signala spinskega odmeva je shematsko prikazan na sliki 11.5. Po 90-stopinjskem sunku magnetizacija kroži v ravnini xy (slika 11.3). Fazna povezava med magnetnimi dipoli se izgublja in signal se zmanjšuje, kot ga opisuje relaksacijski čas T_2^*. Če tedaj na magnetne dipole delujemo s 180°-skim sunkom v smeri pravokotno na $\vec{B}_0$, dobimo tik po njegovem prenehanju zavrteno sliko stanja tik pred 180°-skim sunkom. To vrtenje magnetnih dipolov okrog osi, ki je pravokotna na $\vec{B}_0$, povzroči, da so sedaj "počasni" magnetni dipoli spredaj, "hitri" pa zadaj (slika 11.5). Ker "počasni" še naprej zaostajajo, "hitri" pa prehitevajo, se fazna razlika med magnetnimi dipoli zmanjšuje in ob času TE magnetni dipoli spet krožijo z isto fazo. V detekcijski tuljavi se tedaj inducira signal spinskega odmeva (sliki 11.4B,C): ko je fazna razlika med magnetnimi dipoli še velika, sta inducirana napetost in s tem opazovani signal majhna, z zmanjševanjem fazne razlike se

*Obratna vrednost relaksacijskega časa T_2^* je vsota obratnih vrednosti dveh prispevkov:

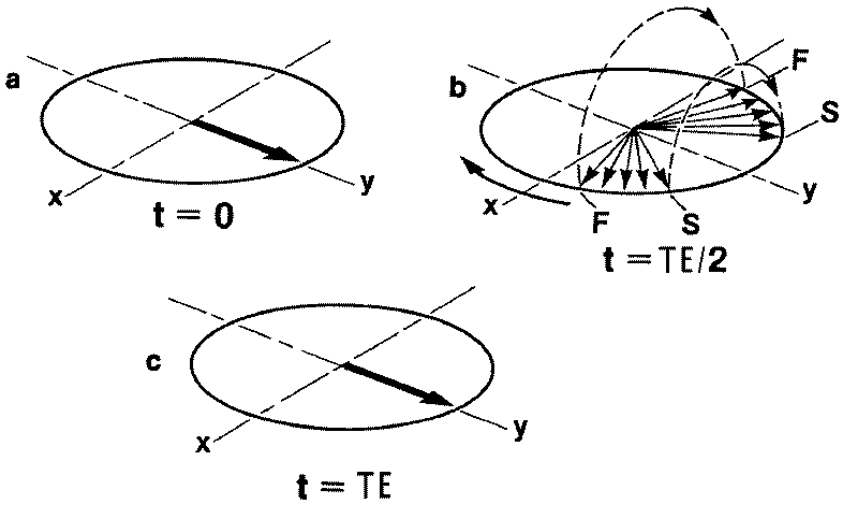
$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{2\Delta B_0}},$$

kjer je $T_{2\Delta B_0}$ čas, ki opisuje zmanjševanje fazne povezave med magnetnimi dipoli zaradi nehomogenosti zunanjega magnetnega polja, in T_2 spinsko-spinski relaksacijski čas, do katerega pride zaradi interakcije med magnetnimi dipoli. V splošnem prevladuje vpliv nehomogenosti zunanjega magnetnega polja ($T_{2\Delta B_0} \ll T_2$ in $T_2^* \approx T_{2\Delta B_0}$), zato T_2 direktno težko določimo.

†Za primerjavo naj navedemo, da je gostota zemeljskega magnetnega polja desettisočkrat manjša (10^{-4} T).



Slika 11.4: *Shematski prikaz sunkov in signalov pri vzbujanju z* 90°*-skim sunkom (A). Vzbujanje s sunkovnim zaporedjem 90- in* 180°*-skega sunka za dva različna časa spinskega odmeva: krajši (B) in daljši (C). Narisana je le ovojnica visokofrekvenčnih signalov. S tanko črtkano krivuljo je shematsko narisano padanje maksimuma spinskega odmeva v odvisnosti od časa spinskega odmeva:* $I_{\mathrm{SE}} \propto \mathrm{e}^{-TE/T_2}$.



Slika 11.5: *Nastanek spinskega odmeva. (a) Takoj po 90°-skem sunku kažejo magnetni dipoli v isto smer. (b) Pri 180°-skem sunku pride do vrtenja magnetnih dipolov, ki kažejo v različne smeri. Z F so označeni "hitri" magnetni dipoli, z S pa "počasni". (c) V času TE spet kažejo magnetni dipoli v isto smer.*

signal povečuje, doseže maksimalno vrednost in spet pada zaradi upadanja fazne povezave pri nadaljnjem kroženju.

Kljub temu, da se obnovi fazna povezava, ki se je izgubila zaradi nehomogenosti zunanjega magnetnega polja, je signal spinskega odmeva nižji kot signal proste precesije, ker v času TE nekaj magnetnih dipolov izgubi fazno povezavo zaradi interakcije.

Maksimum spinskega odmeva (I_{SE}) je tako odvisen od gostote jeder (ρ) ter relaksacijskega časa T_2, ni pa odvisen od nehomogenosti zunanjega magnetnega polja. Popišemo ga lahko z naslednjo odvisnostjo:

$$I_{\mathrm{SE}} \propto \rho\, e^{-\frac{TE}{T_2}}\,, \tag{11.3}$$

kjer je TE čas spinskega odmeva.

V praksi je potrebno sunkovna zaporedja ponavljati. V tem primeru je maksimum spinskega odmeva (I_{SE}) odvisen tudi od relaksacijskega časa T_1 in sicer:

$$I_{\mathrm{SE}} \propto \rho\,(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}})\, e^{-\frac{TE}{T_2}}\,, \tag{11.4}$$

kjer je TR je čas ponavljanja sunkovnega zaporedja oziroma čas med 90-stopinjskimi sunki. Izraz v oklepaju popiše odvisnost velikosti spinskega odmeva od spinsko-mrežne relaksacije – v primeru daljših časov ponavljanja se komponenta magnetizacije v smeri magnetnega polja bolj relaksira in višje vrednosti M_z inducirajo v naslednjem zaporedju višji signal spinskega odmeva.

Poleg zgoraj opisanih sunkovnih zaporedij, uporabljamo za vzbujanje jeder na splošno različne kombinacije visokofrekvenčnih sunkov. Izmerjeni signali so odvisni od izbire sunkov in časovnih razmikov med njimi ter od časa ponavljanja.

11.2.4 Kontrast pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco

Zaporedje 90- in 180°-skega sunka je eno izmed klasičnih zaporedij za vzbujanje jeder pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco. Enačba (11.4) prikazuje, da je maksimum spinskega odmeva (I_{SE}) odvisen tako od lastnosti tkiva (ρ, T_1, T_2) kakor tudi od parametrov, ki jih lahko nastavimo na aparatu (TR, TE).

Tako imamo možnost, da za različne T_1 in T_2 v opazovanih tkivih (npr. pri tumorju in zdravem tkivu v okolici) nastavimo taka TR in TE, da se bo signal I_{SE} iz različnih tkiv kar se da razlikoval. Le tako bomo namreč dobili dober kontrast med opazovanimi tkivi, saj velikemu signalu I_{SE} ustreza svetlo območje na sliki, majhnemu signalu I_{SE} pa temno.

Kot primer poglejmo, kakšen čas spinskega odmeva (TE) potrebujemo, da dobimo optimalen kontrast med tumorjem in okoliškim tkivom. Privzemimo, da je T_2 v tumorju veliko daljši kot v zdravem tkivu v okolici. Tedaj moramo uporabiti tak TE, pri katerem je signal iz tumorja še visok, iz zdravega tkiva v okolici pa že nizek. To bo le tedaj, ko bo TE krajši od $T_{2\,\mathrm{tumor}}$ in daljši od $T_{2\,\mathrm{zdravo\,tkivo}}$ (enačba 11.3). V tem primeru dobimo na sliki dober kontrast. Če bi vzeli krajši čas spinskega odmeva ($TE < T_{2\,\mathrm{zdravo\,tkivo}}$), bi dobili visoke signale tako iz tumorja kakor tudi iz okoliških tkiv, torej temu primerno slab kontrast. Podobno bi se zgodilo pri času spinskega odmeva TE, daljšem od $T_{2\,\mathrm{tumor}}$, le da bi v tem primeru dobili nizke signale in prav tako slab kontrast.

