

Biofizika za medicino

Zapiski s predavanj iz biofizike
za študente medicine in dentalne medicine

Drugi del: elektrika in magnetizem

Jure Derganc

Verzija 30. 12. 2019. Popravki se zbirajo na [tem naslovu](#).

Kazalo

| | |
|--|-----------|
| IV Električni in magnetni pojavi | 4 |
| 17 Osnove elektrostatike | 5 |
| 17.1 Električni naboji v bioloških sistemih | 5 |
| 17.2 Sila med točkastima nabojema | 7 |
| 17.3 Električno polje | 8 |
| 17.4 Dipol | 11 |
| 17.5 Nabita površina, kondenzator | 13 |
| 18 Električno polje v snovi | 16 |
| 18.1 Kovine: Faradayeva kletka | 16 |
| 18.2 Neprevodne snovi | 17 |
| 18.3 Ionske raztopine: senčenje naboja | 19 |
| 19 Električni tok | 23 |
| 19.1 Ohmov zakon | 23 |
| 19.2 Električni tok v raztopinah | 25 |
| 19.3 Izmenični tok | 29 |
| 19.4 Tok skozi kondenzator: reaktanca | 31 |
| 19.5 Tok skozi telo in impedanca telesa | 35 |
| 20 Izvori električne napetosti in toka v telesu | 40 |
| 20.1 Prekomembranski potencial | 40 |
| 20.2 Tkiva kot izvori električnega toka | 45 |
| 21 EKG | 49 |
| 22 Magnetizem | 55 |
| 22.1 Magnetno polje | 55 |
| 22.2 Izvor magnetnega polja je tudi električni tok | 57 |

| | |
|---|----|
| 22.3 Sila na električni naboj v magnetnem polju | 61 |
| 22.4 Magnetna indukcija | 62 |

Del IV

Električni in magnetni pojavi

Poglavlje 17

Osnove elektrostatike

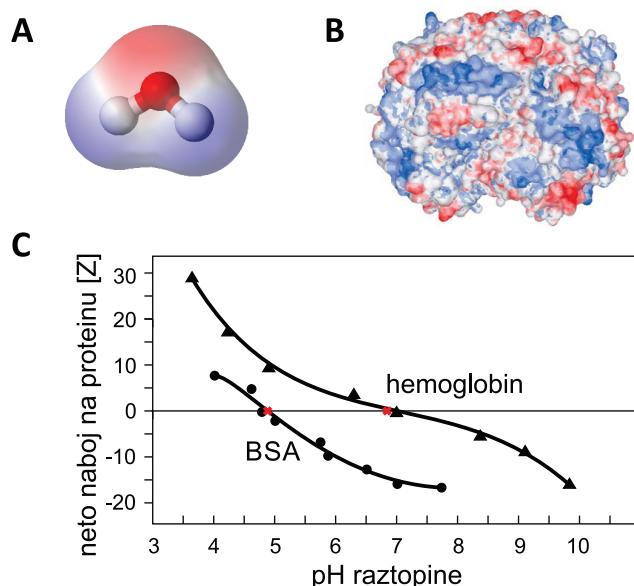
17.1 Električni naboj v bioloških sistemih

Poleg mase je električni naboj ena od najpomembnejših lastnosti osnovnih gradnikov narave. V nasprotju z maso je lahko naboj tudi negativen – med osnovnimi delci ima npr. elektron negativen naboj, proton pozitivnega, nevron pa je nevtralen oz. nima naboja. Po absolutni vrednosti sta naboja elektrona in protona enaka t.i. *osnovnemu naboju*, $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As. Enota za naboj je torej amper-sekunda, pri čemer je enota amper (A) ena od osnovnih enot pri elektriki (kasneje bomo videli, da z njo merimo električno tok).

Enaki naboji se med seboj odbijajo in nasprotni privlačijo, vendar v vsakdanjem življenju te sile redko opazimo, saj je snov ponavadi sestavljena iz enakega števila pozitivnih in negativnih nabojev ter je navzven električno nevtralna. Povsem drugače je v svetu molekul, saj tam vlada ravno električna sila med naboji, ki na majhni skali ne morejo biti povsem enakomerno porazdeljeni. Prav zaradi električne sile so elektroni in protoni ujeti v atome, električna sila drži skupaj atome v molekulah in zaradi električne sile se molekule združujejo v snovi.

Električno nabiti atomi in molekule se imenujejo *ioni*: če je v njih presežek elektronov nad protoni, se imenujejo *anioni*, v nasprotnem primeru pa jih imenujemo *kationi*. Kuhinjska sol npr. v vodi disociira v natrijev kation (Na^+) in klorov anion (Cl^-). Mnoge molekule so sicer električno nevtralne, a je naboj v njih razporejen nesimetrično in so zato *polarne*. Taka je npr. molekula vode, pri kateri je stran s kisikom malo bolj negativna od strani z vodikoma (slika 17.1A). Poseben primer takih molekul so t.i. ioni-dvojčki oz. zwitterioni, pri katerih je ena stran nabita z enim, druga pa z nasprotnim nabojem.

Električni naboj označimo z e , število osnovnih nabojev na nekem delcu pa z valenco iona Z ($e = Ze_0$). Elektron in Cl^- imata tako $Z = -1$, nevron $Z = 0$, proton in Na^+ imata $Z = 1$, ion magnezija Mg^{2+} pa $Z = 2$.



Slika 17.1: Shematski prikaz razporeditve naboja A) na molekuli vode in B) na proteinu hemoglobinu pri nevtralni vrednosti pH. Z modro barvo so prikazani pozitivno nabiti deli, z rdečo pa negativno nabiti. C) Odvisnost naboja na proteinu od pH raztopine za hemoglobin (trikotniki) in serumski albumin (BSA, krogci). Izoelektrična točka hemoglobina je približno 6,8, BSA pa približno 4,7.

Na bioloških molekulah je razporeditev naboja lahko še mnogo bolj zapletena, saj so te molekule velike in imajo lahko veliko nabitih ali polarnih skupin (slika 17.1B). Poleg tega lahko mnoge biološke molekule izmenjujejo protone z raztopino, zato je njihov naboj odvisen od pH raztopine. Spomnimo se namreč, da je pH raztopine merilo za koncentracijo vodikovih ionov v raztopini:

$$\text{pH} = -\log c_{H+} \quad (17.1)$$

pri čemer moramo v zgornjo enačbo vstaviti molarno koncentracijo.

Pri proteinih protone z raztopino izmenjujejo predvsem proste aminoske skupine ($-\text{NH}_3^+ \rightleftharpoons -\text{NH}_2 + \text{H}_{(\text{aq})}^+$) in karboksilne skupine ($-\text{COOH} \rightleftharpoons -\text{COO}^- + \text{H}_{(\text{aq})}^+$). Pri DNA je nosilka naboja fosfatna skupina v verigi (PO_4^{2-}), zaradi česar

ima pri nevtralnem pH vsak bazni par dva negativna naboja.

Pri nizkem pH je v raztopini veliko protonov, zaradi česar se jih nekaj preseši tudi na ustrezne skupine na makromolekulah, ki zato postanejo pozitivno nabite. Obratno se zgodi pri visokem pH – protoni se iz molekul preselijo v raztopino, molekule pa ostanejo negativno nabite. Naboju na makromolekulah zato ponavadi pada z naraščanjem pH, točko v kateri je naboju na molekulah enak nič pa imenujemo *izoelektrična točka* (slika 17.1C). DNA je npr. pri nevtralnem pH negativno nabita, njena izoelektrična točka pa je približno pri pH 5. Tudi glave mnogih lipidnih molekul so nabite; glave fosfolipida fosfatidilserin (PS) npr. pri nevtralnih pH nosijo en negativni naboj (njihova izoelektrična točka je pri približno pH 1).

17.2 Sila med točkastima nabojem

Ena od osnovnih lastnosti električnih nabojev je, da se med seboj privlačijo oz. odbijajo z električno silo. Električno silo med dvema nabojem v praznem prostoru opisuje znameniti Coulombov zakon

$$F_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (17.2)$$

kjer je r razdalja med nabojem e_1 in e_2 , ϵ_0 pa je influenčna konstanta ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$). Naboja z enakim predznakom se odbijata, z nasprotnim pa privlačita.

Če je v prostoru več nabojev, Coulombova sila deluje med vsakim parom nabojev, pri čemer prisotnost ostalih nabojev ne vpliva na velikost sile med dvema nabojem. Coulombova sila je torej aditivna: sila na izbran naboju je vsota sil vseh ostalih nabojev v prostoru na ta naboju. Če bi npr. žeeli ugotoviti, kako se bo nabita makromolekula obnašala v bližini nabite celične membrane, bi v principu to lahko izračunali s pomočjo enačbe 17.2. Zaradi velikega števila nabojev na membrani, s katerimi bi morali izračunati Coulombovo silo, pa bi bil tak račun precej zahteven in ga v praksi ne moremo enostavno izvesti. Na srečo si lahko pri opisovanju električnih sil v sistemih z velikim številom nabojev pomagamo s konceptom električnega polja, ki ga bomo spoznali v prihodnjem razdelku.

17.3 Električno polje

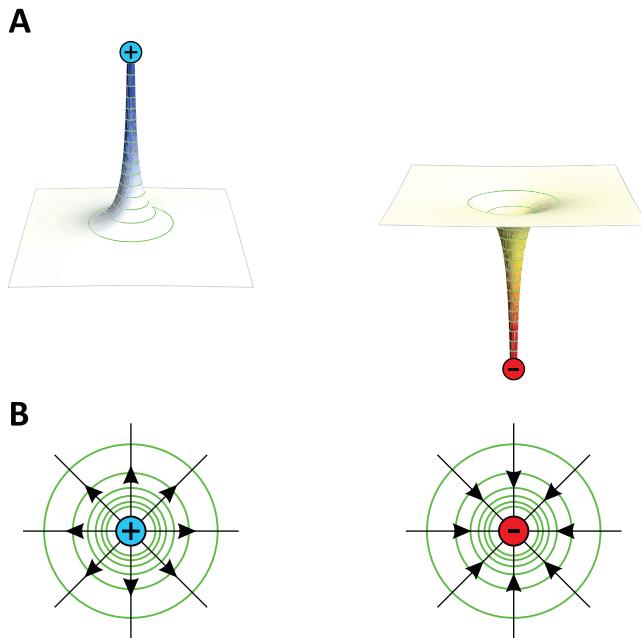
Interakcije med nabitimi delci, ki jih sicer opisuje Coulombova sila (en. 17.2), lahko zelo nazorno opisujemo tudi s pomočjo koncepta *električnega polja*. Predstavljamo si lahko namreč, da vsak naboj v svoji okolici ustvarja električno polje in da to električno polje nato s silo deluje na druge naboje. Na prvi pogled se nam mogoče zdi, da je koncept polja nepotrebna komplikacija, a do konca poglavja bomo spoznali, da nam koncept polja zelo olajša razumevanje mnogih električnih pojavov, nepogrešljiv pa je tudi pri razumevanju magnetizma. V tem razdelku bomo električno polje opisali na primeru polja v okolici točkastega naboja, v nadaljevanju pa bomo opisali še polje v drugih primerih.

Najprej se spomnimo poglavja pri mehaniki, v katerem smo pokazali, da lahko na obnašanje masnih teles v gravitacijskem polju enakovredno gledamo skozi oči sile ali energije. Električna sila je podobno kot sila teže tudi konzervativna, zato lahko pri njej uporabimo enak trik (matematični zapis Coulombovega zakona je zelo podoben zapisu gravitacijskega zakona). Vpeljemo torej električno polje, ki ga opisujemo z *električnim potencialom* (φ) in *jakostjo električnega polja* (\vec{E}). Predstavljamo si namreč lahko, da negativni naboj v prostoru ustvari potencialno jamo, pozitivni pa potencialni vrh (slika 17.2A). Drug naboj, ki ga postavimo v to električno polje, bo čutil silo, ki je sorazmerna strmini potencialnega brega. Pozitivne naboje električna sila tako vleče proti nižjemu potencialu, negativne pa proti višjemu potencialu (to je drugače kot pri gravitaciji, kjer je masa lahko le pozitivna in zato maso vedno vleče proti dolini, t.j. proti nižjemu potencialu).

Jakost električnega polja si lahko lepo predstavljamo s pomočjo *silnic*, ki prikazujejo, kakšna sila bi delovala na pozitivni naboju, ki bi ga postavili v polje. Na sliki 17.2B so predstavljene silnice v okolici točkastega naboja. Sila na pozitivni naboju, ki ga postavimo v tako polje, bo kazala v smeri silnic, sila na negativni naboju pa ravno v nasprotni smeri. Velikost sile v neki točki prostora je sorazmerna gostoti silnic v tisti točki: silnice, ki se širijo iz točkastega naboja, z oddaljenostjo od njega postajajo vedno redkejše, kar se ujema z enačbo za Coulombovo silo (en. 17.2), ki pravi, da sila okoli točkastega naboja pada s kvadratom razdalje.

Če se v električnem polju premikamo vzdolž silnic, se nam torej spreminja potencial, če pa se premikamo pravokotno na silnice, ostajamo vseskozi na istem potencialu. Črte, ki povezujejo točke z istim potencialom, imenujemo *ekvipotencialne črte* in so analogne plastnicam (izohipsam), t.j. črtam, ki na zemljevidih povezujejo točke z isto višino.

Opis električnega polja nadgradimo še z enačbam:



Slika 17.2: Električno polje v okolici točkastega naboja. A) Prikaz električnega potenciala v okolici pozitivnega in v okolici negativnega naboja. Pozitivni naboj okoli sebe ustvari potencialni vrh, negativni pa jamo. Z zeleno so označene ekvipotencialne črte, t.j. črte ki povezujejo točke na enaki višini potenciala. B) Prikaz električnih silnic za oba primera. Silnice vedno kažejo navzdol po potencialnem bregu in so vedno pravokotne na ekvipotencialne črte (sliki B sta pogleda s ptičje perspektive na slikah A). Silnice električnega polja nakazujejo smer sile na pozitivni naboju, ki bi ga postavili v polje, in torej kažejo stran od pozitivnega oz. proti negativnem naboju. Električno polje torej pozitivne naboje vleče proti dnu potencialne jame, negativne pa proti vrhu.

- Električna sila, ki jo čuti naboj v električnem polju, je sorazmerna velikosti naboja in jakosti električnega polja:

$$\vec{F}_e = e\vec{E} . \quad (17.3)$$

Jakost električnega polja v neki točki prostora je torej vektor, ki kaže v isto smer, kot kaže električna sila na pozitivni naboju v tisti točki. Sila na negativni naboju kaže v nasprotni smeri kot silnice.

- Električna sila je sorazmerna strmini električnega potenciala, t.j. odvo-

du potenciala po prostoru (t.j. gradientu potenciala). Če se potencial spreminja le v smeri x torej velja:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} . \quad (17.4)$$

Minus v zgornji enačbi nakazuje, da silnice kažejo v smer proti nižjemu potencialu.

- Zgornjo zvezo lahko tudi obrnemo: če se vzdolž silnice premaknemo za razdaljo Δx , se nam potencial spremeni za

$$\Delta\varphi = -E\Delta x . \quad (17.5)$$

Minus v enačbi spet pomeni, da se med premikanjem v smeri silnic potencial niža.

- Če se premikamo pravokotno na silnice, se nam potencial ne spremeni. Gibljemo se torej po ekvipotencialni črti.
- Na naboj v polju deluje sila, zato je vsako premikanje naboja vzporedno s silnicami povezano z delom $A = F\Delta x$, to delo pa je povezano s spremembou električne potencialne energije. Primerjava zgornjih enačb nam pove, da je električna potencialna energija naboja e v potencialu φ torej

$$W_e = e\varphi . \quad (17.6)$$

- Končno je nastopil čas, da vpeljemo eno od najbolj osnovnih električnih količin: električna napetost med dvema točkama v prostoru je potencialna razlika med temi dvema točkama:

$$U = \Delta\varphi . \quad (17.7)$$

Napetost torej igra vlogo višinske razlike pri gravitacijskem potencialu in jo v praksi srečamo večkrat kot absolutno vrednost električnega potenciala. Slednja je pravzaprav stvar dogovora, napetost pa je merljiva količina.

- Če zadnji dve enačbi združimo, ugotovimo, da se naboju, ki prepotuje napetost U energija spremeni ravno za

$$\Delta W_e = eU . \quad (17.8)$$

S to enačbo je povezana enota za energijo eV, ki opisuje spremembo električne energije osnovnega naboja, ki prepotuje napetost 1 V. Velja kar $1 \text{ eV} = e_0 \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. To enoto uporabljamo za opisovanje energij v svetu atomov, saj so le-te ravno reda velikosti eV in je zato tam enota J nepraktična.

Oboroženi z novimi definicijami lahko zapišemo jakost električnega polja in električni potencial v okolini točkastega naboja. S primerjavo enačb 17.2 in 17.3 ugotovimo, da točkasti naboj e okoli sebe ustvarja električno polje z jakostjo

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} , \quad (17.9)$$

kjer je r razdalja do tega naboja (izraz za Coulombovo silo dobimo, če si predstavljamo, da naboj e_2 okoli sebe ustvarja polje, ki s silo deluje na naboj e_1 , ter združimo enačbi 17.3 in 17.9).

S pomočjo zvezze, da je jakost električnega polja enaka odvodu potenciala po kraju, lahko tudi le z našim znanjem matematike uganemo izraz za višino električnega potenciala v okolini točkastega naboja

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} . \quad (17.10)$$

Vsak lahko preveri, da z odvajanjem enačbe 17.10 po r dobimo ravno enačbo 17.9 (minus, ki se pojavi pri odvajanju, se izniči z minusom iz enačbe 17.4). Jakost električnega polja torej pada s kvadratom oddaljenosti od točkastega naboja, električni potencial pa obratno sorazmerno z oddaljenostjo.

17.4 Dipol

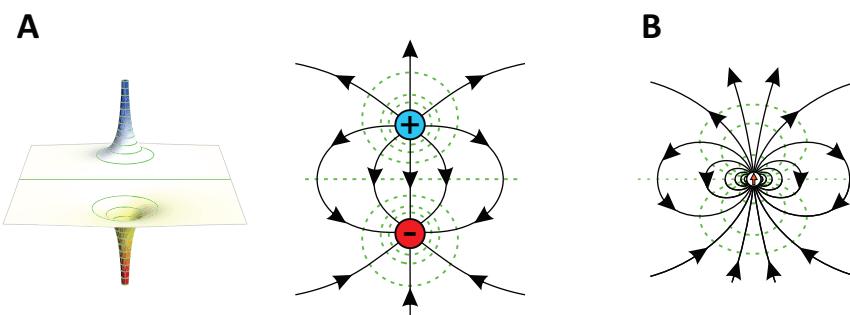
Polarne molekule so navzven sicer električno nevtralne, a zaradi nesimetrično razporejenega naboja kljub temu v svoji okolini ustvarjajo električno polje. Najpreprostejša razporeditev naboja je t.i. *električni dipol*, pri katerem sta bližu skupaj pozitivni in negativni naboj, ki sta po velikosti enaka. Kasneje bomo videli, da se zaradi električne aktivnosti srca tudi okoli njega ustvarja dipolno

električno polje in da nam poznavanje takega polja pomaga pri razumevanju EKG.