V splošnem se izkaže, da je diagnostični potencial slikanja z jedrsko magnetno resonanco, ob danih lastnostih tkiva (ρ, T_1 in T_2), odvisen predvsem od pravilne izbire sunkovnih zaporedij in od primerne nastavitve časov med sunki (npr. TR in TE).

11.3 Slikanje

Spoznali smo, kako merimo signal in od česa je odvisna njegova velikost. Da pa lahko jedrsko magnetno resonanco uporabimo za slikanje, moramo vedeti, od kod – iz katerega dela telesa – je signal prišel.

Opazujmo rezino vzorca v ravnini xy, pri čemer se gostota magnetnega polja v eni smeri (recimo x) enakomerno spreminja:

$$B_z = B_0 + Gx \; . \tag{11.5}$$

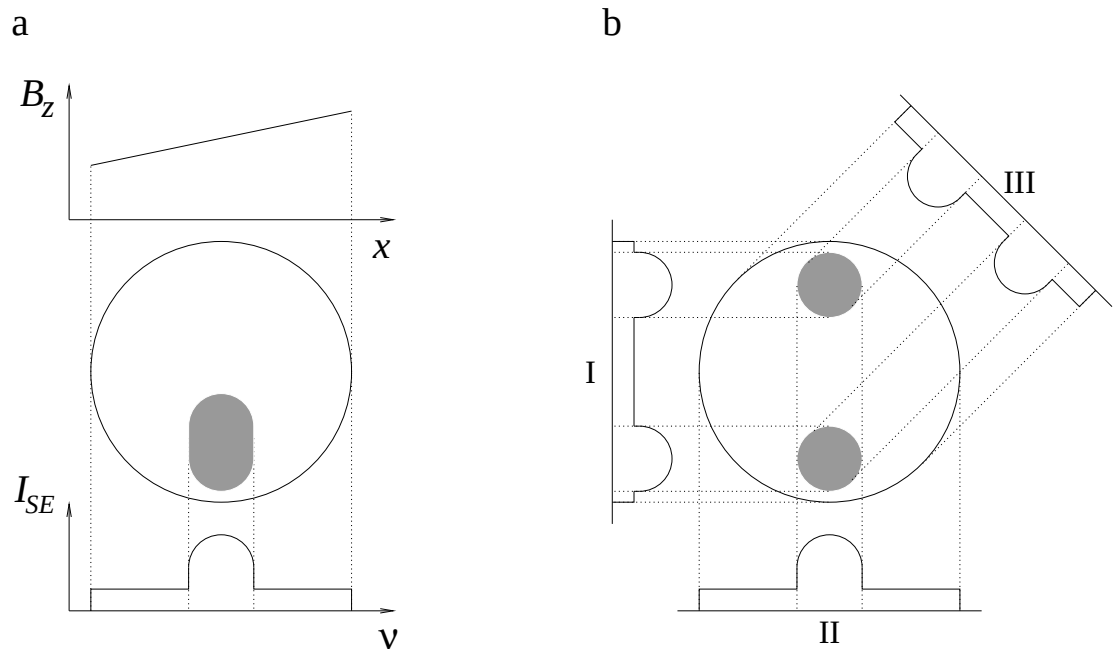
pri čemer gradient magnetnega polja (G) določa, kako je gostota magnetnega polja odvisna od x. Lastna frekvenca jeder (ν) je sorazmerna z gostoto magnetnega polja (enačba 11.1), zato se enakomerno s koordinato x spreminja tudi lastna frekvenca jeder

$$\nu(x) = \frac{1}{2\pi}\gamma(B_0 + Gx) \; . \tag{11.6}$$

Ker se torej magnetno polje, v katerem so jedra, spreminja, je signal spinskega odmeva, ki se inducira v tuljavi, sestavljen iz množice frekvenc. Iz signala, ki je funkcija časa, z matematičnim postopkom (Fourierjevo transformacijo), ki ga izvedemo z računalnikom, izračunamo, kolikšna je višina signala v odvisnosti od frekvence oziroma koliko signala pripada posamezmim frekvencam. Z gradientom dosežemo, da imajo jedra v ravnini xy iste

lastne frekvence na vzporednih pasovih. Ko poznamo porazdelitev signala po frekvencah, vemo, s katerega pasu na ravnini xy izvira določen del signala zaradi linearne odvisnosti med ν in x (enačba 11.6).

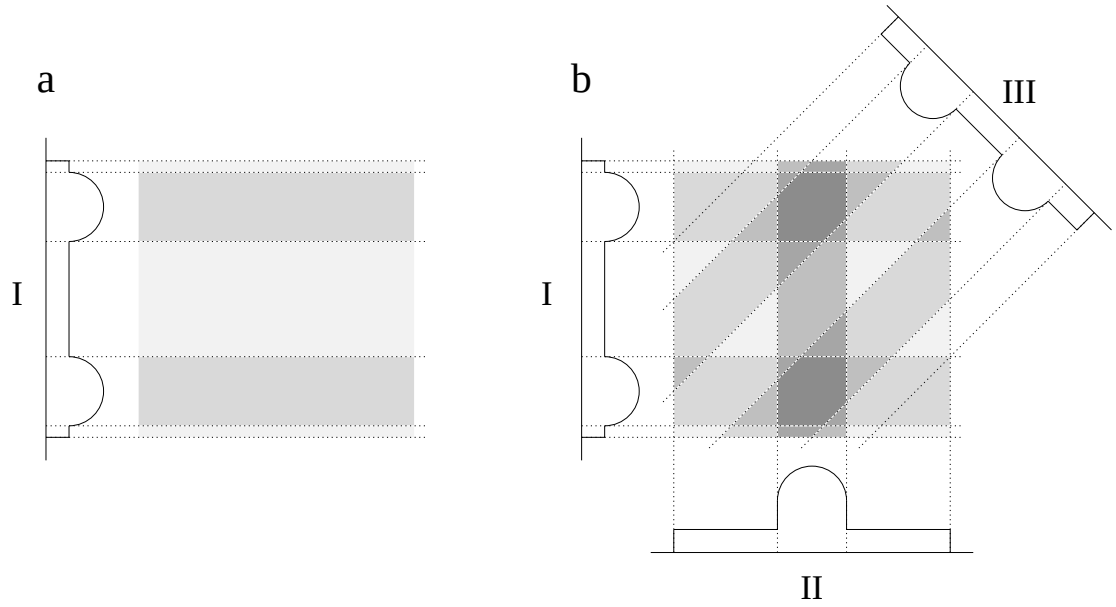
Z eno smerjo vzorca glede na gradient smo dobili višino signalov, ki pripadajo vzporednim pasovom, ki so v našem primeru pravokotni na koordinato x. Da dobimo porazdelitev signala po ravnini, je potrebno vzorec slikati iz več smeri. Pri tomografu, ki ga uporabljamo pri vaji, to napravimo tako, da postopoma vrtimo vzorec, tuljavici, ki ustvarjata gradient, pa sta pri miru. Za vsako smer posnamemo signal spinskega odmeva in s Fourierjeve transformacije dobimo porazdelitev signala po frekvencah. Zaradi linearne odvisnosti frekvenco od položaja vzdolž spreminjanja magnetnega polja lahko določimo še višine spinskih odmevov v odvisnosti od položaja v določenih smereh (slika 11.6).



Slika 11.6: *Shematski prikaz slikanja. Na izbranih primerih vzorcev so temneje prikazana področja, za katera je signal spinskega odmeva visok. a) Enakomerno naraščanje gostote magnetnega polja s položajem vzdolž osi x (en. 11.5). Odvisnost signala spinskega odmeva (I_{SE}) od frekvence (ν), ki ga dobimo s Fourierjevo transformacijo za izbrano smer gradienta gleda na vzorec, pri čemer ν enakomerno narašča z x. b) Odvisnost signala spinskega odmeva od frekvence pri različnih smer gradienta glede na vzorec. Porazdelitev II je zelo podobna porazdelitvi na sliki a, čeprav se vzorca precej razlikujeta.*

Iz posnetih projekcij (porazdelitev signala vzdolž določenih smeri) računalnik sestavi porazdelitev signala po ravnini – sliko rezine vzorca. Pri slikanju različnih vzorcev lahko dobimo pri nekih smereh enake projekcije (slika 11.6). To pomeni, da iz posamezne projekcije v splošnem ne moremo določiti porazdelitve višin spinskih odmevov po ravnini.

Ogledali si bomo, kako iz več projekcij, posnetih v različnih smereh, sestavimo sliko.