Enačba, ki opisuje električno polje v okolici dipola, je zapletena, a si to polje lahko grafično vseeno nazorno predstavljamo. Če pozitivni in negativni naboj iz slike 17.2 postavimo blizu skupaj, dobimo sosednja vrh in jamo, kot ju prikazuje slika 17.3A. Silnice polja dipola torej "izvirajo" v pozitivnem naboju in "poniknejo" v negativnem. Kako velik je dipol in njegovo usmerjenost opisujemo z *vektorjem električnega dipola*, ki je definiran kot produkt velikosti nabojev v dipolu in razdalje med njima:

$$\vec{p}_e = e\vec{r}, \quad (17.11)$$

pri čemer vektor dipola kaže od negativnega proti pozitivnemu naboju. Velikost vektorja dipola imenujemo tudi *električni dipolni moment*. Večji kot je električni dipolni moment molekule, bolj polarna je molekula. Pri mnogih polarnih molekulah se naboj niti ne razmakne v dobro definirana točkasta naboja na določeni razdalji, a si njihove dipole vseeno predstavljamo kot vektorje električnega dipola, ki kažejo od negativne proti pozitivno nabični strani molekule ter okoli sebe ustvarjajo značilno dipolno električno polje (17.3B).

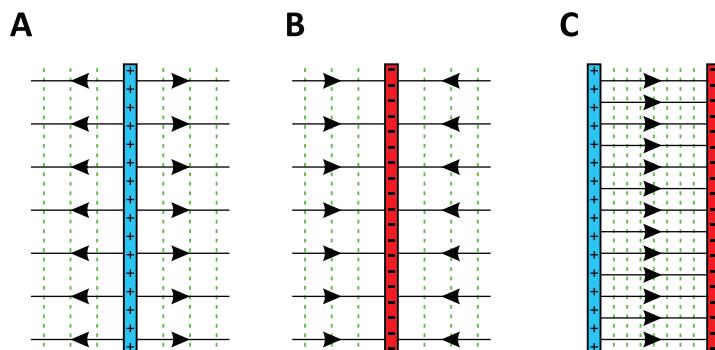


Slika 17.3: Električno polje v okolici dipola. A) Prikaz električnega potenciala in ustreznih silnic. Ekvipotencialne črte so označene z zeleno. Pozitivni naboj, ki se znajde v bližini dipola, čuti električno silo v smeri silnic oz. v smeri proti nižjemu potencialu. B) Pri polarnih molekulah je težko govoriti o dveh popolnoma ločenih točkastih nabojih, zato si njihov dipol predstavljamo kot vektor, ki kaže od negativne strani molekule proti pozitivni strani, velikost vektorja pa je sorazmerna s polarnostjo (vektor dipola je na sliki shematično označen z oranžno puščico). Čeprav posameznih točkastih nabojev v taki molekuli ne razločimo, pa tudi taka molekula okoli sebe ustvarja značilno dipolno električno polje.

Pri vodi (slika 17.1) je težko govoriti o dobro definiranih ločenih točkastih nabojih, vseeno pa ima molekula vode zaradi svoje polarnosti relativno velik električni dipolni moment. Velikost dipolnega momenta izolirane molekule vode je $p_e = 6,1 \cdot 10^{-30} \text{ As nm} \approx 40e_0\text{pm}$. Dipolni moment vode je torej ekvivalenten momentu, ki bi ga dobili, če bi bila pozitivni in negativni osnovni nabo med seboj oddaljena 40 pm (za primerjavo: razdalja med kisikom in vodikom v molekuli vode je približno 96 pm).

17.5 Nabita površina, kondenzator

Zadnja porazdelitev naboja, pri kateri si bomo podrobneje ogledali električno polje, je velika enakomerno nabita ravna površina. V bližini take površine lahko silnice kažejo le pravokotno nanjo, saj se vzporedne komponente zaradi simetrije med seboj izničijo (slika 17.4). Polje v bližini nabite površine je torej homogeno in ni odvisno od razdalje od površine (kasneje bomo videli, da to ne velja, če so v okolini površine prosti ioni, kot so npr. v fiziološki raztopini). Silnice seveda kažejo stran od pozitivno nabite površine oz. proti negativno nabiti površini, ekvipotencialne črte pa so površini vzporedne.



Slika 17.4: A) Električno polje v bližini pozitivno nabite površine, B) v bližini negativno nabite površine in C) med pozitivno in negativno površino (npr. v kondenzatorju ali v celični membrani). Če so površine velike in enakomerno nabite, je polje v vseh treh primerih homogeno, silnice kažejo pravokotno na površino, ekvipotencialne črte pa so vzporedne površini.

Dve sosednji nasprotno nabiti površini imenujemo *kondenzator*. Taka porazdelitev naboja je v naših telesih prisotna npr. na celičnih membranah, ki so na eni strani pogosto nabite drugače kot na drugi (več o tem še kasneje, ko

bomo obravnavali prekomembarnski potencial). Ker je električno polje aditivno, je v primeru dveh ravnih površin polje med njima še enkrat večje kot v primeru ene same površine, na zunanji strani pa polja sploh ni (slika 17.4C). Natančen račun pokaže, da je jakost električnega polja med nabitima ravnima površinama, med katerima je prazen prostor, enaka

$$E = \frac{e}{\epsilon_0 S} . \quad (17.12)$$

Večja kot je gostota naboja na površini (e/S), večje je polje med njima. Ker so silnice med površinama vzporedne, je potencialna razlika med njima kar $\Delta\varphi = Ed$, kjer je d razdalja med površinama (ta rezultat sledi neposredno iz enačbe 17.5). Če zgornje enačbe združimo, dobimo pomembno zvezo med nabojem in napetostjo med nabitima površinama kondenzatorja:

$$e = CU , \quad (17.13)$$

kjer je C kapaciteta kondenzatorja, katere vrednost je za ravne površine enaka

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} . \quad (17.14)$$

Enota za kapaciteto je farad, $1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}$. Kapaciteta je torej sorazmerna velikosti površin, na katerih je nabran naboij, in obratno sorazmerna razdalji med površinama. Tipične kapacitete bioloških membran so reda velikosti 10^{-2} F/m^2 (primer 17.1).

Primer 17.1:kapaciteta membrane in akcijski potencial

Ocenimo, koliko molov ionov Na^+ mora preiti preko membrane celice, da se ustvari prekomembranska napetost 100 mV (za približno tako vrednost se prekomembranska napetost spremeni pri nastanku akcijskega potenciala v živčnih celicah). Za lažji račun privzemimo, da je celica okroglia in ima radij $10 \mu\text{m}$. Celotna kapaciteta membrane take celice je

$$C = 10^{-2} \text{ F/m}^2 \cdot 4\pi(10 \mu\text{m})^2 = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ F} \quad (17.15)$$

Količino naboja, ki je potrebna za vzpostavitev prekomembranske napetosti 100 mV , izračunamo s pomočjo enačbe 17.13:

$$e = CU = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ As/V} \cdot 100 \text{ mV} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ As} = 7,85 \cdot 10^6 e_0 \quad (17.16)$$

Za vzpostavitev akcijskega potenciala torej potrebujemo le nekaj manj kot 8 milijonov ionov Na^+ .

Ocenimo še, za koliko se ob tem spremeni koncentracija natrijevih ionov v celici:

$$c = \frac{n}{V} = \frac{N}{N_A V} = \frac{7,85 \cdot 10^6 \text{ mol}}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ l}} = 3,1 \mu\text{M} \quad (17.17)$$

pri čemer smo upoštevali, da je prostornina celice $V = 4/3\pi r^3 = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ l}$. Ob vzpostavitvi akcijskega potenciala se torej v celici koncentracija natrijevih ionov poveča zanemarljivo malo (tipične koncentracije natrija v celicah so reda velikosti 10 mM)!

Poglavlje 18

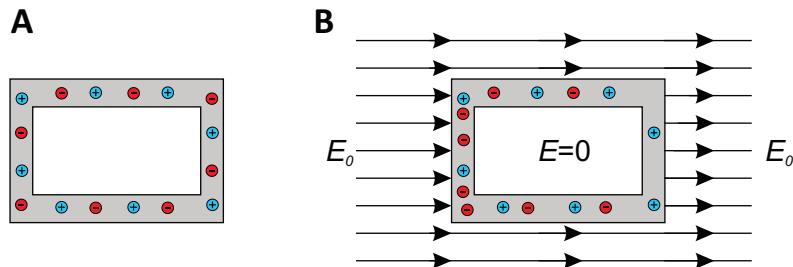
Električno polje v snovi

Enačbe za električno polje, ki smo jih napisali do sedaj, veljajo v praznem prostoru, ne pa tudi v snovi. Vsaka snov je namreč tudi sama sestavljena iz nabitih delcev, ki s svojo prisotnostjo vplivajo na električno polje. V tem poglavju si bomo ogledali tri primere interakcije med poljem in snovjo, ki so pomembni v za medicino.

18.1 Kovine: Faradayeva kletka

Ena glavnih značilnosti kovin je, da so v njih prosti, dobro gibljivi elektroni (kovine so zaradi tega dobri prevodniki električnega toka). Če kovino postavimo v električno polje, električna sila (enačba 17.3) proste elektrone povleče v smer proti silnicam polja, pozitivna jedra atomov v kovini pa se ne morejo premakniti, saj so vpeta v snovi (slika 18.1). Razporejanje naboja ustvari električno polje, ki je ravno nasprotno zunanjemu (silnice polja, ki nastane zaradi razporejanja, kažejo od pozitivnega naboja proti negativnemu), zaradi česar se električno polje v kovini zmanjša. Naboji se razporejajo toliko časa, dokler je v kovini še prisotno polje, ravno vesje pa je doseženo, ko se polje v kovini dokončno izniči. Ker se razporejanje naboja v kovinah zgodi zelo hitro, v notranjosti kovin praktično nikoli ni električnega polja, ne glede na to, kaj se s poljem dogaja zunaj njih.

Zgoraj opisani pojav izrabimo pri t.i. *Faradayevi kletki*. Če namreč nek prostor ovijemo v kovino, zaradi prerazporejanja naboja v kovini tudi v prostoru znotraj nje ni električnega polja, ne glede na to, kakšno je polje v okolici. Pojav do neke mere deluje celo, če je okoli prostora ovita le kovinska mreža. V Faradayevi kletki zato npr. izvajamo vse zahtevne električne meritve, ki bi



Slika 18.1: Shematični prikaz delovanja Faradayeve kletke. A) Kovine so snovi sproto gibljivimi elektroni (pozitivna jedra atomov kovine so trdno vpeta v kovino in se ne morejo premikati). Če na kovino ne deluje električno polje, so elektroni v kovini razporejeni enakomerno. B) Če kovino postavimo v zunanje električno polje E_0 , se zaradi električne sile elektroni pomaknejo v smer nasproti električnih silnic, za seboj pa pustijo pozitivno nabita atomska jedra. Prerazporejeni naboji ustvarjajo električno polje, ki je ravno nasprotvno zunanjemu (silnice zaradi prerazporejenih nabojev kažejo od + proti -). Elektroni se premikajo, dokler je v kovini še prisotno električno polje in v zelo kratkem času dosežejo ravnovesje, ko se njihovo in zunanje polje ravno izniciha in je polje znotraj kovine enako 0. Prostor, obdan s kovino, je tako izoliran pred zunanjim električnim poljem.

jih lahko zmotili vplivi električnega polja iz okolice. Pojav lahko enostavno preizkusimo tudi sami: če prenosni telefon zavijemo v nekaj plasti alufolije, telefon ne bo več mogel sprejemati kljicev, saj telefonski signal ne bo več mogel prodreti do njega (telefonski signal se prenaša preko mikrovalov, ki so elektromagnetno valovanje). Omenimo še, da popolne elektro-magnetne izolacije ni enostavno izdelati, saj nas Faradeyeva kletka varuje le pred električnim poljem, ne pa tudi pred magnetnim - zelo težko je npr. narediti dobro izolacijo za magnetna polja z nizko frekvenco.

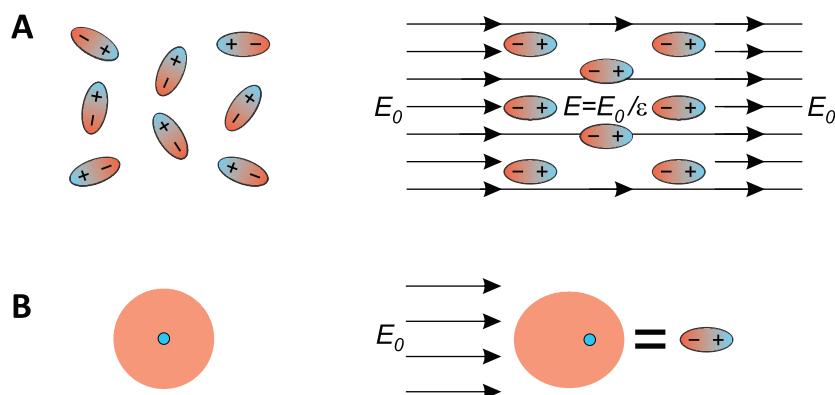
18.2 Neprevodne snovi

V neprevodnih snoveh sicer ni prostih nabojev, ki bi se lahko premikali pod vplivom zunanjega električnega polja, kljub temu pa lahko tudi v takih snoveh naboje v molekulah interagira z zunanjim poljem in mu nasprotuje. Interakcijo med snovjo in poljem si lahko najlažje predstavljamo na primeru polarnih molekul (slika 18.2A). Električno polje vleče pozitivni del molekule v eno smer, negativni del molekule pa v nasprotno. Na polarno molekulo v homogenem električnem polju tako ne deluje neto sila, ampak le navor, ki molekulo obrne

v smer silnic¹. Če se spomnimo definicije navora (enačba 3.5 pri mehaniki) in definicije električnega dipola (enačba 17.11), lahko izračunamo, da je navor polja na molekulo enak vektorskemu produktu med dipolom molekule in jakostjo električnega polja:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} \quad \text{oz.} \quad M = p_e E \sin \alpha , \quad (18.1)$$

kjer je α kot med dipolom in silnicami polja. Navor je torej največji, če je dipol pravokoten na silnice, če pa je dipol vzporeden silnicam, je navor v homogenem polju enak 0.



Slika 18.2: Shematični prikaz delovanja vpliva zunanjega polja na molekule v neprevodni snovi. A) Polarne molekule (npr. voda). Levo: če na molekule ne deluje zunanje električno polje, so v povprečju orientirane naključno. Desno: v zunanjem polju (E_0) se snov polarizira, saj se zaradi delovanja električne sile molekule obrnejo v smeri polja. Polarizirana snov ustvarja polje, ki kaže v obratno smer od zunanjega, zaradi česar se celotno polje v snovi zmanjša. Dielektričnost snovi (ϵ) pove za kolikokrat je polje v snovi (E) manjše od zunanjega. B) Do podobnega efekta pride tudi pri nepolarnih molekulah (npr. žlahtnih plinih). Levo: če na nevtralno molekulo ne deluje zunanje polje, je negativni elektronski oblak simetrično razporen okoli pozitivnih jader. Desno: zunanje polje povzroči, da se elektronski oblak in jedro razmakneta, zaradi česar se molekule polarizirajo. Zaradi tega imajo tudi snovi iz nepolarnih molekul svojo dielektričnost.

Zaradi obračanja molekul se pod vplivom zunanjega električnega polja naboj malo prerazporedi tudi v neprevodnih snoveh (slika 18.2A). V primerjavi

¹V posebnih situacijah lahko v snovi ustvarimo zelo nehomogeno polje, zaradi česar pozitivni in negativni del polarne molekule ne čutita enako velike sile. V takem primeru polje na polarno molekulo ne deluje le z navorom, ampak tudi s silo.

s kovinami pa je v njih prerazporejanje naboja bistveno manjše, zato se v neprevodnih snoveh polje le zmanjša in ne izgine popolnoma. Zmanjšanje polja v snovi je odvisno od lastnosti, ki jo imenujemo *dielektričnost* (ϵ) in je definirana z

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}, \quad (18.2)$$

pri čemer je E_0 zunanje električno polje, E pa polje v snovi. Dielektričnost snovi torej nima enote in opisuje, za kolikšen faktor se v snovi zmanjša zunanje električno polje (ϵ je vedno večji od 1).

Dielektričnost imajo tudi snovi iz povsem nepolarnih molekul, npr. CH_4 ali molekule žlahtnih plinov. Take molekule sicer nimajo stalnega dipola, a se v električnem polju vseeno polarizirajo, saj se negativni elektronski oblak in pozitivno jedro razmakneta vsak v svojo smer ter tako ustvarita polje, ki kaže v nasprotno smer od zunanjega 18.2B). Za občutek: dielektričnost vode je 80 (voda je ena najbolj polarnih navadnih snovi), etanola približno 24, jedilnega olja okoli 3, plina helija pri normalnih pogojih pa približno 1,00007.

Ker je v snoveh manjše električno polje kot v praznem prostoru, so v snovi ustrezno drugačne tudi enačbe za jakost električnega polja. Če želimo enačbe, ki smo jih zapisali za prazen prostor, uporabiti tudi za opis polja v snovi, moramo v njih namesto ϵ_0 zapisati produkt $\epsilon\epsilon_0$. Coulombov zakon (enačba 17.2) za silo med dvema nabojem v snovi se tako napiše $F = e_1e_2/4\pi\epsilon\epsilon_0r^2$. Podobno velja tudi za kapaciteto kondenzatorja (enačba 17.14): če v kondenzatorju ni praznega prostora ampak neprevodna snov, se mu kapaciteta poveča, saj velja $C = \epsilon\epsilon_0S/d$.

18.3 Ionske raztopine: senčenje naboja

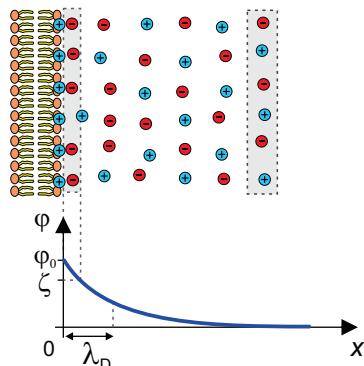
Na koncu si oglejmo še, kako se električno polje obnaša v naših celicah, ki so napolnjene in obdane z ionsko raztopino (raztopini ionov pravimo tudi *elektrolit*). Ioni v raztopini so točkasti in prosto gibljivi naboji. Če zunanje polje ni prisotno, so kationi in anioni po raztopini razporejeni enakomerno in je raztopina električno nevtralna (če bi bil v neki prostornini pribitek ionov ene vrste, bi se ti med seboj odbijali in se razmikali vse dokler ne bi raztopina postala nevtralna). V prisotnosti zunanjega polja pa se zaradi električne sile ioni gibljejo vzporedno s silnicami. Čeprav so ionske raztopine s tega stališča podobne kovinam, pa je koncentracija prostih nabojev v raztopinah bistveno

manjša kot v kovinah, poleg tega pa je v raztopinah tudi več termičnega gibanja, zaradi česar se ionske raztopine pod vplivom električnega polja obnašajo malo drugače kot kovine.

Kot primer si poglejmo, kakšno električno polje čutijo nabite makromolekule v raztopini, ki se znajdejo v bližini nabite površine, npr. celične membrane (slika 18.3). Če bi bila nabita površina v praznem prostoru, bi bilo polje okoli nje tako kot na sliki 17.4 in bi torej segalo (neskončno) daleč stran. V ionski raztopini je drugače, saj naboj z membrane privlači nasprotne ione iz raztopine, ki se zato naberejo ob membrani ter električno polje membrane *zasenčijo*. Zaradi termičnega gibanja ionov to senčenje ni popolno in v bližini membrane električno polje vseeno obstaja – zahteven račun pokaže, da električni potencial v ionski raztopini z oddaljenostjo od nabite površine pada eksponentno:

$$\varphi(x) = \varphi_0 e^{-x/\lambda_D}, \quad (18.3)$$

pri čemer značilno dolžino eksponentnega padanja λ_D imenujemo *Debyeva dolžina* (izg. "debajeva dolžina").



Slika 18.3: Shematični prikaz senčenja električnega polja nabite površine v ionskih raztopinah. Ob nabiti površini se naberejo ioni z nasprotnim nabojem, a lahko zaradi svojega termičnega gibanja naboj na površini zasenčijo le delno (zaradi entropije ioni ne morejo biti na miru in "pospravljeni" ob površini). Izkaže se, da električni potencial z oddaljenostjo od površine pada eksponentno z značilno dolžino, ki jo imenujemo Debyeva dolžina (λ_D), njena velikost v fiziološki raztopini pa je približno 1 nm. V fiziološki raztopini se električno polje torej čuti le nekaj nm daleč, na večji oddaljenosti pa je raztopina električno nevtralna (v izbrani prostornini je enako število pozitivnih in negativnih ionov). Na sliki je shematično prikazana tudi vrednost zeta potenciala površine (ζ), t.j. potenciala na tisti razdalji od površine, pri kateri ioni na površino niso več adsorbirani.

Močnejše kot je senčenje, krajša je Debyeva dolžina. Z našim znanjem fizičke lahko uganemo, da bo senčenje tem močnejše, čim večja bo koncentracija ionov v raztopini (če ionov ni, tudi senčenja ni). Poleg tega bo senčenje manjše pri višji temperaturi, saj je takrat termično gibanje močnejše preprečuje senčenje (z besedami termodinamike: nabiranje ionov ob površini zmanjšuje entropijo, kar s stališča proste entalpije ni ugodno). Natančen izračun pokaže, da je vrednost Debyeve dolžine enaka

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0 k_B T}{2e_0^2 N_A c_{\text{ion}}}} \approx \frac{0,3 \text{ nm}}{\sqrt{c_{\text{ion}}}} \quad (18.4)$$

kjer je $k_B T$ termična energija, ki smo jo spoznali pri termodinamiki, v imenovalcu pa je *ionska moč raztopine*², ki jo dobimo, če seštejemo molarne koncentracije vseh ionov v raztopini pomnožene s kvadratom naboja, ki ga nosijo, $c_{\text{ion}} = \frac{1}{2} \sum Z_i^2 c_i$. V drugem delu enačbe smo zmnožili vse konstante, upoštevali sobno temperaturo, koncentracijo pa moramo v enačbo vstaviti v enoti mol/l.

Izračunajmo Debyovo dolžino za fiziološko raztopino, ki je 0,15 M raztopina NaCl. Ker sta natrij in klor enovalenčna, je ionska moč take raztopine prav tako $c_{\text{ion}} = 0,15 \text{ M}$ ($c_{\text{ion}} = \frac{1}{2}((-1)^2 0,15 \text{ M} + (+1)^2 0,15 \text{ M})$), iz česar sledi, da je $\lambda_D \approx 0,8 \text{ nm}$. V fizioloških raztopinah je torej vrednost Debyeve dolžine le reda velikosti nm, zato lahko nabite makromolekule med seboj interagirajo le, če so manj kot nekaj nm narazen. Iz zgornjega razmisleka tudi sledi, da so interakcije med makromolekulami zelo odvisne od ionske moči raztopine, zato bi biokemijski procesi v destilirani vodi potekali precej drugače kot v fiziološki raztopini. V biokemijskih poskusih, v katerih nastopajo nabite molekule, moramo zato skrbeti ne le za pravo vrednost pH ampak tudi za ustrezno ionsko moč. Za konec omenimo še, da Debyeva dolžina v principu obstaja tudi v kovinah, a je tam zaradi velike gostote naboja zanemarljivo majhna.

Primer 18.1: zeta potencial

Zaradi senčenja se v ionskih raztopinah nabite površine svoji okolici kažejo manj nabitete, kot so v resnicu. Pravzaprav je "nabitost površine" v takih primerih težko definirati, saj je težko potegniti ostro črto med površino in na površino adsorbiranimi ioni. Nabitost površin v ionskih raztopinah se zato pogosto raje opisuje z *zeta potencialom*, ki je kar vrednost električnega potenciala na tisti oddaljenosti od površine, pri kateri ioni niso več adsorbirani na površino (ta razdalja ni vedno dobro definirana, tipično pa

²V literaturi se ionska moč včasih imenuje tudi ionska jakost, označuje pa se tudi z μ ali z I ; pri nas bomo ta simbola raje uporabljali za magnetno permeabilnost in električni tok.

je nekaj manj od Debyeve dolžine, slika 18.3). Zeta potenciali nabitih makromolekul so največ nekaj 10 mV. Za molekulo BSA se na območju pH s slike 17.1 zeta potencial npr. giblje med +20 mV pri pH = -3 in -20 mV pri pH = 7.

Poglavlje 19

Električni tok

Električni tok je eden najosnovnejših električnih pojavov. Ne le, da električni tok poganja vse sodobne naprave, električni tok je tudi stalno prisoten v naših telesih in ima osrednjo vlogo pri mnogih fizioloških procesih.

Električni tok je povezan s premikanjem električnega naboja po prostoru. Smer električnega toka je po dogovoru enaka smeri gibanja pozitivnega naboja (in je torej nasprotna smeri gibanja negativnega naboja), velikost električnega toka pa opisuje količino naboja, ki se pretoči v določenem času:

$$I = \frac{e}{t} . \quad (19.1)$$

Ker je električni tok ena prvih opisanih električnih količin, si je prislужil osnovno električno enoto amper, A (enoto za nabolj so definirali šele kasneje, zaradi česar je sestavljena iz ampera in sekunde). Če se tok s časom spreminja, moramo zgornjo enačbo zapisati z odvodom, $I = de/dt$.

V tem poglavju se bomo najprej spomnili osnovne zakonitosti električnega toka - Ohmovega zakona, nato si bomo pogledali, kako se tok prevaja skozi raztopine, kakšne so posebnosti izmeničnega toka ter na koncu opisali še električni tok skozi telo.

19.1 Ohmov zakon

Iz osnovne šole se spomnimo, da električni tok steče, če električni prevodnik priključimo na električno napetost, zvezo med njima pa opisuje znameniti Ohmov zakon:

$$U = RI , \quad (19.2)$$

kjer je U napetost, R pa električna upornost prevodnika. Enota za napetost je volt, V, enota za upornost pa ohm, $\Omega = \text{V/A}$. Električni tok teče od višjega električnega potenciala proti nižjemu (od + proti -, smer električnega toka je torej enaka smeri gibanja pozitivnega naboja).

Za električni tok veljajo podobne zakonitosti kot za ostale tokove, ki smo jih srečali do sedaj (npr. za topotni in difuzijski tok). Če tok teče zaporedoma skozi več uporov, je tok skozi vse upore enak, skupni padec napetosti pa je enak vsoti padcev napetosti na posameznih uporih (slika 19.1A). Če se tok razveji, mora biti tok, ki priteče v razvejišče, po velikosti enak toku, ki odteče iz razvejišča. Pri vzporedni vezavi uporov je tako padec napetosti na vseh uporih enak, vsota tokov skozi posamezne upore pa je enaka celotnemu toku, ki priteče v razvejišče (slika 19.1B). Ohmov zakon velja za vsak upor posebej, pa tudi za skupno upornost vezja, sestavljenega iz več uporov. Slednjega v primeru zaporedne vezave izračunamo kot vsoto posamezni upornosti, $R_S = R_1 + R_2$, v primeru vzporedne vezave pa skupno upornost izračunamo iz zvezde $\frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

A $U_0 = U_1 + U_2$

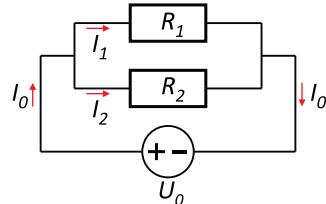
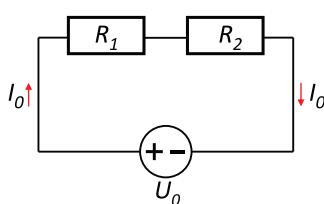
$$I_0 = I_1 = I_2$$

$$R_S = R_1 + R_2$$

B $U_0 = U_1 = U_2$

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$1/R_S = 1/R_1 + 1/R_2$$



Slika 19.1: Tokovi skozi upore in padci napetosti na uporih pri zaporedni in vzporedni vezavi uporov. Skupna upornost zaporedno vezanih uporov je $R_S = R_1 + R_2$, skupno upornost vzporedno vezanih uporov pa izračunamo iz zvezde $\frac{1}{R_S} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Ohmov zakon velja za vsak upor posebej, pa tudi za skupni upor: $U_0 = R_S I_0$.

Ker naboji med gibanjem v snovi čutijo upor (trenje), moramo za vzdrževanje električnega toka neprestano opravljati delo, snov pa se zaradi električnega toka segreva (več o trenju pri električnem toku bomo spoznali v nasle-

dnjem razdelku). Moč, ki se porablja na uporu lahko izračunamo, če upoštevamo, da energija za premagovanje upora pride iz električne energije pretočenega naboja. Če upoštevamo, da električno energijo in napetost povezuje zveza $\Delta W_e = eU$ (enačba 17.8) in se spomnimo, da je $I = e/t$ in $P = \Delta W_e/t$, dobimo izraz za moč, ki se troši na uporu:

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = RI^2 , \quad (19.3)$$

kjer smo zadnja dva zapisa moči dobili tako, da smo tok oz. napetost izrazili iz Ohmovega zakona (v prvem zapisu smo I zamenjali z U/R , v drugem pa U z RI). Moč, ki se troši na uporu (in s tem njegovo segrevanje) je torej odvisna od kvadrata toka, ki teče skozi upor.

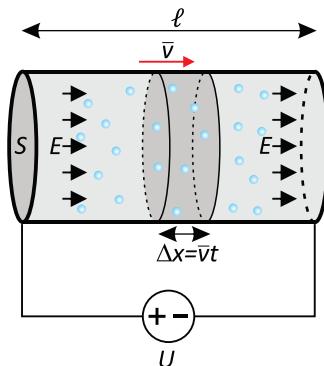
19.2 Električni tok v raztopinah

Podobno kot pri pretakanju toplove tudi pri električnem toku velja, da po prevodniku teče tem več toka, čim večji je njegov presek, in da je upor tem večji, čim daljši je prevodnik. Upornost prevodnika je od njegove velikosti (slika 19.2) torej odvisna kot

$$R = \frac{\ell}{\sigma S} = \frac{\zeta \ell}{S} , \quad (19.4)$$

kjer je ℓ dolžina prevodnika, S ploščina njegovega preseka, konstanti σ in ζ pa sta specifična prevodnost oz. specifična upornost snovi, iz katere je narejen prevodnik. Oba zapisa lahko uporabljamo povsem ekvivalentno, saj je specifična upornost obratno sorazmerna specifični prevodnosti, $\zeta = 1/\sigma$. V nekaterih situacijah iz navade uporabljamo zapis s specifično upornostjo, v drugih zapis s prevodnostjo. Enota za specifično upornost je Ωm , enota za specifično prevodnost pa se pogosto zapiše kot S/m , kjer je S enota siemens ($S = 1/\Omega$).

Na Ohmov zakon poglejmo še s stališča električnih pojmov, ki smo se jih naučili v prejšnjem poglavju. Za začetek poglejmo, kaj se dogaja, ko na snov s prosto gibljivimi nosilci naboja (npr. elektroni v kovini ali ioni v raztopini) priključimo izvor električnega toka. Izvor električnega toka v snovi ustvarja stalno električno polje, ki preko električne sile povzroči gibanje nosilcev naboja. Podobno kot telesa v viskozni tekočini tudi gibajoči se naboji čutijo silo upora,



Slika 19.2: . Shematični prikaz gibanja pozitivnega naboja (označenega z modro) v električnem polju. Električni prevodnik, ki ima presek S in dolžino ℓ , priključimo na električno napetost U . V snovi se vzpostavi električno polje z jakostjo $E = U/\ell$. V stacionarnem stanju se pozitivni naboji s povprečno hitrostjo \bar{v} gibljejo proti nižjemu električnemu potencialu. V času t se pretoči naboj v sivo označeni prostornini, iz česar lahko izračunamo zvezo med električnim tokom in hitrostjo (enačba 19.5).

zato pod vplivom električne sile ne pospešujejo v nedogled, ampak hitro dosegajo končno hitrost. Ker tudi pri elektriki veljajo enaka geometrijska pravila kot pri pretakanju tekočin (primerjajmo sliko 19.2 s sliko 9.2A v zapiskih iz mehanike ter se spomnimo enačbe 9.8 pri mehaniki), je tudi velikost električnega toka sorazmerna povprečni hitrosti naboja. Če je gostota naboja v snovi enaka ρ_e (t.j. naboj na enoto prostornine) in se naboj premika s povprečno hitrostjo \bar{v} , lahko iz slike 19.2 razberemo, da se naboj v času t premakne za razdaljo $\Delta x = \bar{v}t$, zato se ga v tem času pretoči $e = \rho_e V = \rho_e \Delta x S = \rho_e \bar{v} t S$. Električni tok je enak količini naboja na enoto časa ($I = e/t$), zato torej velja:

$$I = \rho_e \bar{v} S \quad \text{oz.} \quad j = \frac{I}{S} = \rho_e \bar{v}. \quad (19.5)$$

V zgornji enačbi smo definirali še *gostoto električnega toka* j , ki opisuje tok na enoto preseka in nam pride prav pri opisovanju tokov, ki niso povsod po preseku enaki.

Končna hitrost potovanja nabojev je odvisna od jakosti električnega polja, pa tudi od vrste snovi in lastnosti nabojev. Pri isti električni sili npr. kalijevi ioni čutijo manj upora kot natrijevi, zato je njihova končna hitrost pri dani jakosti električnega polja večja, kot je končna hitrost natrijevih ionov. Končna hitrost gibanja nabojev pri dani jakosti polja je odvisna od *gibljivosti nabojev*,

ki jo označimo z β in velja kar

$$\bar{v} = \beta E . \quad (19.6)$$

| ion | H ⁺ | Na ⁺ | K ⁺ | OH ⁻ | Cl ⁻ | SO ₄ ²⁻ |
|--|----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|
| gibljivost [10 ⁻⁸ m ² /Vs] | 36 | 5,2 | 7,6 | -21 | -7,9 | -8,3 |

Tabela 19.1: Izmerjene gibljivosti nekaterih ionov v vodi pri 25 °C. Gibljivost anionov je negativna, saj potujejo v smeri, ki je nasprotna smeri električnega polja. Gibljivost elektronov v kovinah je približno milijon-krat večja od gibljivosti ionov.

Gibljivosti nekaterih ionov v vodi so prikazane v tabeli 19.1. Iz tabele je razvidno, da je gibljivost kalijevega iona večja od gibljivosti natrijevega iona, čeprav je slednji manjši in bi zato pričakovali, da pri gibanju čuti manj upora. Razlog za večji upor natrijevega iona je v tem, da je zaradi majhne velikosti natrija v njegovi bližini večje električno polje (po Coulombovem zakonu jakost polja pada s kvadratom oddaljenosti) in zato močneje privlači molekule vode, ki posledično potujejo skupaj z njim in mu s tem povečajo efektivno velikost (okoli iona se naredi t.i. hidratacijski ovoj). V tabeli tudi vidimo, da je gibljivost protonov in hidroksidnih ionov precej večja od ostalih ionov. Natančen mehanizem gibanja teh ionov ni povsem poznan, po eni od hipotez lahko ti ioni kar nekako preskakujejo med sosednjimi molekulami vode.

Povezavo med efektivno velikostjo iona in njegovo gibljivostjo lahko ocenimo, če za silo upora uporabimo linearni (Stokesov) zakon (en. 9.2 pri mehaniki). Ko se ioni gibljejo enakomerno, je sila upora nasprotno enaka električni sili, $6\pi r\eta v = eE$. Če jakost električnega polja izrazimo z hitrostjo in gibljivostjo (enačba 19.6) ter upoštevamo, da je naboj iona odvisen od njegove valence ($e = Ze_0$), dobimo oceno za gibljivost:

$$\beta = \frac{Ze_0}{6\pi r\eta} , \quad (19.7)$$

kjer je r efektivni polmer iona (t.i. hidrodinamski radij), η pa viskoznost raztopine.

Enako kot ioni se pod vplivom električnega polja gibljejo tudi velike nabite makromolekule (npr. DNA in proteini), kar izrabljamo pri številnih *elektroforetskih* metodah za ločevanje in določanje makromolekul v raztopinah (primer 19.1).

Povežimo še električno prevodnost raztopin z gibljivostjo ionov v njej. Če definicijo za gibljivost (enačba 19.6) vstavimo v enačbo za zvezo med tokom in hitrostjo (enačba 19.5), dobimo

$$I = \rho_e S \beta E . \quad (19.8)$$

Spomniti se moramo še, da je sprememba napetosti, če vzdolž silnice električnega polja prepotujemo razdaljo ℓ enaka $U = \Delta\phi = E\ell$ (enačba 17.5). Nato v zgornjem izrazu E nadomestimo z U/ℓ , ter dobljeni izraz primerjamo z Ohmovim zakonom in enačbo za električno upornost prevodnika z dolžino ℓ (enačba 19.4). Iz primerjave sledi odvisnost specifične prevodnosti raztopine od gibljivosti in gostote naboja v njej:

$$\sigma = \beta \rho_e = Z \beta F c , \quad (19.9)$$

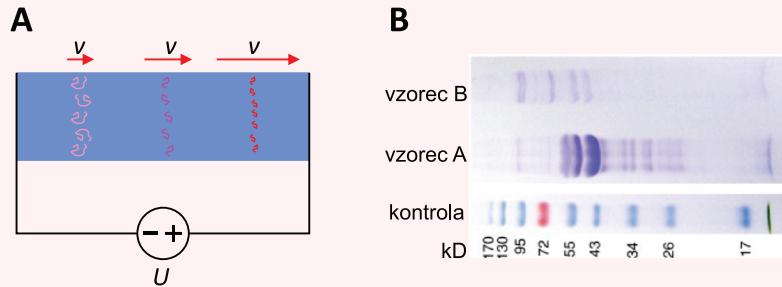
kjer smo za drugim enačajem prevodnost zapisali s pomočjo molarne koncentracije iona v raztopini, F pa je *Faradayeva konstanta*, ki opisuje naboj enega mola osnovnega naboja ($F = e_0 N_A$). Če je v raztopini raztopljenih več različnih ionov s koncentracijami c_i , je skupna specifična prevodnost kar vsota specifičnih prevodnosti posamezne vrste ionov, $\sigma = \sum \sigma_i = \sum F Z_i \beta_i c_i$ (specifična prevodnost je vedno pozitivna, saj sta valenca (Z) in giblivost (β) v enačbi 19.9 ali hkrati pozitivni ali hkrati negativni).