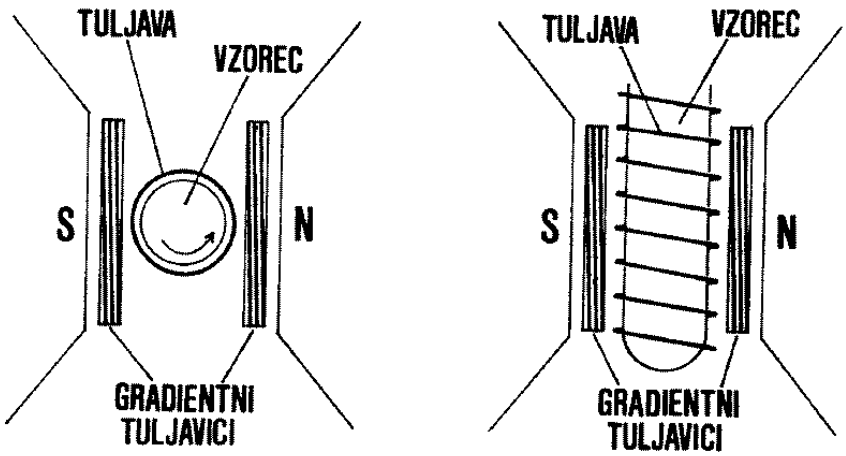
Slika 11.7: *Rekonstrukcija slike. a) Pripis vrednosti prve projekcije posameznim pasovom na sliki. b) Prištetje vrednosti s projekcij, ki so bile posnete pri drugih smereh. Pasovi posameznih projekcij se križajo in vsota prispevkov najbolj narašča na mestih, ki predstavljajo dele vzorca z visokim signalom.*

Metodi pravimo rekonstrukcija iz projekcij*. Na sliko drugo za drugo nanašamo posamezne projekcije, za katere vemo smer glede na gradient. Pri posamezni projekciji vemo, kateremu pasu ustreza višina signala. Ker ne poznamo, kako so posamezni deli vzorca, ki ležijo na izbranem pasu, prispevali k višini signala, na sliki kar celotnemu pasu pripišemo isto višino signala (slika 11.7a). Sliko vsakokrat razdelimo na pasove, ki so pravokotni glede smer projekciji, in vsakokrat delom slike, ki ležijo na posameznem pasu, pripišemo iste vrednosti. Nove vrednosi prištejemo vrednostim na sliki, ki smo jo do tedaj sestavili (slika 11.7b). Pasovi posameznih projekcij se križajo, zato na mestih, ki predstavljajo dele vzorca z močnim signalom, vsota prispevkov bolj naraste.

Zdravnik diagnostik si želi jasne slike, na kateri bo razločil posamezne organe med seboj in ugotovil bolezenska stanja. Zahteva se torej, da je slika kontrastna in ima dobro prostorsko ločljivost. Slike rekonstruiramo in obdelujemo z računalnikom, kar pomeni, da je zapis slike digitalen. Tako sliko si lahko predstavljamo sestavljeno iz majhnih kvadratkov (npr. 256×256 ali 512×512), za katere smo za vsakega določili višino izmerjenega signala, ki jo na sliki predstavimo z barvo ali odtenkom sivine.

Prostorska ločljivost slike navidezno ne predstavlja problema, saj lahko sliko razdelimo na več kvadratkov. Manjši so kvadratki, manjši volumen v vzorcu predstavljajo. A to ima smisel le, če lahko za tako majhne volumne vzorca dovolj natančno izmerimo posamezne velikosti signalov. Manjši kot je volumen, manjši je signal. Težave so tudi pri rekonstrukciji slike, saj za večjo prostorsko ločljivost potrebujemo več izmerjenih projekcij, kar pomeni daljši čas merjenja. Pri

*angl. backprojection reconstruction



Slika 11.8: *Shematski prikaz lege vzorca v NMR spektrometru/MR tomografu (tloris – levo, naris – desno). Tuljava za vzbujanje jeder in detekcijo signala ovija epruveto z vzorcem, ki leži med severnim (N) in južnim (S) polom stalnega magneta. Z gradientnima tuljavicama ustvarimo gradient magnetnega polja, ki je potreben pri slikanju. Puščica na tlorisu prikazuje smer vrtenja vzorca pri slikanju.*

daljših časih merjenja pa je pacient težko pri miru. Na večjo prostorsko ločljivost lahko vpliva tudi dihanje ali utripanje srca. Za optimalno slikenje je potrebno iskati kompromis.

Druga zahteva je, da je slika kontrastna. Pri sumu tumorja v možganih mora biti ta na sliki jasno ločen (druge barve, oster prehod) od ostalih tkiv. Zato moramo poskrbeti, da bo višina signala spinskega odmeva iz tumorja drugačna kot iz ostalih tkiv. Vemo, da je višina spinskega odmeva odvisna tako od lastnosti tkiva (T_1 in T_2), kot tudi od nastavitve časovnih parametrov slikanja (ponavljalnega časa TR in časa spinskega odmeva TE). Iz tabele 11.2 vidimo, da se relaksacijski časi za različna zdrava in bolna tkiva razlikujejo, kar pomeni, da lahko posnamemo sliko, na kateri bomo ta tkiva ločili med seboj, a le pri pravilni izbiri časov TE in TR.

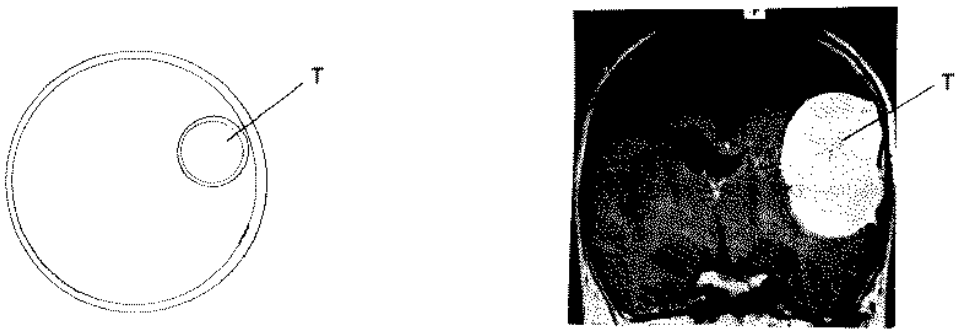
Za dovršeno slikanje je potebno sodelovanje zdravnikov, ki postavijo predhodno diagnozo, in operaterjev tomografa, ki izberejo sunkovna zaporedija in primerne nastavitve časovnih spremenljivk na aparatu. Sodelovanje je za zdravnike lažje, če razumejo osnove jedrske magnetne resonance.

11.4 Opis sistema za merjenje

Vajo boste opravili z NMR spektrometrom/MR tomografom, katerega osrednji del je stalni magnet z jakostjo magnetnega polja enako 0,2 T. Vzorec se postavi v sredino magneta in se ga vzbuja s pomočjo visokofrekvenčnih sunkov, ki se jih s programatorjem pošilja* v tuljavo, ovito okoli vzorca (slika 11.8). Signale, ki se inducirajo v isti tuljavi, se nato zazna in opazuje.

Vzbujanje jeder in detekcijo signala nastavite na frontalni plošči aparata. Detektirane signale opazujete na zaslonu osciloskopa, ki je priključen na spektrometer/tomograf ali pa

*Lučka na čelni plošči tomografa zasveti vsakič, ko vzorec vzbudimo z izbranim sunkovnim zaporedjem.



Slika 11.9: *Tretji vzorec predstavlja model za rezino človeškega telesa, kjer pričakujete tumor. S črko T je v vzorcu označena manjša cevka, ki je napolnjena z isto raztopino kot prvi vzorec in predstavlja tumor. Preostali del vzorca, ki predstavlja zdravo tkivo, je napolnjen z isto raztopino kot drugi vzorec. Desno je slika take rezine v glavi, kjer je tumor označen prav tako s črko T.*

na monitorju računalnika, ki je povezan z osciloskopom.

Z računalnikom je omogočeno poleg zajemanja signalov in njihovega prikazovanja na monitorju tudi slikanje z jedrsko magnetno resonanco. Z računalnikom prav tako izračunamo sliko vzorca iz izmerjenih projekcij glede na smer gradienta magnetnega polja. Gradient (dodatno magnetno polje) ustvarimo s pomočjo dveh fiksnih tuljavic*, zato je smer tega gradienta stalna. Različne projekcije vzorca dobimo z vrtenjem vzorca.