Prevodnost vodnih raztopin je torej kar sorazmerna koncentraciji raztopljenih ionov in njihovi gibljivosti. Ker je koncentracija ionov v destilirani vodi zelo majhna (kolikšna je, si lahko vsak izračuna iz znane pH vrednosti vode), je destilirana voda praktično izolator. Sklepamo lahko tudi, da snovi, ki v vodi ne disociirajo na ione (npr. glukoza), na prevodnost raztopine nimajo velikega vpliva (vplivajo lahko le tako, da spremenijo viskoznost raztopine in s tem gibljivost ionov, enačba 19.7).

Primer 19.1: elektroforeza

Elektroforeza je gibanje nabitih delcev v raztopinah in gelih pod vplivom zunanjega električnega polja. Makromolekule imajo različne velikosti in oblike ter nosijo različno velik naboj, zaradi česar imajo tudi različne elektroforetske gibljivosti. Če torej raztopino makromolekul priključimo na električno napetost, se bodo začele gibati z različnimi hitrostmi in se bodo s časoma med seboj ločile. Manjše oz. bolj nabite mo-

lekule bodo hitrejše, večje oz. manj nabite pa počasnejše (slika A). Na osnovi elektroforeze deluje vrsta metod za ločevanje in določanje makromolekul, predvsem DNA in proteinov.



Ločevanje lahko optimiziramo s spretnim izborom medija, po katerem se gibljejo molekule. Vodna raztopina pogosto za to ni najbolj primerna, saj se gibljivosti v raztopinah ne razlikujejo dovolj - gibljivost je približno obratno sorazmerna velikosti molekule (enačba 19.7), po drugi strani pa imajo večje molekule ponavadi tudi večji naboj (sploh pri DNA je zveza med dolžino in nabojem kar linearna, saj ima vsak bazni par dva negativna naboja). Boljše ločevanje se doseže npr. v gelih, skozi katere manjše molekule potujejo bistveno lažje kot večje. Poleg tega lahko s pazljivo izbiro pH raztopine vplivamo na naboj na makromolekuli (če je pH enak izoelektrični točki makromolekule, se le ta v električnem polju seveda sploh ne bo premikala).

Slika B prikazuje primer rezultata ločevanja proteinov z elektroforezo na gelu. Na začetek gela vbrizgamo raztopino z neznano vsebnostjo proteinov ter na gel priključimo električno napetost. Ko se po nekaj časa proteini razločijo, jih obarvamo in vsaka vrsta proteinov se na gelu prikaže kot ločen pas. Če hkrati skozi gel vzporedno spustimo še kontrolno raztopino s proteini znanih velikosti (na sliki spodaj, velikosti so označene v kilodaltonih), lahko enostavno ugotovimo, koliko različnih vrst proteinov smo imeli v vzorcu in približno kako veliki so bili. Na sliki je bilo v vzorcu A npr. največ proteinov z velikostjo približno 50 kD, v vzorcu B pa je bilo teh proteinov manj, več pa je bilo proteinov z velikostjo 95 kD.

19.3 Izmenični tok

V prejšnjem poglavju smo opisovali električni tok v prevodni snovi, ko jo priključimo na stalno napetost in tok teče le v eno smer. Pogosto pa je praktično uporabljati izmenični tok, pri katerem se napetost na izvoru in posledično tudi električni tok periodično sinusno spreminja. Izmenični tok je npr. lažje proizvajati in prenašati na dolge razdalje, zaradi česar ga uporabljam v električnem omrežju (glavne zasluge za vpeljavo izmeničnega toka je imel legendarni Nikola Tesla). Poleg tega izmenični tok v ionskih raztopinah ne povzroči

elektrolize. V Evropi je frekvenca električnega omrežja 50 Hz, v Ameriki pa 60 Hz. Z angleško kratico se izmenični tok označi AC (alternating current), enosmerni pa DC (direct current).

Če se napetost spreminja sinusno, lahko njen odvisnost od časa zapišemo analogno zapisu nihanja:

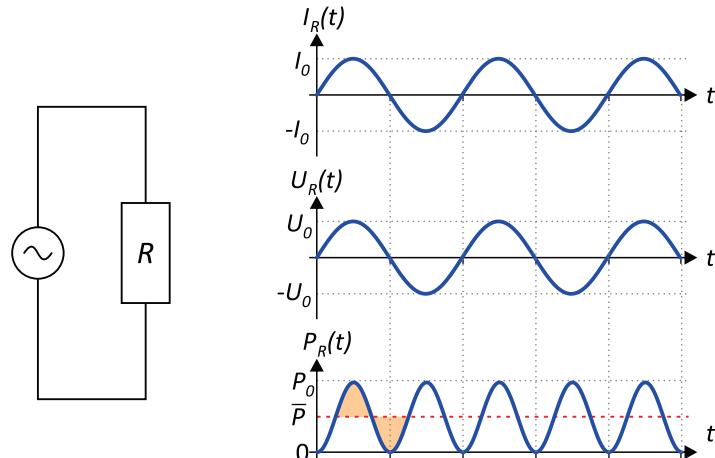
$$U(t) = U_0 \sin(\omega t) , \quad (19.10)$$

kjer je ω krožna frekvenca, ki je s frekvenco povezana z znano enačbo $\omega = 2\pi\nu$.

Če na izmenično napetost priključimo upor, se tok skozi upor po Ohmovem zakonu spreminja sorazmerno z napetostjo ($I(t) = U(t)/R$, enačba 19.2) in se torej tok spreminja v fazi z napetostjo:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t) , \quad (19.11)$$

pri čemer sta tudi amplituda toka in napetosti povezani preko Ohmovega zakona: $I_0 = U_0/R$ (slika 19.3).



Slika 19.3: Spreminjanje toka in napetosti skozi upor pri izmeničnem toku. Zaradi Ohmovega zakona sta tok in napetost v vsakem trenutku sorazmerna, njuni amplitudi pa sta povezani z upornostjo upora $U_0 = RI_0$. Moč, ki se troši na uporu ($P(t) = I(t)U(t)$), se spreminja kot $\sin^2(\omega t)$ in je vedno pozitivna, v povprečju pa je enaka kar polovici amplitude, $\bar{P} = P_0/2$ (pri funkciji \sin^2 je površina vrha ravno enaka površini doline - na sliki sta oba označena z oranžno).

Napetost in tok se pri izmeničnem toku spremnjata periodično od pozitivne do negativne vrednosti, zato sta v povprečju enaka nič, $\bar{U}(t) = 0$ in $\bar{I}(t) = 0$.

Kot merilo za velikost napetosti in toka zato po navadi uporabimo *efektivno napetost* in *efektivni tok*, ki sta definirana kot

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{\overline{U^2(t)}} \quad \text{oz.} \quad I_{\text{ef}} = \sqrt{\overline{I^2(t)}} \quad (19.12)$$

V angleščini se tako izračunane efektivne vrednosti imenujejo RMS vrednosti - *root-mean-square* - saj jih izračunamo tako, da količino najprej kvadriramo in s tem dobimo le pozitivne vrednosti, nato izračunamo povprečje, na koncu pa še korenimo. Ker je povprečje kvadrata sinusa enako eni polovici ($\overline{\sin^2(\omega t)} = \frac{1}{2}$), so pri sinusnih spremembah efektivne vrednosti za faktor $\sqrt{2}$ manjše od amplitude:

$$U_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0 \quad \text{oz.} \quad I_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \quad (19.13)$$

V Evropi je efektivna napetost v hišnem električnem omrežju enaka $U_{\text{ef}} = 230 \text{ V}$, v Ameriki pa $U_{\text{ef}} = 110 \text{ V}$.

Čeprav sta povprečni vrednosti toka in napetosti enaki nič, pa to ne velja za moč, ki se troši na uporu. Moč je namreč vedno pozitivna ne glede na to, v katero smer teče tok, saj je produkt napetosti in toka (slika 19.3):

$$\overline{P} = \overline{I(t)U(t)} = I_0 U_0 \overline{\sin^2(\omega t)} = \frac{1}{2} I_0 U_0 , \quad (19.14)$$

oziroma

$$\overline{P} = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} . \quad (19.15)$$

Povprečno moč, ki se troši na uporu, lahko torej pri izmeničnem toku izračunamo na enak način kot pri enosmernem, le da v formulo za moč (enačba 19.3) vstavimo efektivni vrednosti napetosti in toka.

19.4 Tok skozi kondenzator: reaktanca

Človeško telo električnemu toku ne predstavlja le enostavnega upora, saj so celice obdane z membrano, ki se z električnega stališča obnaša kot kondenzator. Za razumevanje obnašanja toka skozi telo si moramo zato najprej ogledati, kako se v izmeničnem toku obnašajo električni sistemi, ki jih sestavljajo upori in kondenzatorji.

Obnašanje upora v izmeničnem toku smo spoznali v prejšnjem poglavju: napetost na uporu v vsakem trenutku sorazmerna toku, razmerje njunih amplitud pa je po Ohmovem zakonu enako upornosti ($U_0/I_0 = R$). Pri kondenzatorju je drugače: osnovna lastnost kondenzatorja je, da se lahko na njem nabira naboј, pri čemer je električna napetost na kondenzatorju sorazmerna količini nabranega naboјa ($e = CU$, enačba 17.13). Ko z električnim tokom na kondenzator priteka naboј, se kondenzator polni. Ob tem na kondenzatorju narašča napetost, s katero pa kondenzator nasprotuje toku (primer 19.2). Za kondenzator ne velja Ohmov zakon, ampak je tok skozi kondenzator sorazmern odvodu napetosti na kondenzatorju po času ($I = de/dt = CdU/dt$). Če se torej napetost na kondenzatorju spreminja kot sinus, se bo tok spremenjal kot kosinus. Daljši račun pokaže, da za razmerje med amplitudo napetosti in amplitudo toka na kondenzatorju velja (MaFiski primer 19.1):

$$U_0/I_0 = X_C, \quad \text{kjer je} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (19.16)$$

Količino X_C imenujemo *reaktanca* kondenzatorja, saj opisuje, kako močno se kondenzator "upira" toku (večja kot je reaktanca, manjša je amplituda toka pri dani amplitudi napetosti). Enota za rekatanco je enaka kot enota za upornost, t.j. ohm. Pri tem je potrebno poudariti, da se kondenzator toku ne upira na enak način kot upor: na uporu se vedno porablja električna energija (enačba 19.15), kondenzator pa se v enem nihaju toku napolni in sprazni ter pri tem energijo najprej sprejme ter nato spet odda, zato je povprečna moč na kondenzatorju enaka 0.

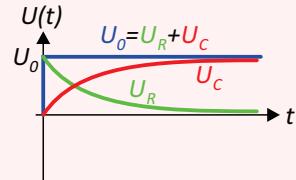
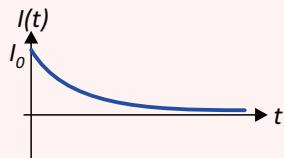
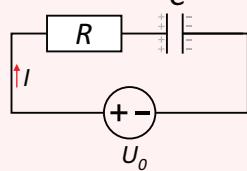
Reaktanca je obratno sorazmerna frekvenci izmeničnega toka, kar si lahko intuitivno dobro predstavljamo: če na kondenzator priključimo enosmerni tok (pri njem je frekvenca enaka nič, reaktanca pa je torej neskončno velika), se bo kondenzator napolnil in nato toka sploh ne bo prepuščal (primer 19.2). Če je po drugi strani frekvenca toka visoka, se bo kondenzator polnil in praznil in bo izmenični tok skozi njega tekel brez težav (reatanca kondenzatorja je v tem primeru majhna).

Primer 19.2: polnjenje in praznjenje kondenzatorja

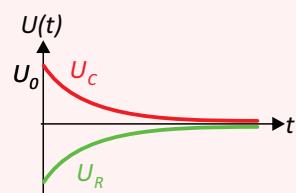
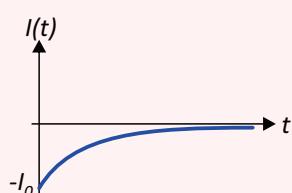
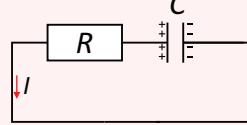
Osnovna značilnost kondenzatorja je, da se na njemu lahko nabere električni naboј, ki je z napetostjo na kondenzatorju povezan preko $e = CU$, kjer je C kapaciteta kondenzatorja. Za kondenzator zato ne velja Ohmov zakon, saj tok skozi kondenzator ni sorazmern napetosti na kondenzatorju, temveč odvodu napetosti po času: $I = de/dt = CdU/dt$. Oglejmo si obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju, če

prazen kondenzator priključimo na izmenično napetost in če poln kondenzator praznimo skozi upor.

A



B



Če prazen kondenzator priključimo na izvor enosmerne napetosti (slika A), po tokokrogu steče električni tok, s katerim na kondenzator priteka naboj in kondenzator se začne polniti. Zaradi tega na kondenzatorju narašča napetost (U_C), ki pa je ravno nasprotna napetosti izvora in zato nasprotuje toku. Ko se napetost na kondenzatorju po velikosti približuje napetosti na izvoru, se električni tok zmanjšuje proti nič. Na začetku je torej polnjenje hitro, potem pa vedno počasnejše. Natančnejsi račun pokaže, da se kondenzator polni eksponentno s časom, $U_C = U_0(1 - e^{-t/\tau})$, tok pa pada eksponentno s časom, $I = I_0 e^{-t/\tau}$, pri čemer je značilni čas enak produktu upora in kapacitete, $\tau = RC$. Tok skozi kondenzator zares ni sorazmeren napetosti temveč njenemu odvodu. Napetost na uporu (U_R) je sorazmerna toku in tudi eksponentno pada s časom, vsota napetosti na uporu in kondenzatorju pa je vseskozi enaka napetosti na izvoru $U_R + U_C = U_0$.

Oglejmo si še obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju, če napolnjen kondenzator iz primera A izpraznimo (slika B). Izvor izključimo iz tokokroga, zato skozi upor steče električni tok s katerim naboj odteka s kondenzatorja in kondenzator se začne prazniti (tok sedaj teče v obratni smeri, zato je negativen). Napetost na kondenzatorju se počasi približuje vrednosti 0, hkrati pa se manjša tudi električni tok, zato se kondenzator prazni vse počasneje. Natančnejsi račun pokaže, da je tudi praznjenje kondenzatorja eksponentno, $U_C = U_0 e^{-t/\tau}$, pri čemer je značilni čas praznjenja spet enak produktu upora in kapacitete, $\tau = RC$ (MaFiji primer 19.1. Spomnimo se tudi, da smo analogen račun naredili pri obravnavi transporta topote v poglavju 16.5, MaFiji primer 16.1). Tudi v tem primeru je tok sorazmeren odvodu napetosti na kondenzatorju, vsota napetosti na uporu in kondenzatorju pa je vseskozi enaka 0, saj v tokokrogu ni izvora napetosti.

MaFijski primer 19.1: tok skozi kondenzator

Za vajo izračunajmo, kako se spreminja tok skozi kondenzator ob njegovem praznjenju, nato pa poglejmo še, kako se kondenzator obnaša v izmeničnem toku.

V primeru 19.2B smo navedli, da se kondenzator prazni eksponentno s časom, sedaj pa bomo ta rezultat tudi izračunal! Ob času 0 je kondenzator poln in je na njem napetost U_0 , nato pa ga priključimo na upor in se začne prazniti. Tok skozi upor je enak toku skozi kondenzator, pri čemer je tok skozi upor po Ohmovem zakonu enak $I = U_R/R$, tok skozi kondenzator pa je $I = dE/dt = CdU_C/dt$. Če upoštevamo, da je padec napetosti na uporu nasprotno enak napetosti na kondenzatorju ($U_R = -U_C$), dobimo

$$I = \frac{CdU_C}{dt} = -\frac{U_C}{R}. \quad (19.17)$$

Zgornjo enačbo preuredimo

$$\frac{dU_C}{U_C} = -\frac{dt}{RC} \quad (19.18)$$

in integriramo

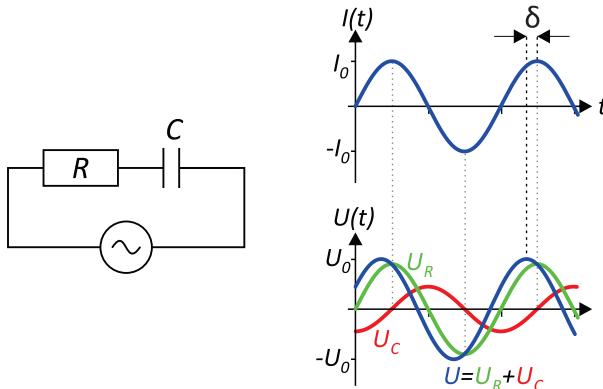
$$\ln U_C/U_0 = -\frac{t}{RC} \quad (19.19)$$

ter rezultat antilogaritmiramo in tako dobimo znano eksponentno odvisnost:

$$U_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (19.20)$$

kjer je značilni čas enak produktu upornosti in kapacitete, $\tau = RC$.

Oglejmo si še obnašanje toka in napetosti na kondenzatorju če vezje s kondenzatorjem in uporom priključimo na izmenično napetost.



Upor in kondenzator sta vezana zaporedno, zato skozi oba teče isti tok. Za lažji račun predpostavimo, da se tok spreminja kot kosinus:

$$I = I_0 \cos(\omega t) \quad (19.21)$$

Za upor velja Ohmov zakon, zato je napetost na uporu v vsakem trenutku sorazmerna toku in se tudi spreminja kosinusno (zelena krivulja na sliki)

$$U_R = U_{R0} \cos(\omega t) , \quad (19.22)$$

njeni amplitudi pa sta povezani preko $U_{R0} = RI_0$. Za kondenzator po drugi strani velja, da je tok sorazmeren odvodu napetosti. Če se tok spreminja kosinusno, se napetost na kondenzatorju torej spreminja sinusno (rdeča krivulja na sliki):

$$U_C = U_{C0} \sin(\omega t) . \quad (19.23)$$

Napetost in tok na kondenzatorju torej ne nihata v fazi, ampak napetost zaostaja za tokom za fazno razliko $\pi/2$. Povezavo med amplitudo napetosti na kondenzatorju in tokom dobimo, če tok izrazimo kot odvod napetosti po času in torej enačbo 19.23 odvajamo po času:

$$I = \frac{de}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = \omega C U_{C0} \cos(\omega t) . \quad (19.24)$$

S primerjavo enačb 19.21 in 19.24 dobimo ravno izraz za reaktanco kondenzatorja, ki povezuje amplitudi napetosti in toka skozi kondenzator (enačba 19.16).

Skupni padec napetosti na vezju upora in kondenzatorja je enak vsoti padcev na uporu in kondenzatorju, $U = U_R + U_C$ (modra krivulja na sliki). S spremnim seštevanjem kotnih funkcij je mogoče pokazati, da se skupna napetost spreminja z enako frekvenco kot tok, a ima v splošnem glede na tok fazni zamik δ :

$$U = U_0 \cos(\omega t - \delta) \quad (19.25)$$

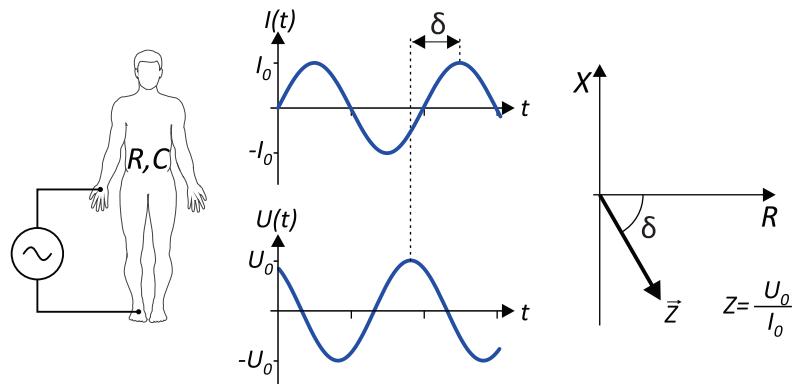
V naslednjem poglavju bomo spoznali, da so napetost in tok skozi sistem ter fazni zamik δ povezani preko električne impedance sistema.

19.5 Tok skozi telo in impedance telesa

Sistemi, ki so sestavljeni iz uporov in kondenzatorjev (npr. človeško telo), imajo v splošnem upornost (R) in reaktanco (X). V takih sistemih napetost in tok ne nihata v fazi in njeni amplitudi nista povezani s preprostim Ohmovim zakonom. Lastnost, ki povezuje napetost in tok v splošnem primeru, imenujemo *električna impedance* (oz. *bioimpedanca*, kadar gre za biološke sisteme, slika 19.4). V splošnem impedance zapišemo kot vektor \vec{Z} , pri katerem je ena komponenta enaka upornosti sistema, druga pa njegovi reaktanci¹. Dolžina vektorja impedance podaja razmerje med amplitudama napetosti in toka ($Z = U_0/I_0 = \sqrt{R^2 + X^2}$), njegova smer pa je povezana s faznim zamikom

¹V elektrotehniki impedance opišejo z vektorjem v kompleksni ravnini, a se mi v tak zapis ne bomo spustili, saj računanje s kompleksnimi števili presega naše znanje matematike

med napetostjo in tokom (označimo ga z $\delta = \arctan(R/X)$). Če je imo sistem le upornost, se tok tok in napetost spreminja v fazi ($\delta = 0$), če pa ima sistem le kapacitivno reaktanco, napetost za tokom zaostaja za fazno razliko $\delta = \pi/2$.



Slika 19.4: Električna impedanca je pospolitev pojma električna upornost in jo uporabljamo v električnih sistemih, ki niso sestavljeni le iz uporov, ter zato pri njih za opisovanje izmeničnega toka ne moremo uporabiti enostavnega Ohmovega zakona. Tak sistem je tudi človeško telo, ki ima poleg upornosti tudi kapaciteto. Če na telo priključimo izmenični tok, se tok in napetost spreminja s faznim zamikom (označimo ga z δ). Impedanca je vektor \vec{Z} , katerega dolžina (Z) opisuje razmerje med amplitudama napetosti in toka, smer pa fazno razliko med napetostjo in tokom (če napetost zaostaja za tokom, je δ po dogovoru negativen). Ena komponenta impedance je upornost sistema, druga pa njegova reaktanca (enačba 19.16). Impedanca telesa je odvisna od oblike in sestave telesa (deleža maščobe, razmerja telesnih tekočin...), pa tudi od frekvence izmeničnega toka.

Impedanca tkiv je odvisna od mnogih faktorjev, npr. od velikosti, oblike, od njihove sestave, pa tudi od frekvence izmeničnega toka (spomnimo se, da je reaktanca sistema odvisna od frekvence toka). Specifična upornost krvi je približno $1,5 \Omega\text{m}$, upornost maščobnega tkiva pa približno 25 krat večja. Obe tkivi se obnašata skoraj kot idealna upora, zato je njuna impedanca praktično enaka njuni upornosti ni odvisna od frekvence toka. Drugače je pri mišičnem tkivu, kjer ima kapaciteta celičnih membran večjo vlogo. Specifična upornost mišičnega tkiva je pri frekvenci 100 Hz nekajkrat večja od upornosti krvi, pri frekvenci 1 MHz pa pade na praktično enako vrednost.

Človeško telo si lahko z električnega stališča predstavljamo kot zapleteno vezje vzporedno in zaporedno vezanih tkiv, ki imajo vsaka svojo električno impedanco. Skupno impedanco telesa bi lahko izračunali podobno, kot smo

izračunali skupno upornost vezja več uporov (slika 19.1), a je račun v praksi zapleten in ga raje prepustimo elektrotehnikom. Omenimo le, da se v medicini intenzivno raziskuje uporabnost meritve impedance telesa za določanje deleža telesnih maščob in razmerja telesnih tekočin, kar bi bilo lahko zelo uporabno pri sledenju stanja pacientov na dializi (primer 19.3).

Za konec si poglejmo še, kakšne poškodbe lahko v telesu povzroči električni udar. Električni tok na telo deluje predvsem preko dveh mehanizmov. Prvi je termični, saj se tkivo zaradi električnega toka segreva (toplota, ki se sprosti zaradi toka, je produkt moči in časa izpostavljenosti toku, $Q = Pt = RI_{ef}^2 t$). Ožganine in opeklne so zato pogoste spremeljevalke električnega udara.

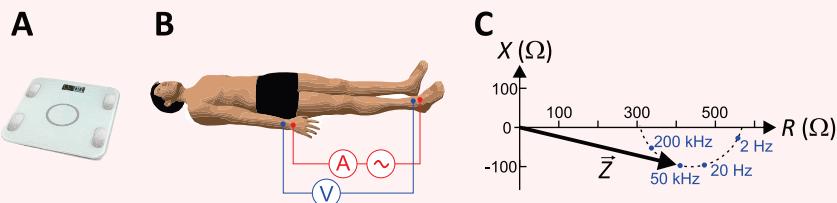
Drugi pomemben učinek toka na tkiva je biološki, saj tok vpliva na vzdraženje celic (predvsem nevronov in mišičnih celic). Če je tok majhen, ga zaznamo le kot ščemenje, večji tok pa lahko povzroči nehoteno krčenje mišic (ponesrečenec zaradi tega npr. ne more izpustiti žice, iz katere ga je streslo, ko jo je prijel z roko) ali celo fibrilacijo srčnih ventriklov (tabela 19.2). Velik delež smrtnih primerov zaradi električnega udara je povezan prav s srčnim zastojem. Po drugi strani lahko vetrnikularno fibrilacijo prekinemo ravno z dovolj močnim tokom skozi srce, ki srce za hip "resetira" in mu omogoči, da začne spet normalno biti (ta postopek imenujemo defibrilacija, aparat, ki ga pri tem uporabljam pa defibrilator).

| vpliv | enosmerni tok | izmenični tok (60 Hz) |
|---------------------------|---------------|-----------------------|
| meja zaznave | 3,5 mA | 0,7 mA |
| meja bolečine | 41 mA | 6 mA |
| popoln krč mišice | 60 mA | 15 mA |
| ventrikularna fibrilacija | 500 mA | 100 mA |

Tabela 19.2: Pregled vplivov električnega toka na človeško telo. Vrednosti so približne, saj je dejanski vpliv odvisen od mnogih dejavnikov, poleg tega je zaradi etičnih razlogov težko izvajati natančne in kontrolirane meritve vplivov toka na telo. Po nekaterih drugih podatkih lahko do fibrilacije srčnih ventriklov pride že pri nižjem toku in je tok 500 mA dovolj velik že za njihovo defibrilacijo.

Primer 19.3: bioimpedanca

V poglavju 19.5 smo spoznali, da na prevajanje električnega toka skozi telo ne vpliva le njegova električna upornost, temveč tudi električna reaktanca, ter da skupaj ti dve lastnosti združimo v električno impedanco. Ker je električna impedanca človeškega telesa (včasih jo imenujemo tudi bioimpedanca) odvisna od njegove sestave, bi bilo mogoče z natančno meritvijo bioimpedance sklepati na sestavo telesa, npr. na delež maščobnega tkiva. Zaradi vse cenejših električnih inštrumentov je meritve impedancije vse dostopnejša in jo pogosto srečamo kar na stojnicah v malo večjih nakupovalnih središčih, delež maščobe v telesu pa naj bi nam znala izmeriti tudi že vsaka malo bolj "pametna" osebna tehnicka (slika A, tako tehnicka ima vgrajene elektrode, na katere moramo stopiti z bosimi nogami). Kljub temu pa meritve bioimpedance klinično veljavo dobiva le počasi. Bioimpedanco namreč največkrat merijo le pri eni frekvenci (50 kHz) in z našim znanjem fizike takoj razumemo, da je le iz dveh izmerjenih parametrov (Z in δ) nemogoče natančno določiti delež maščobnega tkiva v telesu. Na skupno impedanco telesa namreč ne vpliva le delež maščob v telesu, ampak tudi vsa druga tkiva, njihova razporeditev, oblika in velikost, prevodnost kontakta med elektrodami in kožo... Rezultatom meritve bioimpedance na stojnicah in tehnicah zato ne moremo zaupati.



Klinično bolj perspektivna je morda meritve bioimpedance za sledenje uspešnosti terapije na posameznem bolniku (npr. med dializo ali prehransko terapijo), saj se geometrijski faktorji, ki vplivajo na impedanco, na posamezniku med terapijo ne spreminjajo bistveno. Pri klinični meritvi bioimpedance na pacientovo roko in nogu po navadi priključimo štiri elektrode: skozi dve v telo dovajamo izmenični tok z amplitudo nekaj μ A, na drugih dveh pa merimo amplitudo in fazni zamik napetosti (slika B).

Meritve kažejo, da se impedanca telesa z zviševanjem frekvence toka spreminja približno po krožnici (slika C): pri nizkih frekvencah je upornost največja, reaktanca pa majhna, saj večino toka teče mimo celic po medceličnem prostoru in se kapaciteta membran sploh ne opazi. Z višanjem frekvence se veča delež toka, ki teče tudi skozi celice, zato se začne upornost manjšati, reaktanca pa večati. Pri zelo velikih frekvencah se začne reaktanca spet manjšati, saj je kapacitivna reaktanca membran obratno sorazmerna frekvenci. V kliniki se zato intenzivno raziskuje uporabnost meritve bioimpedance pri večih vrednostih frekvence toka, kar bi lahko skupaj z natančnejšimi meritvami oblike telesa dalo natančnejše informacije o sestavi telesa.

Primer 19.4: električni udar

Kako visoka napetost je smrtno nevarna? To vprašanje nima enostavnega odgovora, saj vpliv električnega udara na telo ni odvisen le od napetosti temveč tudi od poti toka skozi telo, njegove frekvence, trajanja udara in še mnogih drugih dejavnikov. Vseeno poskusimo oceniti najnižjo nevarno enosmerno napetost. Raziskave kažejo, da je upornost telesa, ki je preko velike površine v dobrem kontaktu z izvorom (npr. z mokro kožo), približno $500\ \Omega$. Iz tabele 19.2 razberemo, da je z nekaj smole in ob dolgem kontaktu za resne težave dovolj že približno tok 30 mA . Napetost, ki povzroči tak tok, je

$$U = RI = 500\ \Omega \cdot 0,03\text{ A} = 15\text{ V}, \quad (19.26)$$

kar je že blizu napetosti na avtomobilskem akumulatorju! Čeprav v praksi pogosto ni tako hudo, saj kontakt z izvorom ponavadi ni tako dober in po telesu steče bistveno nižji tok (suha koža lahko upor telesa npr. poveča na več tisoč Ω), je zgornji račun dober dokaz, zakaj je pri delu z električnimi izvori potrebna ustrezna previdnost.

Kaj pa udar strele? Pri streli so napetosti lahko tudi več 100.000 V , zato bi po zgornjem izračunu udar strele lahko povzročil ogromne tokove in nepopravljive poškodbe. Na srečo je udar strele pogosto zelo kratek (lahko traja tudi le nekaj μs), poleg tega pa lahko pri njem velik del toka steče po površini kože. Obnašanja toka skozi telo pri udaru strele še ne razumemo v celoti, dolgoletna statistika pa presenetljivo kaže, da je verjetnost za preživetje ob udaru strele več kot 50 %.

Poglavlje 20

Izvori električne napetosti in toka v telesu

Čeprav nas lahko visoka električna napetost ubije, pa brez elektrike tudi ne bi mogli živeti. Električna napetost namreč poganja veliko celičnih procesov, pa tudi delovanje živcev in mišic, pri čemer lahko ta napetosti doseže tudi desetinko volta. V tem poglavju bomo spoznali, da je v telesu glavni izvor električne napetosti prekomembranski električni potencial, ki nastane kot posledica koncentracijskih gradientov ionov preko selektivno prepustnih celičnih membran. Najprej si bomo s pomočjo znanja termodinamike razložili nastanek t.i. *mirovnega prekomembranskega potenciala*, ki je prisoten v nevzdraženih celicah, nato pa še nastanek *akcijskega potenciala*, do katerega pride med vzdraženostjo. Na koncu bomo opisali, kako lahko sinhrona depolarizacija celic privede do merljivih električnih tokov v telesu.

20.1 Prekomembranski potencial

Mirovni prekomembranski električni potencial je v prvi vrsti povezan z dvema pojavoma: a) koncentracija nekaterih ionov je na eni strani membrane drugačna kot na drugi in b) membrane so selektivno prepustne in nekatere ionne prepušča bolje kot druge. Na prekomembranski potencial najbolj vplivajo tisti ioni, pri katerih je koncentracijska razlika največja in za katere je membrana najbolj prepustna. Pri živčnih in mišičnih celicah v mirovnem stanju so to kalijevi ioni, katerih koncentracija je zaradi aktivnega prekomembranskega transporta v celici večja kot zunaj (tabela 20.1). Električni potencial v celici v mirovnem stanju je zato približno 100 mV nižji kot zunaj nje. To je na

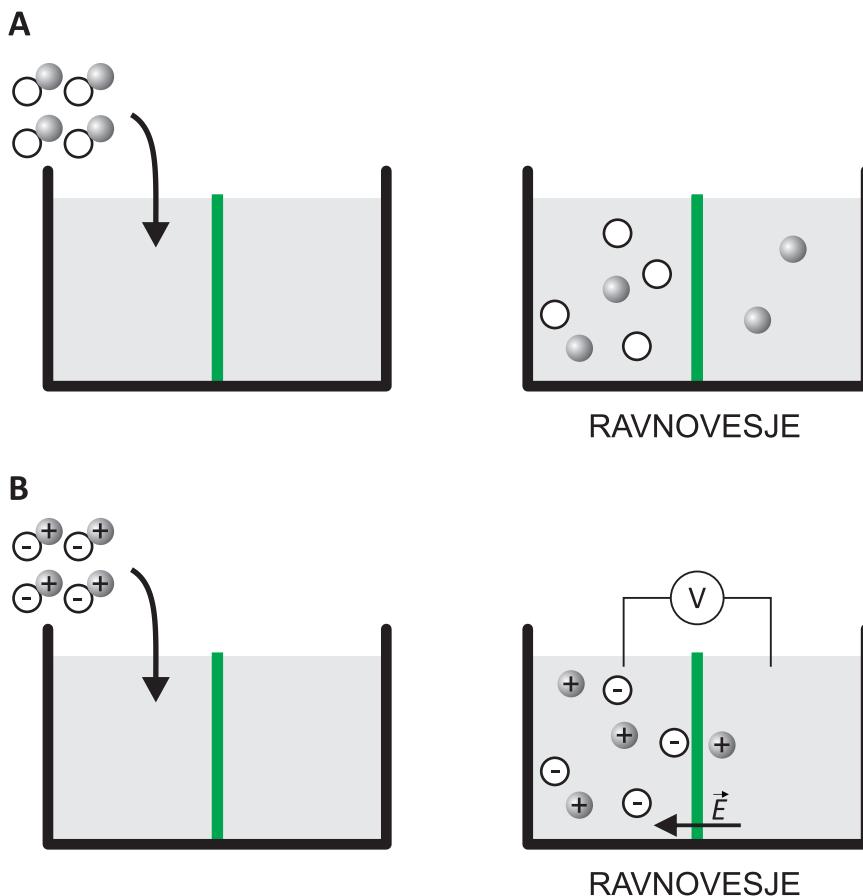
prvi pogled presenetljivo – kalijevi ioni so pozitivno nabiti, a je električni potencial bolj negativen na strani membrane, kjer je njihova koncentracija večja. Poglejmo si, zakaj je tako.

| ion | K^+ | Na^+ | Cl^- |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|
| c_{not} [mM] | 135 | 12 | 4 |
| c_{zun} [mM] | 4 | 140 | 116 |
| P [cm/s] | 10^{-7} | 10^{-9} | 10^{-8} |

Tabela 20.1: Tipične koncentracije ionov v živčnih celicah in izven njih ter tipične prepustnosti membrane.

Izvor mirovnega prekomembranskega potenciala je najlažje razumeti v okviru t.i. *Nernstove enačbe*, ki opisuje kemijsko ravnovesje ionov na obeh straneh membrane. Za lažji začetek se spomnimo, kako smo opisovali kemijsko ravnovesje za nenabite raztopljeni delci. Če na eni strani membrane raztopimo dve vrsti topljencev, membrana pa je prepustna le za eno vrsto, bodo le-ti zaradi koncentracijske razlike prehajali na drugo stran vse dokler ne bo njihov kemijski potencial enak na obeh straneh membrane (slika 20.1A). Ker je kemijski potencial za nenabite topljence odvisen le od koncentracije (spomnimo se enačbe 15.7 pri termodinamiki: $\mu = \mu_0 + RT \ln c/c_0$), bo v ravnovesju koncentracija teh topljencev na obeh straneh membrane enaka. Za topljence, ki preko membrane ne morejo, ravnovesja kemijskih potencialov seveda ne velja.

Situacija se zelo spremeni, če so topljenci nabiti. Če je na eni strani membrane raztopljen sol, membrana pa prepušča le katione, bodo le ti začeli prehajati na drugo stran membrane, a se bo pri tem hitro vzpostavil prekomembranski električni potencial, ki bo njihovemu prehajanju preko membrane nasprotoval. Ko namreč kationi prehajajo preko membrane, za seboj puščajo presežek anionov, ki katione vlečejo nazaj (slika 20.1B). Ob tem se spomnimo primera 17.1, pri katerem smo videli, da mora za vzpostavitev prekomembranskega potenciala membrano prečkati zelo malo naboja (razmerje med njima določa kapaciteta membrane), tako malo, da se koncentracija ionov na obeh straneh membrane praktično ne spremeni. V primeru nabitih topljencev se ravnovesje vzpostavi zelo hitro in ne šele, ko je njihova koncentracija



Slika 20.1: Do mirovnega (ravnovesnega) prekomembranskega potenciala pride, ko sta raztopini z različnimi koncentracijama ionov pregrajeni s selektivno prepustno membrano (polprepustna membrana na sliki je označena z zeleno in prepušča le sive topljence). A) Primer, ko so topljenci električno nevtralni. Če je na eni strani membrane večja koncentracija topljencev, ki lahko prehajajo membrano, bodo ti topljenci membrano prehajali vse dokler njihova koncentracija na obeh straneh ne bo enaka. B) Če so topljenci električno nabiti, se že pri prehodu majhnega števila topljencev preko membrane ustvari električni potencial, ki njihovo prehajanje zaustavlja. V ravnovesju se torej koncentraciji topljencev ne izenačita, preko membrane pa se ustvari mirovni prekomembranski potencial.

enaka na obeh straneh membrane. Nernstovo enačbo dobimo, ko zapišemo pogoj za ravnovesje nabitih topljencev!