Pri vaji bomo uporabili tri vzorce, prva dva za določanje spinsko-spinskih relaksacijskih časov, tretji vzorec pa je prirejen za slikanje z jedrsko magnetno resonanco. Prvi vzorec je raztopina vode in $CuSO_4$ s koncentracijo $5 \cdot 10^{-3}$ mol/l, drugi vzorec pa raztopina vode in $MnCl_2$ s koncentracijo $3 \cdot 10^{-4}$ mol/l. Različni paramagnetni ioni v vzorcih omogočajo, da pri poskusu lahko predstavimo lastnosti bolnega tkiva (tumor – prvi vzorec) in zdravega tkiva (drugi vzorec) s pomočjo T_1 in T_2 relaksacijskih časov teh dveh raztopin. Prerez skozi tretji vzorec je narisan na sliki 11.9. V večji epruveti, ki je napolnjena z raztopino iz drugega vzorca, imamo še manjšo cevko, napolnjeno z raztopino iz prvega vzorca. S tem vzorcem lahko ponazorimo spreminjanje kontrasta med zdravim in bolnim (tumor) tkivom na slikah, posnetih pri različnih časih spinskega odmeva. Pri tem spoznamo možnost povečanja oziroma pomanjšanja diagnostičnega potenciala slikanja z jedrsko magnetno resonanco.

*Pri največjem gradientu se magnetno polje v vzorcu spremeni za 0,06%.

Naloge:

1. določite vrsto opazovanih jeder
2. izmerite velikost spinskega odmeva dveh vzorcev pri dveh časih spinskega odmeva in izračunajte spinsko-spinski relaksacijski čas za oba vzorca
3. ugotovite primernejši čas spinskega odmeva za slikanje z jedrsko magnetno resonanco
4. posnemite sliko vzorca pri obeh časih spinskega odmeva (točka 2) in opazujte spreminjanje kontrasta

Potrebščine:

NMR spektrometer/MR tomograf

osciloskop z zaslonom na tekoče kristale

računalnik z monitorjem

vzorca za določanje spinsko-spinskega relaksacijskega časa

vzorec za slikanje z jedrsko magnetno resonanco

Izvedba

1.A *Nastavitev resonančne frekvence opazovanih jeder (Larmorjeve frekvence):

V odprtino na zgornji strani spektrometra/tomografa vstavite prvi vzorec.

V začetku boste opazovali le signal proste precesije (slika 11.4A), ki ga povzroči 90°-ski sunek. Natančno nastavite dolžino trajanja 90°-skega sunka. Ta je pravilno nastavljena tedaj, ko je v tuljavi inducirani signal proste precesije po 90°-skem sunku najvišji. Preostane vam še natančna določitev resonančne (Larmorjeve) frekvence 90-stopinjskega sunka, s katero vzbujate jedra v vzorcu. Ob idealni nastavitvi opazite signal proste precesije podoben tistemu na sliki 11.10 desno, v nasprotnih primerih pa signal podoben tistemu na sliki 11.10 levo†.

1.B Določitev resonančne (Larmorjeve) frekvence in vrste opazovanih jeder:

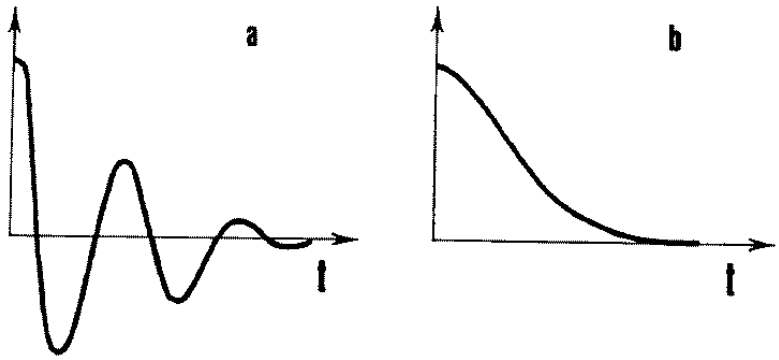
Zabeležite število delcev na potenciometru za nastavitev Larmorjeve frekvence (P). Pri spreminjanju potenciometra se frekvenca vzbujanja spreminja po enačbi:

$$\nu = \nu_0 + kP\,, \tag{11.7}$$

kjer je $\nu_0 = 8,5$ MHz in $k = 5 \cdot 10^{-5}$ MHz/delec. V skladu z enačbo 11.1 izračunajte giromagnetno razmerje jeder v vzorcu. Pri računu upoštevajte, da je gostota magnetnega polja v magnetu spektrometra enaka 0,2 (1 ± 10%) T. Katera jedra so to? Ali lahko opazujete signale drugih jeder s pomočjo našega aparata? Velikost giromagnetnih razmerij je podana v tabeli 11.1.

*Natančnejse navodilo za izvedbo je pri vaji. Lahko ga dobite tudi na spletni strani: http://www.mf.uni-lj.si/ibf/prosto-dostopna-literatura.

†Pri kliničnem MR-tomografu preberete pri tem postopku sporočilo "adjust frequency".



Slika 11.10: *Signal, ki ga dobimo, če je frekvenca vzbujanja jeder atomov v vzorcu identična z Larmorjevo frekvenco, ki jo napoveduje enačba 11.1 (desno – b) in različna od nje (levo – a). (Te krivulje dobimo z merskim postopkom: frekvenco signala, ki ga inducirajo jedra atomov v vzorcu, "primerjamo" s frekvenco vzbujanja tako, da inducirani signal zajemamo s frekvenco vzbujanja.)*

2.A Meritev velikosti spinskega odmeva pri časih spinskega odmeva $TE = 3$ ms in $TE = 18$ ms:

Ker hočete v tem delu vaje opazovati signal spinskega odmeva, morate spremeniti način vzbujanja jeder – 90°-ski sunek nadomestite s sunkovnim zaporedjem, v katerem 90°-skemu sunku sledi v času $TE/2$ še 180°-ski sunek. Le tedaj morete v času TE dobiti spinski odmev (sliki 11.4B in C).

Natančno nastavite dolžino trajanja 180°-skega sunka. Ta je pravilno nastavljena tedaj, ko je inducirani signal spinskega odmeva najvišji.

Najprej morate izmeriti višino spinskega odmeva pri času spinskega odmeva (TE), enakem 3 ms. S potenciometrom nastavite čas med 90- in 180°-skim sunkom tako, da bo maksimum spinskega odmeva pri 3 ms. Višina spinskega odmeva je razlika med vrhom spinskega odmeva in signalom daleč stran, ko je signal spinskega odmeva enak nič (slika 11.4B).

Določite še višino spinskega odmeva pri času spinskega odmeva (TE), ki je enak 18 ms. S potenciometrom nastavite čas med 90- in 180°-skim sunkom tako, da bo maksimum spinskega odmeva pri 18 ms (slika 11.4C).

2.B Izračun spinsko-spinskega relaksacijskega časa za oba vzorca:

Spinsko-spinski relaksacijski čas lahko izračunamo z upoštevanjem enačbe (11.4) in dejstva, da so ρ, T_1 in TR pri meritvah spinskih odmevov posameznega vzorca pri 3 ms in 18 ms enaki. Če enačbo za višino spinskega odmeva pri $TE = 3$ ms delimo

z enačbo za višino spinskega odmeva pri $TE = 18$ ms, dobimo:

$$\frac{I_{SE_1}}{I_{SE_2}} = e^{-\frac{TE_1 - TE_2}{T_2}}, \tag{11.8}$$

po logaritmiranju pa sledi:

$$T_2 = \frac{TE_2 - TE_1}{\ln \frac{I_{SE_1}}{I_{SE_2}}}, \tag{11.9}$$

kjer sta TE_1 in TE_2 časa spinskega odmeva (v našem primeru enaka 3 ms in 18 ms), I_{SE_1} in I_{SE_2} pa sta višini odgovarjajočih spinskih odmevov.

3. Ugotovitev primernejšega časa spinskega odmeva za slikanje z jedrsko magnetno resonanco:

   Na podlagi gornjih rezultatov razmislite, ali je pri slikanju vzorca 3 možno razločevati med raztopino v manjši cevki (vzorec 1) in raztopino v okolici (vzorec 2), če vzorec 3 vzbujamo z zaporedjem 90- in 180°-skega sunka. Če je, kakšen čas spinskega odmeva je primernejši za večji kontrast – 3 ms ali 18 ms?

4.A Slikanje vzorca pri dveh časih spinskega odmeva (točka 2):

   Vzorec 3 boste slikali dvakrat: prvič s časom spinskega odmeva 3 ms in drugič s časom 18 ms.

   Nastavite vse parametre na spektrometru/tomografu, ki so potrebni za slikanje z jedrsko magnetno resonanco. Z vrtenjem vzorca izmerite različne projekcije merjenega vzorca glede na smer gradienta. Iz njih boste s pomočjo računalnika kasneje izračunali sliko vzorca z metodo "backprojection reconstruction".