Kemijski potencial nabitih topljencev (ionov) ni odvisen le od njihove kon-

centracije, temveč tudi od električnega potenciala. Spomnimo se namreč, da je kemijski potencial snovi enak prosti entalpiji na mol, prosta entalpija pa je povezana z notranjo energijo. Ioni imajo v električnem potencialu tudi električno energijo, ki je enaka $W_e = e\varphi$ (enačba 17.6), zaradi česar bodo imeli ob prisotnosti električnega potenciala φ v kemijskem potencialu dodaten člen

$$\mu_e = \frac{W_e}{n} = \frac{NZe_0\varphi}{n} = ZF\varphi, \quad (20.1)$$

kjer je Z valenca ionov, F pa je t.i. *Faradayeva konstanta*, ki opisuje naboj enega mola osnovnega naboja, $F = e_0 N_A$ (v zgornjem računu smo upoštevali še, da je $n = N/N_A$). Kemijski potencial v prisotnosti električnega polja včasih imenujemo tudi *elektrokemijski potencial*. V ravnovesju je torej elektrokemijski potencial ionov, ki lahko prehajajo membrano, enak na obeh straneh membrane:

$$\mu_0 + RT \ln \frac{c_{\text{not}}}{c_0} + ZF\varphi_{\text{not}} = \mu_0 + RT \ln \frac{c_{\text{zun}}}{c_0} + ZF\varphi_{\text{zun}}, \quad (20.2)$$

Če iz zgornje enačbe izrazimo prekomembranski potencial ($U = \varphi_{\text{not}} - \varphi_{\text{zun}}$), se členi z μ_0 in c_0 pokrajšajo in dobimo Nernstovo enačbo

$$U = -\frac{RT}{ZF} \ln \frac{c_{\text{not}}}{c_{\text{zun}}}, \quad (20.3)$$

ki opisuje zvezo med ravnovesnim prekomembranskim potencialom in koncentracijama ionov na obeh straneh membrane. V fiziologiji Nernstovo enačbo pogosto zapišemo tudi v bolj praktični obliki, pri kateri v zgornjo enačbo vstavimo fiziološko temperaturo ($T = 37^\circ\text{C} = 210\text{ K}$) in logaritem zapišemo z desetiško osnovo (upoštevamo tudi $\ln x = \log x / \log e$).

$$U \approx -\frac{60\text{ mV}}{Z} \log \frac{c_{\text{not}}}{c_{\text{zun}}}. \quad (20.4)$$

Iz tega zapisa Nernstove enačbe takoj vidimo, da 10-kratna razlika koncentracij enovalentnih ionov povzroči prekomembranski potencial 60 mV, 100-kratna pa prekomembranski potencial 120 mV.

Če v Nernstovo enačbo vstavimo koncentracije kalija (tabela 20.1), za mirovni prekomembranski potencial dobimo $U = -60\text{ mV} \cdot \log(135/4) \approx -92\text{ mV}$, kar približno ustreza dejanski vrednosti v celicah. Koncentracij ostalih ionov pri tem ni potrebno upoštevati, saj ti ioni ne morejo preko membrane in za

njih ne velja ravnovesje elektrokemijskih potencialov na obeh straneh membrane. Čeprav je Nernstova enačba le približek, saj predpostavlja, da je membrana prepustna le za eno vrsto ionov, pa je zelo uporabna za hitro ocenjevanje prekomembranskega potenciala (primer 20.1).

Primer 20.1: hiperkalemija

V nekaterih bolezenskih stanjih lahko pride do spremembe koncentracije kalija v izven celični raztopini. Če je kalija preveč, govorimo o hiperkalemiji, v nasprotnem primeru pa o hipokalemiji. Ker je kalij ključen za mirovni prekomembranski potencial, ima lahko sprememba njegove koncentracije hude posledice. Poleg tega je njegova normalna izvencelična koncentracija majhna, zaradi česar lahko že majhna sprememba koncentracije povzroči veliko spremembo v električnem potencialu. Za hitro oceno vpliva sprememba koncentracije kalija na mirovni prekomembranski potencial lahko uporabimo kar Nernstovo enačbo (en. 20.4). Ocenimo, koliko se spremeni potencial, če se koncentracija kalija zunaj celice iz 4 mM poveča na 8 mM:

$$U = -60 \text{ mV} \cdot \log(135/8) \approx -74 \text{ mV}. \quad (20.5)$$

Majhna sprememba v koncentraciji kalija lahko torej bistveno vpliva na mirovni prekomembranski potencial. Vbrizganje kalijeve raztopine v žilo je lahko zato smrtno nevarno.

V živčnih in mišičnih celicah je za velike prekomembranske koncentracijske gradiante in s tem tudi za nastanek prekomembranskega potenciala v prvi vrsti odgovoren aktivni prekomembranski transport (npr. K^+/Na^+ črpalke). Do prekomembranskega potenciala pa lahko pride tudi brez aktivnega prekomembranskega transporta, saj je v celicah pogosto veliko nabitih markomolekul, ki pomembno prispevajo k celotnemu naboju v celici, a ne morejo preko membrane. V rdečih krvničkah je npr. veliko negativno nabitega hemoglobina (pH v rdečih krvničkah je malo nad 7), njihova membrana pa je najbolj prepustna za klorove ione. Ker je v celicah veliko negativnega naboja že na hemoglobinu, je negativnih klorovih ionov v njihovi notranjosti manj kot zunaj. Po po Nernstovi enačbi je torej električni potencial v rdečih krvničkah nekaj manjši kot zunaj njih (za klorove ione je $Z = -1$). Na svoji poti po krvnem obtoku rdeče krvničke srečujejo z neprestanim spremenjanjem koncentracij ionov v krvni plazmi, poleg tega se spreminja tudi pH , zaradi česar preko membrane stalno prehajajo tudi klorovi ioni (pa tudi voda, saj mora biti med uravnovanjem elektrokemijskih potencialov topljencev vseskozi uravnani tudi osmotski tlak). Elektrokemijsko in osmotsko ravnovesje, pri katerem pomembno vlogo igrajo makromolekule, imenujemo tudi *Donnanovo ravnovesje*.

Nernstova enačba dobro velja v približku, ko je membrana prepustna le za eno vrsto ionov. Zahtevnejši račun pokaže, da je razširitev Nernstove enačbe

za realne celice t.i. *Goldmanova enačba*, ki upošteva vse tri glavne vrste ionov in njihove prepustnosti:

$$U = -60 \text{ mV} \log \frac{P_K \cdot c_{K \text{ not}} + P_{Cl} \cdot c_{Cl \text{ zun}} + P_{Na} \cdot c_{Na \text{ not}}}{P_K \cdot c_{K \text{ zun}} + P_{Cl} \cdot c_{Cl \text{ not}} + P_{Na} \cdot c_{Na \text{ zun}}} \quad (20.6)$$

V enačbi so znotrajcelične koncentracije kationov v števcu, znotrajcelične koncentracije anionov pa v imenovalcu. Če bi predpostavili, da je prepustnost kalija veliko večja od prepustnosti ostalih ionov, bi se Goldmanova enačba posenostavila v Nernstovo. Če vanjo vstavimo podatke iz tabele 20.1, dobimo vrednost -84 mV , iz česar vidimo, da je Nernstova enačba v tem primeru kar dober približek.

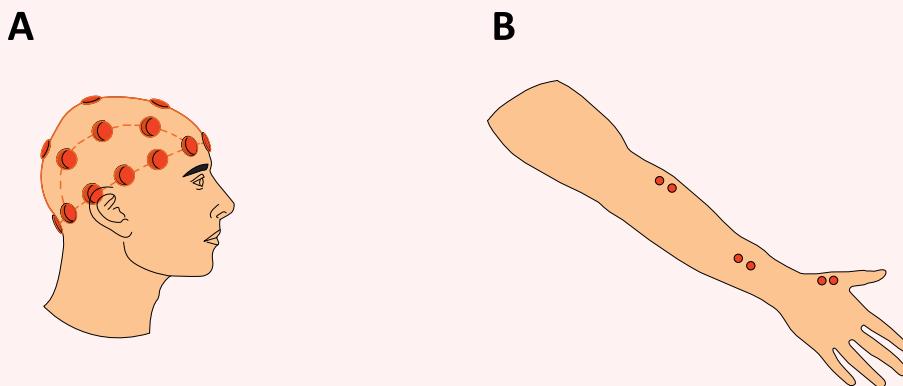
Do sedaj smo govorili le o mirovnem prekomembranskem potencialu. V celicah, ki se lahko vzdražijo (npr. v živčnih celicah), lahko poleg tega med vzdraženjem nastopi tudi *akcijski potencial*, pri čemer se prekomembranski potencial iz negativnega za kratek čas spremeni v pozitivnega. Do akcijskega potenciala pride, ko se prepustnost membrane za Na^+ ione hipno poveča za več kot 1000-krat, zaradi česar nekaj natrijevih ionov preide v celico in se potencial spremeni na nekaj $+10 \text{ mV}$ (če bi povečano prepustnost za natrij vstavili v Goldmanovo enačbo, bi dobili vrednost $+42 \text{ mV}$, če pa bi upoštevali, da so sedaj natrijevi ioni najbolj prepustni in bi jih vstavili v Nernstovo enačbo, bi dobili celo $+62 \text{ mV}$). Ob tem se spomnimo primera 17.1, v katerem smo pokazali, da spremembo potenciala povzroči že prehod majhne količine natrija, zaradi česar se med akcijskim potencialom koncentracija natrija v celici praktično ne spremeni.

20.2 Tkiva kot izvori električnega toka

Depolarizacija celice (nastanek akcijskega potenciala) povzroči nastanek majhnega električnega toka v njeni okolici. Pri delovanju mišic in živcev se sinhrono depolarizira veliko število celic, zato se ti tokovi seštejejo in povzročijo majhne, a merljive spremembe električnega potenciala v okoliških tkivih in tudi na površini telesa. V medicini to dejstvo izrablja vrsta diagnostičnih metod, pri katerih z merjenjem električne napetosti na površini telesa dobimo informacijo o delovanju organov v telesu (primer 20.2).

Primer 20.2: Merjenje napetosti na telesu: EKG, EEG in EMG

Med aktivnostjo mišic in živcev se v telesu prožijo majhni električni tokovi, ki jih lahko zaznamo kot spremembe električne napetosti na površini telesa. Z meritvijo napetosti na površini telesa lahko zato dobimo informacijo o delovanju organov v notranjosti telesa. Najbolj znana tovrstna metoda je elektrokardiografija (EKG), s katero dobimo informacije o električni aktivnosti srčne mišice. Z elektroencefalografijo (EEG) analiziramo delovanje možganov, z elektromiografijo (EMG) pa delovanje mišic in motoričnih živcev. Vse metode, pri katerih merimo napetost na površini telesa so povsem neinvazivne in za pacienta ne predstavljajo neprijetnosti. Metodo EKG bomo podrobnejše spoznali v naslednjem poglavju, postavitev elektrod za EEG in EMG roke pa je shematično prikazana na spodnji sliki.

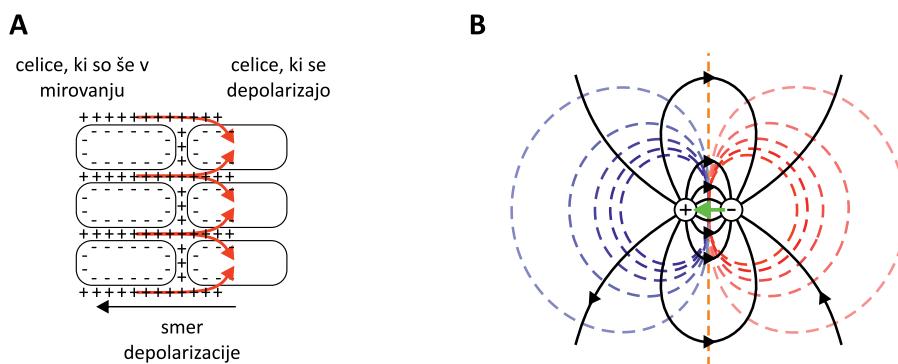


Pri vseh elektrofizioloških metodah je zelo pomembno, da je električni stik med elektrodami in kožo čim boljši. Med površinsko elektrodo in kožo zato nanesemo poseben gel, ki je električno dobro prevoden in poskrbi za to, da med kovinsko elektrodo in kožo ni zraka, ki je slab električni prevodnik. Če si želimo še posebej natančne meritve, lahko uporabimo tudi elektrode v obliki tankih igel, ki jih zapičimo neposredno v preiskovano tkivo.

Pri metodi EMG lahko elektrode uporabimo ne le za detekcijo napetosti ampak tudi za dovajanje napetostnih sunkov. S tem mišice in živce umetno vzdražimo ter nato opazujemo potovanje vzdržnega vala vzdolž okončine. Na ta način je mogoče enostavno ugotoviti, kje vzdolž okončine je motorični živec poškodovan.

Preden se v naslednjem poglavju posvetimo delovanju EKG, si oglejmo preprost opis električnih tokov in potencialov, ki nastanejo ob sinhroni depolarizaciji celic v telesu. Ko se po tkivu širi depolarizacijski val, steče električni tok iz območja ne-vzbujenih celic proti območju celic, ki se depolarizirajo (slika 20.2A). Podobno steče električni tok tudi pri re-polarizaciji celic, le da so spremembe toka v tem primeru počasnejše, električno polje pa je manjše. V primeru depolarizacije si lahko prvem približku ne-vzbujeno stran tkiva pred-

stavljamo kot izvor, območje depolarizacij pa kot ponor električnega toka, pri čemer električni tok steče tudi po okoliškem tkivu. Tokovnice električnega toka v tkivu imajo ob tem podobno obliko kot silnice v okolini električnega dipola (slika 20.2B). Podobno kot pri elektrostatiki lahko torej tudi v primeru depolarizacije celic definiramo vektor dipola, ki ga v tem primeru imenujemo *tokovni dipol*. Če izvor toka označimo s +, ponor pa z −, kažejo tokovnice od + proti −, vektor tokovnega dipola pa kaže od − proti +, kar je analogno definiciji električnega dipola pri elektrostatiki. Velikost vektorja tokovnega dipola je sorazmerna z velikostjo toka, ki ga izvor in ponor poganjata po telesu.



Slika 20.2: Depolarizacija celic v mišicah in živcih je izvor električne napetosti, ki jo lahko zaznamo tudi na površini telesa. A) Shematični prikaz nastanka električnega toka v tkivu ob sinhroni depolarizaciji večjega števila celic. Depolarizacija povzroči električni tok, katerega izvor je v ne-vzbujenem delu tkiva, ponor pa v tkivu, ki se depolarizira. Pri tem je smer električnega toka nasprotna smeri širjenja depolarizacije. B) Prikaz električnega potenciala in toka v homogenem tkivu, v katerem sta izvor in ponor toka. Izvor (+) in ponor (−) električnega toka predstavljata t.i. električni tokovni dipol. Vektor tokovnega dipola je označen zeleno in kaže od − proti + (v smeri premikanja depolarizacijskega vala v tkivu), tokovnice električnega toka pa so narisane črno in tečejo od izvora proti ponoru. Skupaj z električnim tokom se v tkivu pojavi tudi električni potencial, ki se niža vzdolž tokovnic (najvišji je v pri + in najnižji pri −). Ekvipotencialne črte so na sliki označene črtkano (pri višjih potencialih so bolj modre, pri nižjih pa bolj rdeče barve, potencial 0 V je na sredini in je označen z oranžno). Električni potencial okoli tokovnega dipola ima enako obliko kot pri dipolu, ki smo ga srečali pri elektrostatiki. Velikost vektorja tokovnega dipola je tem večja, čim večji tok in potencialne razlike ustvarjata izvor in ponor.

Na osnovi dipolne slike si lahko nazorno predstavljamo električni potencial, ki ga izvor in ponor toka ustvarita v okoliškem tkivu. Podobno kot v nava-

dnem električnem krogu tudi pri tokovnem dipolu električni potencial pada vzdolž vsake tokovnice, pri čemer je najvišji v izvoru, najnižji pa v ponoru. Ekvipotencialne črte okoli tokovnega dipola bodo imele torej enako obliko kot ekvipotencialne črte okoli dipola pri elektrostatiki (slika 20.2B). Ob spremnjanju območja depolarizacije in repolarizacije celic v tkivu, se spreminja položaj, usmerjenost in velikost vektorja tokovnega dipola, ob tem pa se se ustrezno spreminja tudi potencial v telesu in na njegovi površini.

Poglavlje 21

EKG

Celice v srčni mišici se neprestano periodično depolarizirajo in repolarizirajo in so glavni glavni izvor električne aktivnosti v telesu. Električna aktivnost srca lahko na površini telesa povzroči do nekaj mV velike spremembe električnega potenciala, ki jih je mogoče enostavno izmeriti. To meritev imenujemo *elektrokardiografija*, grafični prikaz spremenjanja napetosti med točkami na površini telesa v odvisnosti od časa imenujemo *elektrokardiogram*, oboje pa označimo s kratico EKG.

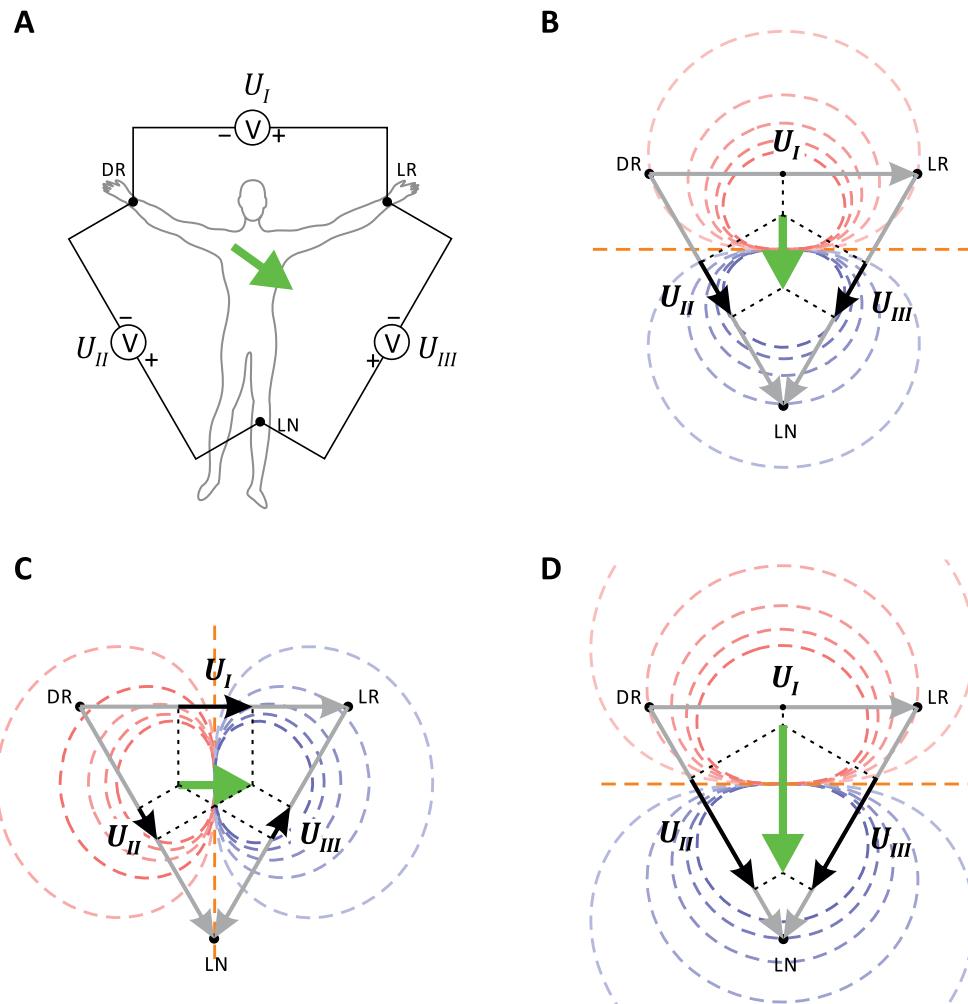
Pri osnovnem EKG merimo časovne odvisnosti napetosti med rokama in levo nogu, ki jih imenujemo tudi *standardni bipolarni odvodi*¹. Napetost med levo in desno roko imenujemo prvi odvod, napetost med levo nogo in desno roko drugi odvod ter napetost med levo nogo in levo roko tretji odvod (slika 21.1A). Zveze med odvodi in potenciali na rokah in nogi so torej

$$\begin{aligned} U_I &= \varphi_{LR} - \varphi_{DR} , \\ U_{II} &= \varphi_{LN} - \varphi_{DR} , \\ U_{III} &= \varphi_{LN} - \varphi_{LR} . \end{aligned} \tag{21.1}$$

Ker tri elektrode pri standardnih bipolarnih odvodih tvorijo zaključeno zanko, ti odvodi med seboj niso neodvisni in med njimi velja zveza $U_I + U_{III} = U_{II}$, ki jo lahko enostavno izpeljemo iz zgornjih enačb.