4.B Kontrast na slikah vzorca 3 pri dveh časih spinskega odmeva, primerjava z diagnostiko tumorja:

   Ali vidite kakšno razliko v vzorcu 3 med raztopino v manjši cevki in raztopino v okolici? Ali je kontrast boljši na sliki vzorca pri $TE = 3$ ms ali $TE = 18$ ms? Po potrebi optimirajte kontrast na sliki s tipkami $\leftarrow$, $\rightarrow$ ter $\uparrow$, $\downarrow$.

   Želeli bi ugotoviti, ali se v določeni rezini človeškega telesa nahaja tumor. Privzemite, da lastnosti vzorca 1 odgovarjajo tumorju in lastnosti vzorca 2 zdravemu tkivu v njegovi okolici. Ali je zaporedje 90- in 180°-skega sunka primerno za diagnozo tumorja? Če je, pri katerem času spinskega odmeva je kontrast, in s tem tudi bolj zanesljiva diagnoza, med "tumorjem" in "zdravim tkivom" boljši ($TE = 3$ ms ali $TE = 18$ ms)?

12 Radioaktivnost

je naravni pojav, pri katerem nestabilna atomska jedra razpadajo in pri tem sproščajo energijo v obliki visoko-energijskih delcev oziroma žarkov, ti pa se absorbirajo v snovi in lahko vplivajo na organizme.

12.1 Uvod

Izotopi nekaterih elementov so nestabilni in zato razpadajo, pri tem pa oddajajo sevanje v obliki različnih visoko-energijskih osnovnih delcev in žarkov. Pojav imenujemo radioaktivnost. Energija oddanega sevanja je dovolj velika, da lahko v snovi, skozi katero to sevanje potuje, razbija atome in molekule ter s tem ustvarja ione in proste radikale; to sevanje zato uvrščamo med *ionizirajoča sevanja*. Nekatere vrste tega sevanja brez težav prodirajo skozi biološko tkivo. Radioaktivnost je po eni strani tako pojav, ki je lahko škodljiv, po drugi strani pa omogoča mnoge postopke v medicini (obsevanje tumorjev, diagnostika, sterilizacija hrane in medicinske opreme...).

V okolju je radioaktivnost stalno prisotna, saj večina snovi (kamnine, zrak...) vsebuje radioaktivne izotope določenih elementov; večina kalijevih atomov v naravi, na primer, ima v jedru 19 protonov in 20 nevtronov, kar je stabilna oblika kalija (zapišemo jo lahko tudi kot $^{39}K_{19}$, kjer je 39 masno, 19 pa vrstno število tega izotopa). Če pa ima kalijevo jedro 21 nevtronov, le-to ni stabilno in bo prej ali slej razpadlo. V naravi je 93,26 % kalija v stabilni obliki z 20 nevtroni (oznaka jedra ^{39}K), 6,73 % v stabilni obliki z 22 nevtroni (^{41}K) in samo 0,012 % v nestabilni obliki z 21 nevtroni (^{40}K). Snov, ki vsebuje kalij, je zaradi deleža ^{40}K radioaktivna. Poleg radioaktivnosti zaradi vsebnosti nestabilnih izotopov na naš planet stalno pršijo kozmični žarki, to so visoko-energijski delci iz vesolja (90 % protoni, 9 % helijeva jedra, 1 % elektroni). Radioaktivna jedra lahko nastanejo tudi pri obstreljevanju stabilnih jeder z visokoenergijskimi delci, ki jih dobimo iz jedrskih reaktorjev in pospeševalnikov. Pri takih jedrih govorimo o umetni radioaktivnosti. Vrednosti radioaktivnosti v okolju tako niso povsod enake, kar pa je v glavnem posledica tega, da se v kamninah zemeljske skorje nahaja radioaktivni uran, iz katerega nastaja radij (^{226}Ra), iz njega pa radioaktivni plin radon (^{222}Rn), ki skozi razpoke v zemeljski skorji ali skozi bolj porozne kamnine pronica iz zemlje; če se stavbe nahajajo na takšnih območjih, je treba prostore redno zračiti.

Radioaktivni izotopi se kemijsko ne razlikujejo od ne-radioaktivnih, zato se vgrajujejo v snovi in preko prehranjevalne verige tudi v živa bitja. V telesu človeka je od naravnih radioaktivnih snovi največ že omenjenega dolgoživega kalijevega izotopa ^{40}K, prisotni pa so tudi radij ^{226}Ra, ogljik ^{14}C in tritij ^{3}H.

12.2 Jedrski razpadi

Ali so vse radioaktivne snovi enako aktivne?

Nekatere kombinacije števil protonov in nevtronov v jedru nekaterih izotopov so energijsko neugodne in jedra razpadejo v stabilnejše oblike. Jedrski razpad je naključen dogodek in za posamezno jedro ne moremo napovedati, kdaj bo razpadlo, tako kot na primer ne moremo napovedati, katera kocka iz množice igralnih kock, ki smo jih vrgli na mizo, bo pokazala šest pik; lahko pa govorimo o verjetnosti za razpad za posamezno vrsto izotopa. Verjetnost za razpad napoveduje, kolikšen delež jeder tega izotopa bo v nekem času razpadel (oziroma po analogiji z igralnimi kockami: kolikšen delež kock iz množice bo pokazal šestico). Število razpadlih jeder v nekem času je definirano kot aktivnost vzorca (A). Enota za aktivnost je becquerel (izgovori *bekerel*), 1 Bq = 1 razpad na sekundo. Aktivnost nekega vzorca je sorazmerna s številom vseh radioaktivnih jeder v tistem vzorcu - več kot je jeder in večja kot je verjetnost za razpad za tisto vrsto izotopa, več bo tudi razpadov - iz česar sledi, da se število preostalih radioaktivnih jeder s časom zmanjšuje eksponentno (izpeljava eksponentne odvisnosti je v okvirčku spodaj). S tem se v času eksponentno niža tudi radioaktivnost (oziroma aktivnost) celotnega vzorca. Razpolovni čas, to je čas, v katerem se število radioaktivnih jeder prepolovi, je za različne radioaktivne snovi zelo različen, kar je povezano z različnimi verjetnostmi za razpad posameznih elementov: medtem ko je npr. za izotop joda ^{131}I, ki se ga uporablja v kliniki za zdravljenje ščitnice, razpolovni čas enak 8 dni, je za ^{40}K približno 1,27 milijarde let.

Izpeljava

Kako lahko opišemo upadanje radioaktivnosti s časom? Če imamo v nekem vzorcu N radioaktivnih jeder, se bo njihovo število v določenem času zmanjšalo zaradi razpadov. Hitrost zmanjševanja števila radioaktivnih jeder opiše razpadna konstanta λ, ki je povezana z verjetnostjo za razpade določenega izotopa in je torej značilna za posamezno vrsto jeder. Sprememba števila jeder v časovni enoti je odvisna od tega, kolikšna je razpadna konstanta in koliko jeder je sploh v vzorcu:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N. \tag{12.1}$$

Pojav, pri katerem je sprememba količine (dN) v časovnem intervalu sorazmerna s samo količino oziroma številom jeder (N) v opazovani snovi, izkazuje eksponentno odvisnost opazovane količine od časa:

$$N(t) = N(0)\mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{12.2}$$

Število radioaktivnih jeder se s časom zmanjšuje, kar neposredno vpliva na aktivnost vzorca (A), ki je odvisna od števila razpadov na časovno enoto:

$$A = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N. \tag{12.3}$$

Aktivnost torej s časom ravno tako eksponentno upada:

$$A(t) = A(0)\mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{12.4}$$

Bolj pogosto kot razpadna konstanta λ pa se v praksi uporablja podatek, koliko časa mora preteči, da se radioaktivnost vzorca zmanjša za polovico – to je razpolovni čas ($t_{1/2}$) radioaktivne snovi. V tem času razpade ravno polovica začetnega števila radioaktivnih jeder:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N(0)}{2} = N(0)\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}}. \tag{12.5}$$

Po logaritmiranju lahko povežemo razpadno konstanto in razpolovni čas: $\lambda = \ln 2/t_{1/2}$.

Ker je razpad jedra naključen, pri merjenju števila razpadov v nekem vzorcu ne dobimo vedno iste vrednosti aktivnosti vzorca, kar se še posebej pozna, če merimo v kratkih časovnih intervalih. V nekem relativno kratkem obdobju bodo rezultati meritev števila razpadov v vzorcu na časovno enoto raztreseni okrog povprečja. Na podlagi dovolj velikega števila meritev pa lahko to povprečje dokaj natančno določimo in na podlagi tega z ustrezno (ne)gotovostjo govorimo tudi o izmerjeni aktivnosti vzorca (A), ki jo določimo kot razmerje povprečnega števila zaznanih razpadov s časovnim intervalom, v katerem smo razpade šteli.

12.3 Sevanje pri jedrskih razpadih

Ali so vsa sevanja enaka?

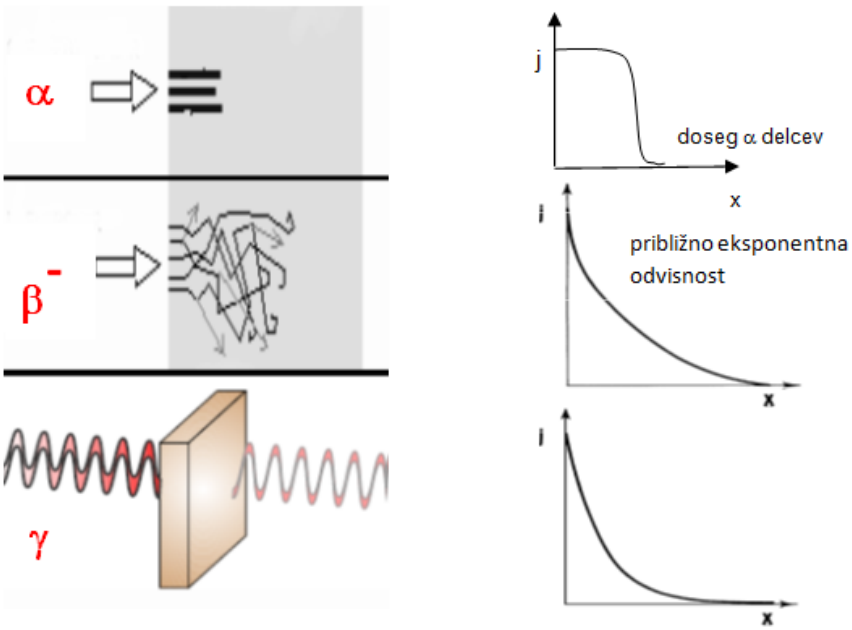
Radioaktivno jedro torej prej ali slej razpade, od vrste jedra pa je odvisno, na kakšen način bo razpadlo in kateri delci bodo izsevani ob razpadu. Poznamo 3 vrste radioaktivnega sevanja: alfa (α), beta (β) in gama (γ) sevanje, in tudi izsevane delce poimenujemo glede na tip sevanja. Pri razpadu α so iz jedra izsevana helijeva jedra (skupki dveh protonov in dveh nevtronov se v tem primeru imenujejo α delci), pri β sevanju ločimo dva podtipa: pri β^- sevanju so izsevani elektroni (β^- delci), pri β^+ sevanju pa pozitroni (ki se tu imenujejo β^+ delci in imajo enako maso, a nasproten naboj kot elektroni). Pri vseh opisanih razpadih se izvorno radioaktivno jedro spremeni v drugo vrsto jedra, saj se mu spremeni število protonov. Sevanje γ je še en način, kako lahko jedro preide v bolj stabilno stanje: jedro izseva visoko-energijski foton, ki mu rečemo tudi γ žarek ali γ delec, pri tem pa se sestava jedra ne spremeni.

Velikostni red energije γ žarkov se delno prekriva z energijami rentgenskih (X) žarkov. Kakšna je razlika med γ in rentgenskim žarki?

12.4 Absorpcija v snovi

Kaj se zgodi, ko izsevani delci vstopajo v snov? Kako sevanje vpliva na organizme?

Pri jedrskih razpadih izsevani delci in žarki imajo dovolj veliko energijo, da lahko med potovanjem skozi snov iz atomov in molekul izbijajo elektrone in tako ustvarjajo ione oz. molekule s prostimi radikali. Ta pojav imenujemo ionizacija, sevanje radioaktivne snovi pa zato spada med ionizirajoča sevanja. Alfa (α) delec je od izsevanih delcev najtežji in najbolj električno nabit. Na svoji poti skozi snov α delci naključno trkajo ob molekule (oziroma v elektrone teh molekul) in jim oddajajo energijo, pri čemer se upočasnjujejo. Počasnejšim delcem se bistveno poveča verjetnost za trk z elektronom v snovi, tako da se α delec naposled na neki globini ustavi. Povečevanje števila ionizacij na poti α delca skozi snov ob upadanju njegove hitrosti pomeni, da bo delec največ energije izgubil tik preden se bo ustavil, kar opisuje t.i. Braggova krivulja (glej skripto, poglavje „Atomsko jedro“). Tipična razdalja, do katere lahko izsevani α delci prodrejo v snov, se imenuje „doseg“ (za ilustracijo glej sliko 12.1, zgoraj), ki je za vse α delce z enako začetno energijo v neki snovi približno enak – za delce z energijo 1 MeV v zraku približno 1 cm, v tekočinah in trdni snovi pa okrog 0,01 mm; α delci se praviloma ustavijo že v vrhnji, poroženeli plasti kože.



Slika 12.1: *Shematski prikaz poti izsevanih delcev α in β v snovi oziroma prodiranja γ žarkov skozi snov (levo). V desnem stolpcu diagrami ilustrirajo upadanje gostote energijskega toka (j) α, β in gamma delcev (od zgoraj navzdol) s potovanjem skozi snov (kjer je x opravljena pot delcev), pri čemer j(x) eksponentno pojema le pri potovanju gamma žarkov skozi snov (za β^- delce pa to velja le približno). Mimogrede: kako bi preverili, ali je upadanje j(x) eksponentno, če bi imeli na voljo podatke oziroma meritve?*

Tudi beta (β) delci so nabiti, vendar so bistveno lažji. Ob trku pozitrona (β^+) z elektronom v snovi se oba izničita, njuna masa se pretvori v energijo, pri čemer nastaneta zaradi ohranitve gibalne količine dva fotona, ki letita v nasprotnih smereh in lahko ionizi-

rata atome na svoji poti; tudi elektroni (β^-) ob prodiranju skozi snov povzročajo ionizacije. Posledica sevanja β so sekundarni efekti, kot so sekundarne ionizacije, vzbujanje elektronov in izsevanje fotonov (γ žarkov). Pri sevanju β ni smiselno govoriti o dosegu, ker se β^+ delci takoj izničijo, β^- delci pa ob trkih z elektroni v snovi spremenijo smer svojega gibanja, lahko pa govorimo o povprečni razdalji, ki jo opravijo β^- delci v neki snovi – elektroni z začetno energijo 1 MeV na primer v vodi v povprečju prodrejo okrog 0,4 cm globoko. Ko delci prodirajo skozi snov, izgubljajo energijo, zato gostota energijskega toka delcev upada z razdaljo, ki so jo opravili delci; v splošnem opis upadanja gostote toka delcev ni enostavna funkcija, a ker imajo β^- delci različne začetne energije, se izkaže, da je odvisnost njihovega energijskega toka od razdalje v nekaterih snoveh zelo podobna eksponentnemu padanju (slika 12.1, sredina).

Od kod pride elektron, izsevan pri β^- razpadu?

Gama (γ) delci so fotoni - elektromagnetni žarki, ki lahko snov nespremenjeni preletijo, lahko pa med preletom po različnih scenarijih pride do absorpcije fotona v snovi, zaradi česar snov preleti le del fotonov, ki so vanjo vstopili. Delež prepuščenih fotonov izračunamo z absorpcijskim zakonom (glej okvirček), ki podaja eksponentno upadanje izmerjenega prepuščenega energijskega toka od debeline snovi (slika 12.1, spodaj). Na podlagi tega pa vpeljemo tudi razpolovno debelino snovi $x_{1/2}$, ki govori o razdalji, pri kateri se število fotonov v snopu zmanjša na polovico prvotnega, kar je povezano z absorpcijskim koeficientom snovi: $x_{1/2} = \ln 2/\lambda$. Razpolovna debelina žarkov γ z energijo 1 MeV je v vodi približno 10 cm.