V prejšnjem razdelku smo videli, da lahko trenutno električno aktivnost srca opišemo z vektorjem tokovnega dipola. Odvisnost standardnih odvodov od velikosti in smeri dipola si lahko nadzorno prikažemo ob predpostavki, da

¹Izraz *odvod* pri EKG ni povezan z matematičnim odvodom, temveč opisuje način namestitve in vezave elektrod. V angleškem jeziku se npr. odvod pri matematiki imenuje *derivative*, pri EKG pa *lead*.

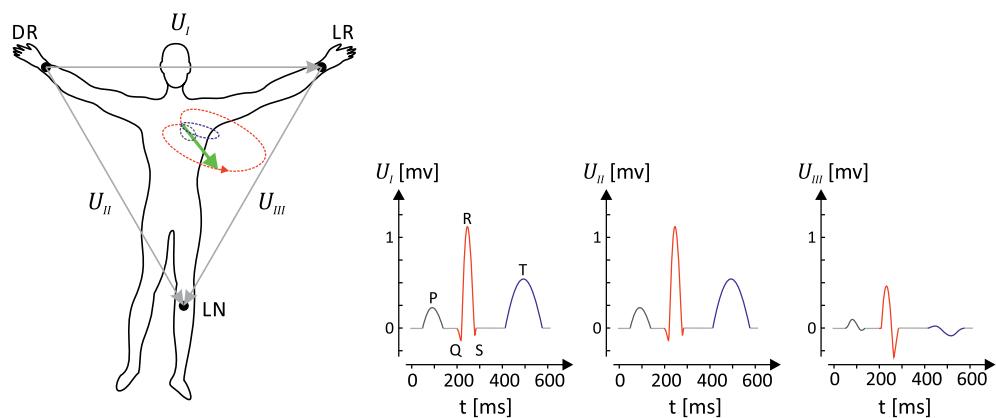


Slika 21.1: A) Pri osnovnem EKG merimo časovno spreminjanje treh napetosti med rokama in nogami, ki jih imenujemo *bipolarni standardni odvodi*: U_I je napetost med levo in desno roko, U_{II} med levo nogo in desno roko ter U_{III} med levo nogo in levo roko. Slike B, C in D prikazujejo vrednosti teh odvodov pri treh vrednostih električnega dipola v približku t.i. Einthovenovega trikotnika (dipol je v težišču, elektrode pa v ogliščih enakostraničnega trikotnika). Iz slik vidimo, da je vrednost posameznega odvoda enaka projekciji dipola na vezico med ustreznima elektrodama. A) Električni dipol kaže navzdol, zaradi česar sta roki na negativnih potencialih, noga pa na pozitivnem. Potenciala rok sta enaka, zato je $U_I = 0 \text{ mV}$. B) Električni dipol ima enako velikost kot pri sliki A, obrnjen pa je v desno. C) Električni dipol srca ima še enkrat večjo vrednost kot na sliki A in je obrnjen navzdol. Vrednosti potencialov in napetosti so v primerjavi s sliko B podvojene.

so elektrode nameščene približno v oglišča enakostraničnega trikotnika s srcem v središču (slike 21.1 B, C in D, tak prikaz se po nizozemskem fiziologu imenuje *Einthovenov trikotnik*). Iz slik je lepo razvidno, da bosta v primeru, ko dipol kaže pravokotno na veznico med dvema elektrodama, elektrodi na isti ekvipotencialni črti in bo napetost med njima enaka nič. Po drugi strani bo napetost med elektrodama največja, če je dipol vzporeden veznici med elektrodama. Iz opisanega se nam izlušči preprosto pravilo, ki velja v približku Einthovenovega trikotnika: **napetost med elektrodama je sorazmerna s projekcijo dipola srca na veznico med njima.** Ob tem opazimo tudi omejitve meritve EKG na rokah in nogi: ker elektrode ležijo na frontalni ravnini telesa, tudi vrednosti odvodov predstavljajo projekcije v tej ravnini, zato celotnega 3D vektorja dipola zgolj z merjenjem na rokah in nogi ne moremo določiti. Za natančnejše določanje obnašanje depolarizacij srčne mišice v sagitalni in transverzalni ravnini je potrebno uporabiti 12-kanalni EKG, pri katerem so elektrode razporejene tudi po prsnem košu (MaFijski primer 21.1).

Oglejmo si še primer obnašanja normalnega dipola srca med enim srčnim utripom in ustrezne vrednosti standardnih bipolarnih odvodov (slika 21.2). V grobem ima normalni EKG tri odseke: najprej se depolarizirata atrija (P val), nato ventrikla (odsek QRS), na koncu pa se zazna tudi repolarizacija ventriklov (T val). V vseh treh primerih se vektor dipola najprej poveča in nato zmanjša, vmes pa se mu spreminja tudi smer, zaradi česar vrh vektorja v vsakem intervalu opiše približno obliko elipse. Do največje električne aktivnosti pride med depolarizacijo atrijev, zato v tej fazi dipol srca najbolj naraste in so spremembe napetosti najbolj izrazite v odseku QRS. V primeru na sliki so pri vsakem odseku največje spremembe dipola srca v smeri pravokotno na veznico med levo roko in nogo, zato sta U_I in U_{II} podobna, U_{III} pa je bistveno manjši. Signal repolarizacije atrijev je šibek in se največkrat prekriva z odsekom QRS, zato ga EKG težje zazna.

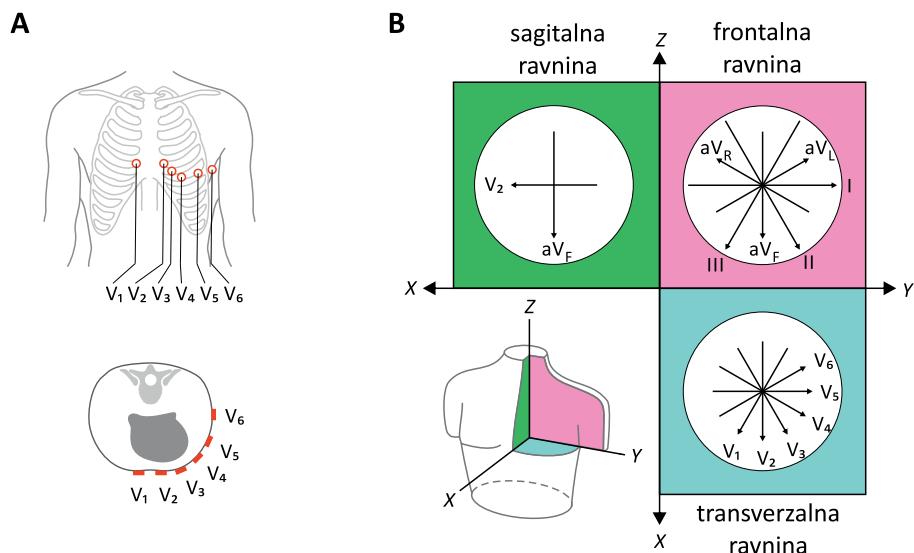
Na koncu velja opozoriti, da se lahko zaradi anatomskih in funkcionalnih razlik med ljudmi tudi njihovi normalni EKG do neke mere razlikujejo, spreminja pa se tudi s starostjo in fizično aktivnostjo. Poleg tega ne smemo pozabiti, da iz EKG dobimo le informacijo o električni aktivnosti srca, ki je sicer zelo povezana s njegovo mehansko aktivnostjo, vendar pa teh pojmom ne smemo kar enačiti. Izkušen zdravnik lahko na osnovi nenormalnega EKG sklepa o nepravilnosti delovanja srca, za celostno sliko njegovega delovanja in njegove zmožnosti črpanja krvi pa mora izmeriti tudi druge relevantne informacije, npr. krvni tlak in ultrazvočno sliko delovanja srca.



Slika 21.2: Shematični prikaz normalnega EKG. Leva slika prikazuje obnašanje dipola srca med enim srčnim utripom, desne slike pa ustrezne standardne bipolarne odvode. V enem utripu srca se njegov dipol trikrat izrazito poveča in pomanjša: prvi val ustreza depolarizaciji atrijev (P val, narisan sivo), drugi nastane zaradi depolarizacije ventriklov (QRS, narisan rdeče), tretji pa ob repolarizaciji ventriklov (T val, narisan modro). Iz relativne višine odvodov lahko razberemo, v kateri smeri se je dipol srca najbolj spremenjal — v prikazanem primeru je tretji odvod najmanjši, prva dva pa sta si podobna, zato lahko sklepamo, da je glavna os elipse QRS intervala pravokotna na veznico med nogo in levo roko.

MaFijski primer 21.1: 12-kanalov za 3D EKG

S klasičnimi standardnimi bipolarnimi odvodi lahko določimo le obnašanje dipola srca v eni ravnini. Sodobne EKG naprave zato največkrat merijo 12-kanalni EKG: poleg treh standardnih bipolarnih odvodov na okončinah izmerijo še 9 *unipolarnih odvodov*. Pri unipolarnih odvodih ne merimo napetosti med dvema točkama na telesu ampak napetost med eno točko na telesu in nekim standardnim potencialom. Trije od unipolarnih odvodov so ponavadi t.i. *ojačani unipolarni odvodi* rok in leve noge (označimo jih z angleškimi okrajšavami aV_R , aV_L in aV_F - ojačan = augmented), šest pa je prekordialnih in imajo elektrode razporejene po prsnem košu (označimo jih z V_1 do V_6 , slika A). S prekordialnimi odvodi lahko bolje analiziramo nekatere detajle v električnem obnašanju srca, predvsem pa tudi usmerjenost dipola srca pravokotno na frontalno ravnino, česar z odvodi na rokah in nogi ne moremo. Pri 12-kanalnem EKG se torej uporablja skupaj devet elektrod (tri na okončinah in šest na prsnem košu), s katerimi izmerimo 12 odvodov (I , II , III , aV_R , aV_L , aV_F , V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 , V_6).



Standardni potencial, glede na katerega se meri unipolarne odvode, je po dogovoru določen kar kot povprečje potencialov na rokah in nogah, zato je mogoče unipolarne odvode rok in noge izraziti s standardnimi bipolarnimi odvodi. Definirani so kot srednje vrednosti sosednjih standardnih bipolarnih odvodov. Unipolarni odvod noge je npr. definiran kot

$$U_{aV_F} = \varphi_{LN} - \frac{(\varphi_{DR} + \varphi_{LR})}{2} = \frac{1}{2}(U_{II} + U_{III})$$

Preprosto geometrijsko predstavo EKG z Einthovenovim trikotnikom lahko sedaj dopolnimo. Videli smo, da so standardni bipolarni odvodi sorazmerni s projekcijami dipola na veznice med dvema ustreznnimi elektrodami, ki ležijo na stranicah trikotnika. Podobno si lahko predstavljamo, da so unipolarni odvodi sorazmerni s projekcijami dipola na veznice med središčem srca in ustrezno unipolarno elektrodo. Ojačani uni-

polarni odvodi so tako sorazmerni s projekcijami na višine trikotnika v smeri okončin, prekordialni odvodi pa merijo velikost dipola v smeri od središča srca do posamezne prekordialne elektrode (slika B).

Zavedati se moramo, da je razumevanje EKG preko Enthovenovega trikotnika sicer zelo nazorno, a je kljub vsemu le približek in vseh detajlov z njim ne moremo razložiti (približkov je pravzaprav veliko: da je mogoče trenutno električno aktivnost srca opisati z dipolno sliko, da je središče električne aktivnosti srca vedno na sredini med elektrodami, da je telo homogena snov...). Po preprosti sliki bi moral biti npr. odvod I sorazmeren z odvodom V_5 , saj sta smeri obeh odvodov vzporedni, a v praksi ni povsem tako.

Poglavlje 22

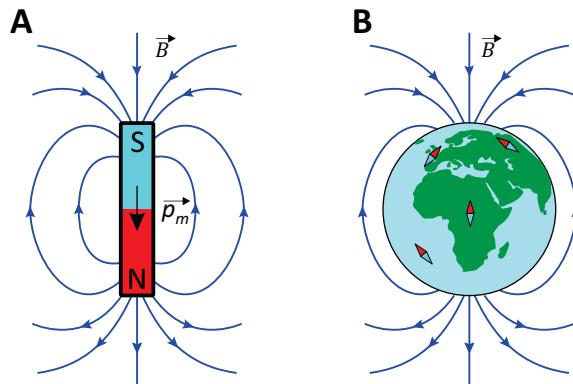
Magnetizem

V vsakdanjem življenju imamo z magnetizmom največ izkušenj preko različnih trajnih magnetov, npr. s kompasom, ki nam kaže smer proti severu, ali pa z magneti, ki jih pritrdimo na hladilnik v kuhinji. V tem poglavju bomo poleg tega spoznali, da so magnetni pojavi tesno povezani z električnimi ter da imajo veliko uporabno vrednost v medicini.

22.1 Magnetno polje

Pri obravnavanju električnih pojavov smo spoznali, da električna sila med električnimi naboji deluje »na daljavo« in jo lahko zato elegantno opišemo s pojmom električnega polja. Tudi magneti se med seboj odbijajo in privlačijo »na daljavo«, zato bomo lahko tudi magnetne pojave opisovali s pomočjo polja. Količino, ki opisuje kako močno je magnetno polje, imenujemo *gostota magnetnega polja* in jo označimo z \vec{B} , enota za gostoto magnetnega polja pa se po Nikoli Tesla imenuje tesla, T. Občutek za to količino lahko dobimo iz podatkov, da se velikost gostote magnetnega polja na Zemlji giblje v intervalu od $25 \mu\text{T}$ do $60 \mu\text{T}$ (v Sloveniji je približno $48 \mu\text{T}$), v napravah za slikanje z magnetno resonanco pa je polje veliko nekaj T. Enota tesla je z električnim enotami povezana preko zvez $T = \text{Vs}/\text{m}^2 = \text{N}/\text{Am}$.

Električno in magnetno polje sta med seboj tesno povezana, vendar pa je med njima tudi pomembna razlika: izvori električnega polja so točkasti električni naboji, pri magnetizmu pa točkastih izvorov magnetnega polja ne poznamo. Za vse trajne magnete velja, da polje na eni strani magneta izvira, na drugi pa ponika. Magneti so torej dipolni izvor magnetnega polja (slika 22.1A), pri katerem imajo silnice enako obliko, kot smo jo srečali pri električ-



Slika 22.1: A) Izvori magnetnega polja imajo vedno dva pola, točkastih izvorov pa ne poznamo. Magnetno polje trajnega magneta ima dipolno obliko: izvira na t.i. severnem magnetnem polu magneta (severni pol je označen z N, north) in ponika na južnem (S, south). Analogno električnemu dipolu, tudi magnetni dipol opišemo z vektorjem magnetnega dipola \vec{p}_m , ki kaže od južnega proti severnemu magnetnemu polu. B) Zemlja je tudi trajni magnet. Njen južni magnetni pol je na severnem geografskem tečaju, zato silnice magnetnega polja \vec{B} kažejo proti severnemu geografskemu polu. Magnetne igle v kompasu zato s svojim severnim polom kažejo proti severnemu geografskemu polju zemlje (\vec{p}_m igle kaže v smeri \vec{B}).

nem dipolu (slika 17.3). Če bi magnet prelomili na pol, bi dobili dva manjša dipolna magneta in ne izoliranih magnetnih monopolnih izvorov. Neobstoj magnetnih nabojev ima pomembno posledico: magnetno polje v snov prodira lažje od električnega, zato je dobro Faradayovo kletko za magnetno polje je zelo težko narediti (spomnimo se, da je bila za delovanje Faradeyeve kletke nujna zmožnost hitrega prerazporejanja električnega naboja). Poleg tega pri magnetnem polju tudi ni efekta senčenja, ki smo ga srečali v ionskih raztopinah.

Podobno kot smo v razdelku 17.4 polarnim molekulam pripisali vektor električnega dipola \vec{p}_e , lahko magnetom pripisemo vektor magnetnega polja \vec{p}_m , ki opisuje kako močan izvor magnetnega polja je magnet in v katero smer je obrnjen. Po dogovoru vektor magnetnega dipola kaže od južnega proti severnemu polu magneta, magnetno polje pa izvira na severnem polu magneta ter ponika južnem. Magnetni dipol se v magnetnem polju obnaša podobno kot električni dipol v električnem polju – če je polje homogeno, v njem čutile navor, ki ga obrne v smer polja. Analogno enačbam za električno polje (en. 18.1) lahko torej tudi za magnetni dipol v homogenem magnetnem polju zapišemo

z vektorskim produktom

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \quad \text{oz.} \quad M = p_m B \sin \alpha , \quad (22.1)$$

kjer je α kot med magnetnim dipolom in smerjo gostote magnetnega polja. Zaradi navora se magneti v magnetnem polju torej obrnejo tako, da njihov severni pol kaže v smeri gostote magnetnega polja (v ravnovesju \vec{p}_m kaže v smer \vec{B}). Magnetni severni pol Zemlje je tako na južnem geografskem polu, igla kompasa pa s svojim severnim polom kaže proti severnemu geografskemu polu (slika 22.1 B).