Izpeljava

Gostota energijskega toka na neki globini znotraj snovi je odvisna od vpadne (začetne) gostote toka (j) na površino plasti, absorpcijskega koeficienta (μ) te snovi za izsevane delce, in od debeline snovi. Na tanki plasti v snovi (dx) se absorbira majhen delež vpadlih γ delcev, zato se energijski tok zmanjša (dj):

$$dj = -\mu j dx. \tag{12.6}$$

Gostoto energijskega toka prepuščenih delcev na določeni globini snovi (x) dobimo, če zgornjo enačbo preuredimo in z integracijo seštejemo deleže absorbiranih žarkov od začetne plasti do debeline x:

$$j(x) = j(0)\mathrm{e}^{-\mu x}. \tag{12.7}$$

Zakonitost, da se gostota energijskega toka žarkov v snovi zmanjšuje eksponentno z globino prodiranja, povzamemo z imenom absorpcijski zakon.

Vsako od opisanih sevanj lahko povzroči spremembe v snovi, učinki pa so odvisni od

tega, kakšno je bilo sevanje (kateri delci in kako globoko so prodrli v snov), koliko časa je sevanje trajalo in koliko se ga je absorbiralo. Če visokoenergijski delci vstopajo v tkiva, sevanje vpliva na celice in njihove funkcije: ali pride do direktnih poškodb biološko pomembnih molekul, na primer do sprememb proteinov ali prekinitev vezi v molekuli DNK (sprememba dednega materiala), ali pa pride do posrednih poškodb tkiva zaradi prostih radikalov, ki nastanejo pri ionizaciji vode. Učinki sevanj na tkiva so podrobneje opisani v skripti v poglavju „Atomsko jedro“ oziroma podpoglavju „Prehod visokoenergijskih delcev skozi snov“.

12.5 Zaznavanje sevanja

Kako izmerimo, kako intenzivno jedra v nekem vzorcu razpadajo?

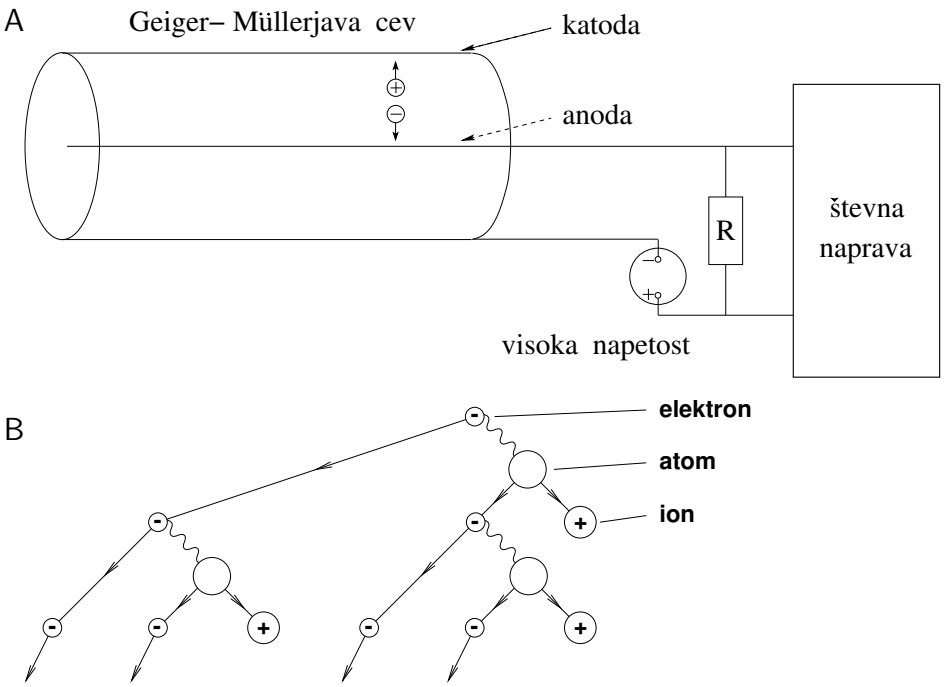
Sevanja radioaktivnih snovi s čutili ne moremo zaznati, lahko pa ga zanesljivo odkrivamo in merimo z instrumenti, ki delujejo na osnovi efektov, kot je ionizacija (pa tudi npr. počrnitev filma, scintilacija in termoluminiscenca, vendar so te tehnike izven dometa tega besedila).

Radioaktivno sevanje najpogosteje merimo z Geiger-Müllerjevim (GM) števcem, ki deluje na podlagi ionizacije plina v GM cevi. To je števna cev z negativno nabito katodo v obliki kovinskega valja in pozitivno anodo kot tanko nitko v sredini cevi (slika 12.2). Cev je napolnjena z inertnim žlahtnim plinom. Ko visoko-energijski delec v prileti v cev, ionizira atome plina, tako da nastanejo pari ion – elektron. Če je napetost med anodo in katodo dovolj visoka, se elektroni v električnem polju med anodo in katodo tako pospešijo proti anodi, da imajo dovolj energije za nadaljnjo ionizacijo atomov plina. Tako se sproži elektronski plaz: en visokoenergijski delec, ki prileti v GM cev, sproži zaporedje ionizacij, zaradi katerih v cevi nastane plaz do 10^8 elektronov, kar povzroči dovolj velik električni tok, da ga lahko zaznamo (posamičnih elektronov ne bi mogli zaznati). Omejitev števca je t.i. „mrtvi čas“ (ponavadi med 100 in 300 μs), znotraj katerega števec ne loči med dvema razpadoma, saj težki ioni še potujejo proti katodi. Šele ko se ioni rekombinirajo s katodnimi elektroni v atome plina, v električnem krogu pa manjkajoče elektrone nadomestijo elektroni iz anode, je v cevi vzpostavljeno prvotno stanje in števec je pripravljen na novo meritev.

Izkoristek GM cevi za nabite delce je blizu 100 %, za žarke γ pa samo 1-2 %. Z GM cevjo lahko ugotovimo, koliko je bilo delcev, ki so sprožili sunek toka, ne moremo pa ugotoviti, kateri delci so bili to, ali meriti njihovih energij. Zaradi sevanja ozadja GM merilec pokaže določeno število sunkov tudi, če v neposredni bližini ni radioaktivnega izvora.

12.6 Opis in izvedba eksperimenta

Pri vaji bomo s pomočjo Geiger-Müllerjeve (GM) cevi zaznavali radioaktivno sevanje iz različnih virov ter opazovali absorpcijo v snovi. Pri analizi rezultatov bomo dobili vpogled v naravo procesa jedrskih razpadov. Radioaktivni izvor, ki ga uporabljamo pri vajah, je navadna kalijeva sol KCl. Ker majhen delež kalija v naravi predstavlja radioaktivni kalij



Slika 12.2: *Shema Geiger-Müllerjeve števne naprave (A) in skicirana razlaga elektronskega plaza (B). Negativno nabiti elektroni (-) se gibajo proti anodi, pozitivno nabiti ioni (+) pa proti katodi. Vijugasta črta simbolizira trk med elektronom in atomom plina v cevi.*

($^{40}K_{19}$), ga nekaj vsebuje tudi kalijeva sol. Radioaktivnega kalija je v soli tako malo, da sol ne škoduje zdravju, vseeno pa seva dovolj, da lahko njeno sevanje zaznamo z inštrumentom. ^{40}K seva β^- in γ žarke, njegov razpolovni čas pa je $1,27 \cdot 10^9$ let. (Vprašanje: se bo med vajo aktivnost izvora zaradi njegovega razpadanja kaj spremenila?)

Prve tri naloge so obvezne, od ostalih naredite vsaj še eno:

Naloge:

1. Izmerite ozadje – sevanje virov v okolici Geiger-Müllerjevega števca.
2. a) Izmerite povprečno število razpadov vzorca kalijeve soli v 10 s in določite zaznano aktivnost izvora $^{40}K_{19}$. b) Statistično obdelajte dobljene podatke (izračun povprečja $\overline{N}$, standardne deviacije σ, in napake povprečja σ_s). c) Grafično prikažite izmerjene podatke o razpadih v histogramu in dobljeno porazdelitev primerjajte z normalno porazdelitvijo (Gaussovo krivuljo).
3. Ocenite razpolovno debelino aluminija za sevanje vzorca $^{40}K_{19}$.
4. *Izmerite ozadje, če je v bližini Geiger- Müllerjevega števca prižgan mobilni telefon, in ga primerjajte z meritvami iz prve naloge.
5. *Izmerite sevanje iz posodice z umetnim gnojilom, in ga primerjajte z meritvami iz prvih dveh nalog.

6. *Primerjajte razpolovni debelini aluminija in še enega materiala (papir).

Izvedba

Najprej priključite in nastavite Geiger-Müllerjev (GM) števec. Navodila za nastavitve števca so posebej na listu pri vaji (List 1: „Navodila za nastavitve Geiger-Müllerjevega števca“).

1. Pri ozadju nas zanima radioaktivnost virov v okolici števca (vključno s števcem samim in človekom, ki sedi pri števcu in opravlja meritve). Petkrat izmerite število sunkov na 100 s, pred čemer seveda preverite, da vzorca kalijeve soli ne bo v neposredni bližini GM cevi.

2. a) in b) Vstavite vzorec (kalijevo sol v prozorni okrogli posodici) pod G-M cev. Pripravite si tabelo za vsaj 80 meritev, na podlagi katerih boste analizirali aktivnost vzorca kalijeve soli. Interval merjenja nastavite na 10 s in vsaj 80-krat izmerite število sunkov. Sproti beležite rezultate – število razpadov v 10 s. c) Hkrati z zapisi meritev na 10 s naj kar sproti nastaja še grafični prikaz (histogram) dobljenih rezultatov: vsako meritev vrišite v diagram, ki ima na abscisi razrede s številom razpadov/10 s, na ordinati pa označite število takšnih dogodkov. Za boljši pregled nad porazdelitvijo dogodkov za vsakih deset vrisanih rezultatov uporabite svojo barvo. Listi s karo vzorcem za lažje risanje so ob G-M cevi, prav tako primer takšnega grafa (List 2).

3. Vzorec pustite v vložišču in nastavite interval merjenja spet na 100 s. Na poličko med vzorec in števno cev vstavljajte ploščice iz aluminija in izmerite število sunkov v 100 s za 5 različnih debelin ploščic, pri čemer pri vsaki debelini merite vsaj 3-krat. Različne debeline dobite preprosto tako, da ploščice naložite eno na drugo. Debeline, pri katerih boste merili, določite sami (na vsaki ploščici je debelina napisana), optimalno vam pri največji debelini meritve že kažejo približno take vrednosti kot pri meritvah ozadja, in so torej ploščice prestregle iz vzorca izsevane delce

4. *Preverite lahko, ali se povprečna vrednost ozadja kaj razlikuje od prej izmerjenega, če je v neposredni bližini GM cevi prižgan mobilni telefon. Merite tako, da boste lahko primerjali rezultate s prvo nalogo (5-krat izmerite število sunkov na 100 s).

5. *Preverite lahko, ali je sevanje umetnega gnojila (z visoko vsebnostjo dušika, fosforja in kalija), povečano v primerjavi z ozadjem. Pod GM cev vstavite posodico z umetnim gnojilom (v obliki granul rdeče barve). Merite tako, da boste lahko primerjali rezultate s prvo nalogo (5-krat izmerite število sunkov na 100 s) in s preračunanimi vrednostmi iz druge naloge.

6. *Poskusite določiti, ali je razpolovna debelina papirja večja ali manjša od razpolovne debeline aluminija. Nad vzorec s soljo vstavljajte pripravljene lističe in beležite število zaznanih razpadov pri posameznih debelinah papirja.

Analiza

1. Izračunajte povprečno vrednost ozadja ($\overline{N}_{oz}$) in določite največje izmerjeno odstopanje od povprečja (ΔN_{oz}) kot oceno napake meritve, saj je meritev malo.

2. a) Izračunajte povprečje meritev ($\overline{N}$) iz vzorca izsevanih delcev v časovnih intervalih po 10 s. Kolikšna je aktivnost samega vzorca? (Upoštevajte ozadje, izmerjeno v prvi

nalogi.) b) Pokažite, v kolikšni meri so meritve raztresene okrog povprečja: izračunajte standardno deviacijo (standardni odklon) porazdelitve σ (poglavje "Osnove merjenj in analiza meritev", enačba 0.2). Še en pomemben podatek o vaših meritvah je „napaka povprečja“ (σ_s), ki je mera za natančnost izračunanega povprečja $\overline{N}$. Na podlagi dosedanjih rezultatov lahko torej zdaj izračunate še σ_s (poglavje "Osnove merjenj in analiza meritev", enačba 0.4), da dobite oceno, v kakšnem intervalu se lahko giblje vrednost „pravega povprečja“.

Ocena „napake povprečja“ je pri analizi meritev zelo pomembna: z meritvami namreč ponavadi zajamemo le vzorec dogodkov v celotni populaciji, zato se vrednost dobljenega povprečja meritev verjetno nekoliko razlikuje od njegove „prave vrednosti“. S σ_s z določeno stopnjo zaupanja ocenimo, v kako širokem intervalu okrog dobljenega povprečja se nahaja „prava vrednost“ povprečja. Seveda nam večje število meritev pomaga, da je povprečje določeno bolj natančno, kar se pozna v manjšem σ_s. Kaj pa se z večanjem števila meritev dogaja z intervalom, ki ga označuje σ?

c) Vsako meritev ste vpisali v ustrezen razred na histogramu; tipično je v posameznem razredu malo meritev, zato grafično združite po dva ali celo po tri razrede tako, da označite povprečno število meritev v združenih razredih. S pomočjo poglavja 0, kjer so predstavljeni pristopi k merjenjem in obdelavi meritev, poglejte, kakšni porazdelitvi najbolj ustrezajo rezultati naloge, ki so se zdaj izrisali na vašem histogramu? Izračunano standardno deviacijo označite z navpičnima črtama na histogramu. Preverite, kolikšen delež meritev pade v interval med $\overline{N} - \sigma$ in $\overline{N} + \sigma$. Označite tudi interval zaupanja za izračunano povprečje meritev – tako, da tudi interval σ_s označite na histogramu.

3. Izrišite graf odvisnosti zaznanih sunkov od debeline vstavljenih ploščic. Ne pozabite vrisati točke, ki ste jo izmerili v prejšnjem delu vaje, torej zaznanega števila razpadov, ko med vzorcem soli in števno cevjo ni bilo nobene ploščice (debelina $d = 0$ mm)! Dobljene vrednosti povežite z gladko krivuljo, na grafu pa označite tudi, kolikšen je pri vseh debelinah ploščic prispevek ozadja. Odčitajte z grafa razpolovno debelino aluminija, torej debelino, pri kateri aluminij absorbira ravno pol izsevanih delcev iz vzorca.

4. *Izračunajte povprečje meritev ozadja ob prižganem mobilnem telefonu ($\overline{N}_m$), določite mersko napako, in primerjajte dobljeni rezultat s tistim iz prve naloge. Lahko na podlagi meritev sklepate o tem, ali je sevanje iz mobitela ionizirajoče ali neionizirajoče sevanje? Ali lahko z GM cevjo zaznamo neionizirajoče sevanje?

5. *Izračunajte povprečje meritev razpadov ($\overline{N}_g$) v posodici umetnega gnojila, določite mersko napako in primerjajte dobljeni rezultat s tistim iz prve naloge. Razmislite o vzrokih za vaša opažanja.

6. *Rezultate meritev narišite na isti graf kot v nalogi 3 še za drugi izbrani material (papir) in ocenite, kateri material ima večjo/manjšo razpolovno debelino, pri čemer pa bodite pozorni na merske napake. Napake izračunanih povprečij lahko grafično označite z navpičnimi črticami ustrezne velikosti.

Meritve in analize, ki ste jih opravili, so vam ponudile zgolj kratek vpogled v področje statistike. Predstavitev in interpretacija rezultatov sta zelo pomembni, saj se moramo zavedati, da imamo za sklepanje o splošnem pojavu ali zakonitosti na voljo le omejeno število meritev na nekem vzorčnem izseku iz celote (pa naj bo to material ali skupina ljudi). Pri medicinsko naravnanih raziskavah se tipično srečujemo s primeri, v katerih se skupino pacientov z določenimi simptomi primerja s kontrolno skupino. Razviti so statistični testi, ki se jih nismo v vaji niti dotaknili, ki z določeno stopnjo verjetnosti ocenijo, ali se skupina pacientov in kontrolna skupina „statistično pomembno“ razlikujeta glede obravnavanega pojava, pa naj bo to učinek novega zdravila, nova metoda operacije, povezava (korelacija) z življenjskimi navadami... Osnova za interpretacijo rezultatov so izračunana povprečja meritev, standardna deviacija meritev in napaka povprečja, ključen za kvalitetno določene rezultate in zanesljive ocene korelacij pa je v vsakem primeru dovolj velik vzorec oziroma dovolj veliko število meritev.

Viri/predlogi za nadaljnje branje:
- skripta Poglavje 7: Atomsko jedro
- http://www.arao.si/uploads/datoteke/raopis-14.pdf
- Gregor Serša: Biološki učinki ionizirajočega sevanja
- Tomaž Fortuna: Življenje s sevanjem