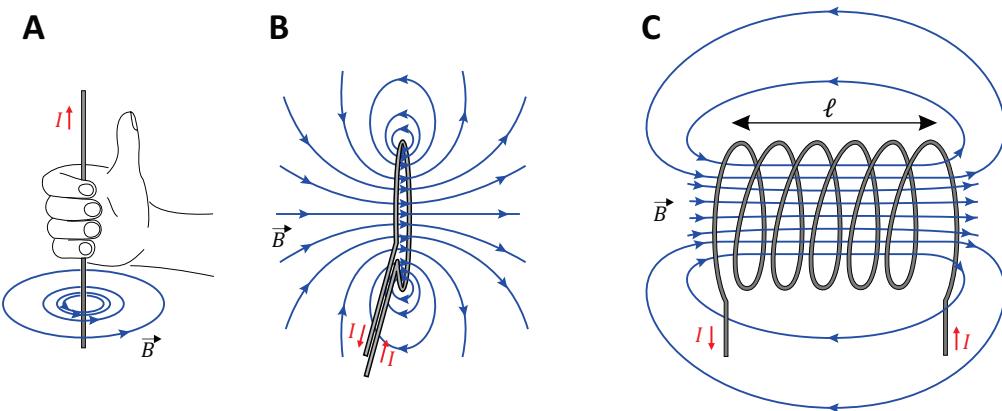
22.2 Izvor magnetnega polja je tudi električni tok

V poskusih z elektriko so kmalu ugotovili, da trajni magneti niso edini izvor magnetnega polja. Izkazalo se je namreč, da lahko magnetno polje ustvarimo tudi z električnim tokom in da se okoli dolge ravne žice, po kateri teče električni tok, ustvarijo vrtinci magnetnega polja (slika 22.2A). Pri tem gostota magnetnega polja pada obratno sorazmerno z oddaljenostjo od žice. Velja

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} , \quad (22.2)$$

kjer je I električni tok v žici, r je oddaljenost od žice, μ_0 pa je *indukcijska konstanta*, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am. Smer silnic magnetnega polja lahko določimo s t.i. Oerstedovim pravilom: če palec desne roke usmerimo v smer toka, prsti kažejo v smer magnetnega polja. Zgornja zveza je eden od zapisov *Amperovega zakona*, ki je eden od osnovnih zakonov elektromagnetizma in opisuje nastanek magnetnega polja z električnim tokom.

V poglavju o elektriki smo spoznali, da med delovanjem živcev in mišic po naših telesih neprestano tečejo majhni električni tokovi. Zaradi Amperovega zakona so vsi ti tokovi tudi izvori magnetnih polj, ki jih lahko zaznamo na površini telesa. Ker pa so ta magnetna polja izjemno majhna (reda velikosti pT in manj), za njihovo detekcijo potrebujemo izjemno natančne detektorje, ki niso poceni. V medicini se zato naravni magnetizem telesa uporablja v glavnem le pri analizi delovanja možganov z metodo *magnetoencefalografijo* - MEG (primer 22.1). Za analizo električnih signalov v telesu so tako mnogo dostopnejše in zato tudi bolj razširjene elektrofiziološke metode, ki smo jih spoznali v prejšnjih poglavjih (EKG, EMG, EEG).



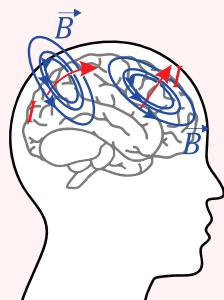
Slika 22.2: Električni tok je izvor magnetnega polja. A) V okoli dolge ravne žice, po kateri teče električni tok, se vzpostavijo vrtinci magnetnega polja. Smer vrtincev lahko določimo po naslednjem pravilu: če s palcem desne roke kažemo v smer električnega toka, nam prsti kažejo v smer magnetnega polja. B) Če žico navijemo v zanko, se prispevki posameznih kratkih odsekov žice seštejejo in zanka ustvarja dipolno obliko magnetnega polja. C) Če zaporedoma navijemo več zank, dobimo tuljavico, ki je uporaben elektromagnet, saj lahko njegovo jakost uravnavamo z električnim tokom.

Primer 22.1: MEG – magnetoencefalografija

V primeru 20.2 smo predstavili elektrofiziološke metode EKG, EEG in EMG, s katerimi lahko analiziramo električno aktivnost srca, možganov in skeletnih mišic oz. živcev. Po Amperovem zakonu (en. 22.2, slika 22.2A) je vsak električni tok tudi izvor magnetnega polja, zato se ob vsaki električni aktivnosti v telesu na njegovi površini pojavi tudi magnetno polje. V praksi ta pojav najpogosteje uporabljam pri analizi delovanja možganov, z metodo imenovano magnetoencefalografija, MEG.

Slika A shematično prikazuje nastanek magnetnega polja zaradi električnih tokov v možganih. Vidimo, da največje magnetno polje na površini glave ustvarjajo tangencični tokovi, radialne električne tokove v možganih pa z metodo MEG težje zaznavamo. V primerjavi z EEG lahko MEG zazna tudi znotrajcelične električne tokove, v obeh primerih pa lahko tokove zaznamo le, če je hkrati aktivnih zelo veliko nevronov (vsaj nekaj 1000).

A



B



Detektorje magnetnega polja po površini glave razporedimo podobno kot pri EEG, pri čemer tudi tu velja, da čim več detektorjev razporedimo po glavi, tem bolj natančno sliko možganske aktivnosti dobimo. Sodobne naprave za MEG uporabljajo tudi več kot 100 detektorjev. Ker električna aktivnost v možganih ustvarja le zelo šibko magnetno polje (reda velikosti pT in manj), moramo za detekcijo magnetnega polja uporabiti izjemno natančne detektorje. Po navadi uporabljamо t.i. SQUID detektorje (superconducting quantum unit interference device), ki morajo biti ohlajeni na nekaj stopinj K. Zaradi tega so naprave za MEG velike in drage (slika B).

Ocenimo še, kako velik električni tok v možganih povzroči nastanek magnetnega polja z gostoto 1 pT na površini glave! Če predpostavimo, da tok v glavi nastanejo v globini 4 cm, lahko s pomočjo Amperovega zakona izračunamo

$$I = \frac{2\pi r B}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 0,04 \text{ m} \cdot 10^{-12} \text{ Vs/m}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}} = 0,2 \mu\text{A},$$

kar je zares zelo majhen tok.

Amperov zakon lahko zelo koristno uporabimo za kontrolirano ustvarjanje magnetnega polja. Pri tem pa največkrat ne uporabljamо dolge ravne žice, ampak žico raje zavijemo v zanko, saj s tem dobimo dipolni izvor magnetnega polja (slika 22.2B). Če potrebujemo še močnejše polje, lahko žico navijemo večkrat in s tem naredimo *tuljavo* (slika 22.2C). Natančnejši račun pokaže, da je gostota magnetnega polja v notranjosti tuljave homogena (ni odvisna od oddaljenosti od žic) ter sorazmerna toku I , ki teče skozi tuljavо, in številu navojev N , ki jih navijemo na enoto dolžine tuljave ℓ :

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}. \quad (22.3)$$

Tuljava je zelo uporaben izvor magnetnega polja, saj lahko pri njej gostoto

magnetnega polja enostavno uravnnavamo s spreminjanjem električnega toka. Tuljavo, ki jo uporabimo kot izvor magnetnega polja, imenujemo tudi *elektromagnet* (tuljave imajo poleg tega v elektromagnetizmu tudi še druge uporabne lastnosti). Glavna omejitev pri uporabi tuljav za ustvarjanje magnetnega polja je električna upornost žic – če namreč po žici spustimo prevelik tok, se bo žica zaradi svojega upora preveč segrela in lahko celo stalila (primer 22.2). Za doseganje velikih magnetnih polj, ki jih potrebujemo v napravah za slikanje z magnetno resonanco, moramo zato uporabiti superprevodne tuljave, ki imajo praktično zanemarljiv električni upor, a jih je težko izdelati in vzdrževati, zaradi česar niso poceni.

Primer 22.2: tuljava za slikanje z magnetno resonanco

Ocenimo, kolikšen tok bi moral teči po tuljavi iz barkene žice, da bi v njej ustvarili magnetno polje, ki je potrebno za slikanje z magnetno resonanco ($B \approx 1 \text{ T}$). Tuljava naj ima premer 1 m in dolžino 1 m, uporabili pa bomo žico s premerom 1 mm.

Potrebni električni tok lahko izrazimo iz enačbe 22.3:

$$I = \frac{\ell B}{\mu_0 N} ,$$

pri čemer vidimo, da bomo za izračun potrebovali tudi število navojev žice v tuljavi. V tuljavo z dolžino $\ell = 1 \text{ m}$, lahko žico, ki je debela 1 mm, navijemo približno 1000 krat. Za tok torej dobimo rezultat:

$$I = \frac{1 \text{ m} \cdot 1 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 1000} = 796 \text{ A} .$$

Za doseganje velikega magnetnega polja mora torej skozi tuljavo teči ogromen električni tok.

Ocenimo še, kolikšno moč bi ta tuljava trošila za ustvarjanje magnetnega polja. Če bi za tuljavo uporabili bakrene žice s specifično prevodnostjo $\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, bi bila električna upornost celotne žice v tuljavi (spomnimo se enačbe 19.4):

$$R = \frac{x}{S\sigma} = \frac{3142 \text{ m}}{6 \cdot 10^7 (\Omega\text{m})^{-1} \cdot 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} = 66 \Omega ,$$

kjer smo celotno dolžino bakrene žice, navite v tuljavo, izračunali iz podatka za obseg tuljave in število navojev: $x = N \cdot 2\pi r = 1000 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m} = 3142 \text{ m}$, površino preseka žice pa smo izračunali iz njenega radija: $S = \pi r^2 = \pi \cdot (0,5 \text{ mm})^2 = 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$. Čeprav se električna upornost žice v tuljavi ne zdi velika, pa je moč, ki bi bila potrebna za ustvarjanje polja enaka (enačba 19.3):

$$P = RI^2 = 66 \Omega \cdot (796 \text{ A})^2 = 42 \text{ MW} ,$$

kar je ogromna moč. Za vzdrževanje take moči bi potrebovali izjemno močan izvor električnega toka, poleg tega pa bi se v žici sproščala ogromno toplotne, ki bi žico hitro stalila. Tuljave v napravah za slikanje z magnetno resonanco so zato izdelane iz superprevodnih materialov, ki imajo praktično zanemarljivo električno upornost.

22.3 Sila na električni naboj v magnetnem polju

Elektrika in magnetizem sta na več ravneh tesno prepletena. V prejšnjem razdelku smo videli, da premikanje električnega naboja (električni tok) ustvari magnetno polje, velja pa tudi obratno: magnetno polje lahko z magnetno silo deluje na električni nabojo. V primerjavi z električno silo (en. 17.3) je magnetna sila malo bolj zapletena, saj deluje le na električno nabite delce, ki se gibljejo pravokotno na magnetno polje. Z enačbo lahko magnetno silo napišemo kot

$$\vec{F}_m = e \vec{v} \times \vec{B} , \quad (22.4)$$

kjer je e električni naboj delca, \vec{v} njegova hitrost, \vec{B} pa gostota magnetnega polja. V enačbi za magnetno silo je vektorski produkt hitrosti in gostote magnetnega polja, zato je velikost magnetne sile sorazmerna sinusu kota med hitrostjo in poljem $F_m = evB \sin \alpha$, njena smer pa je pravokotna tako na \vec{v} kot tudi na \vec{B} (spomnimo se definicije vektorskega produkta na sliki 1.5 v uvodnem poglavju). Magnetna sila torej nabitemu delcu spreminja le smer hitrosti ne pa tudi njene velikosti. Delec, ki se giblje pravokotno na magnetno polje, bo torej v njem krožil z enakomerno hitrostjo (slika 22.3A).

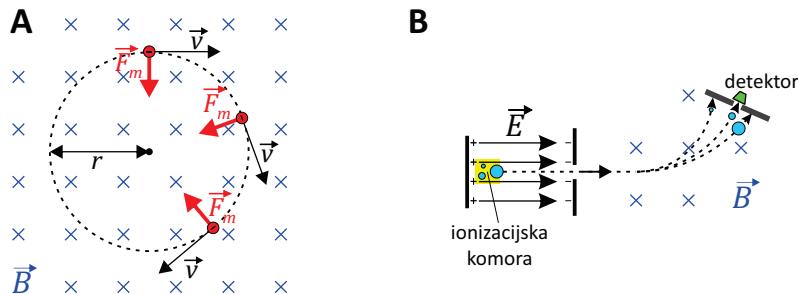
Z našim znanjem fizike lahko brez težav izračunamo radij kroženja nabitega delca v magnetnem polju: magnetna sila je namreč ravno radialna sila, ki ustvarja radialni pospešek za kroženje (enačba 2.5). Zapišemo lahko torej

$$evB = ma_r = mv^2/r . \quad (22.5)$$

Če iz zgornje enačbe izrazimo radij kroženja, dobimo

$$r = \frac{mv}{eB} . \quad (22.6)$$

Radij kroženja nabitega delca v magnetnem polju je torej odvisen od razmerja med njegovo maso in nabojem, kar s pridom izrabljamo v *masnih spektrometrih*, to je napravah, ki s katerimi lahko analiziramo molekularno sestavo vzorcev (slika 22.3B). Kroženje nabitih delcev v magnetnem polju izkoriščajo tudi v velikih pospeševalnikih, v katerih nabite delce v velikih krogih pospešujejo do velikih energij (npr. v CERNu v Švici, pa tudi v Sinhrotronu Elettra v Basovici nad Trstom, v katerem s pomočjo sinhrotronskega sevanja preučujejo molekularno strukturo bioloških materialov).

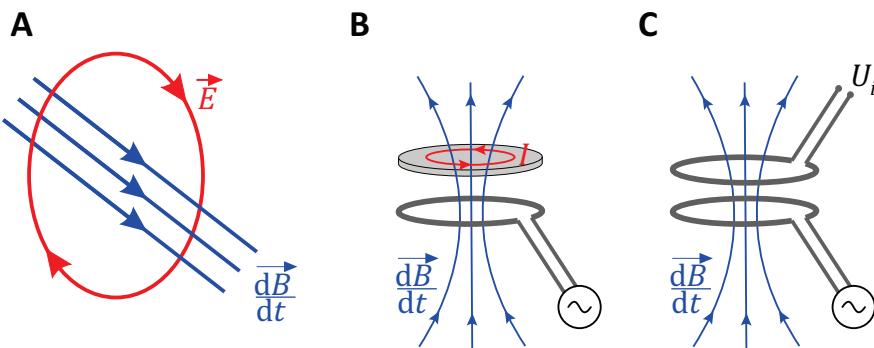


Slika 22.3: A) Shematični prikaz gibanja negativno nabitega delca v magnetnem polju (gostota magnetnega polja kaže pravokotno v površino strani). Magnetna sila na gibajoči se nabiti delec je pravokotna na hitrost (enačba 22.4), zato naboj v magnetnem polju enakomerno kroži. Smer sile določimo s pomočjo pravila za vektorski produkt (slika 1.5), upoštevati pa moramo tudi predznak naboja. B) Shematični prikaz magnetnega analizatorja v masnem spektrometru, s katerim lahko določimo molekularno sestavo vzorca. Molekule v vzorcu ioniziramo, jih pospešimo v električnem polju ter jih usmerimo skozi magnetno polje z izbrano gostoto. Radij zavijanja ioniziranih molekul v danem magnetnem polju je odvisen od razmerja med njihovo maso in nabojem (enačba 22.6), zato do detektorja pridejo le molekule z izbranim razmerjem. S spremenjanjem gostote magnetnega polja v analizatorju lahko torej določimo prisotnost različnih molekul v vzorcu oz. določimo njegov *masni spekter*.

22.4 Magnetna indukcija

Poglavlje o magnetizmu zaključimo z opisom pomembnega pojava imenovanega *magnetna indukcija*, ki je nepogrešljiv za delovanje mnogih električnih naprav, srečamo pa ga tudi v medicini. Magnetno indukcijo opisuje Faradayev zakon, ki pravi, da se okoli magnetnega polja, ki se s časom spreminja, inducirajo vrtinci električnega polja. Grafično je ta zakon predstavljen na sliki 22.4A. V nadaljevanju si bomo pogledali dva primera uporabe indukcije.

Osnovni pogojo za indukcijo je magnetno polje, ki se s časom spreminja. Z našim znanjem elektromagnetizma že znamo narediti tako polje: na tuljavo priključimo izmenično napetost. Skozi tuljavo bo tako tok tekel izmenjaje v eno in v drugo smer, zaradi česar se bo tudi magnetno polje v tuljavi stalno spremnjalo in izmenjajo kazalo v eno in v drugo stran. Če ob tako tuljavo postavimo prevodno snov, bo izmenično magnetno polje v snovi induciralo vrtince električnega polja, ki bodo poganjali izmenične vrtince električnega toka (slika 22.4B). Na tak način deluje npr. indukcijska kuhalna plošča (tuljava je v kuhalni plošči, v dnu posode, ki jo postavimo na ploščo, pa nastajajo

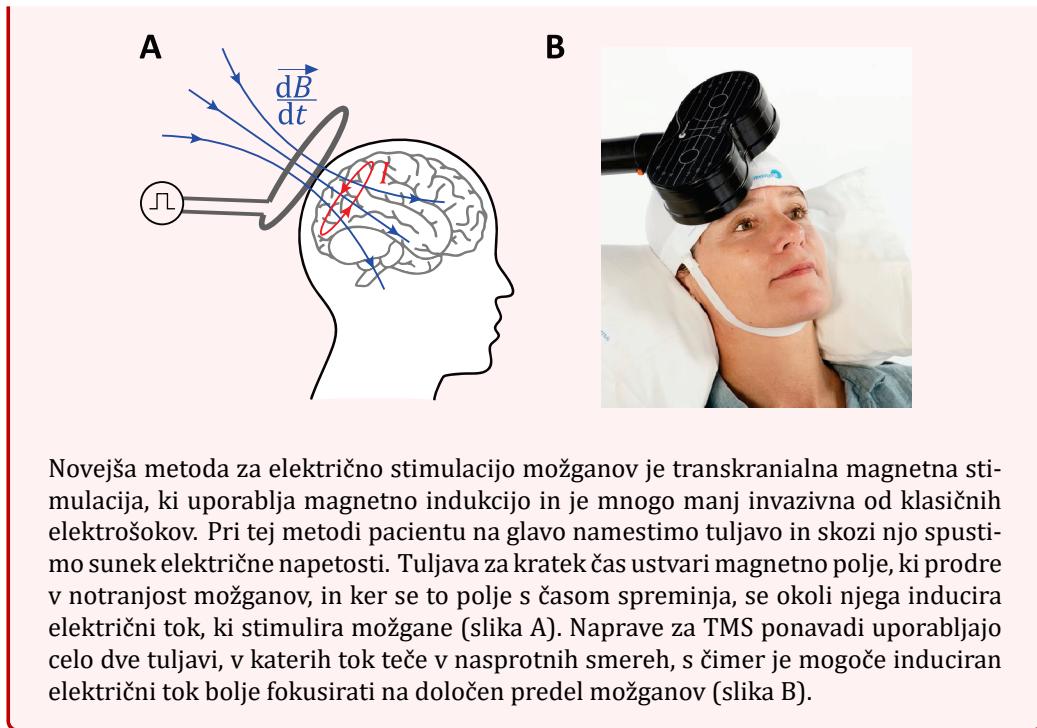


Slika 22.4: Shematični prikaz magnetne indukcije. A) Magnetna indukcija je eden od osnovnih pojavov v elektromagnetizmu: magnetno polje, ki se spreminja s časom, okoli sebe inducira nastanek vrtincev električnega polja. B) Časovno spremenljajoče magnetno polje ustvarimo s tuljavo, ki jo priključimo na izmenično napetost. Če v tako magnetno polje postavimo električni prevodnik, se v njem inducirajo vrtinci električnega toka. Ta pojav izrabljajo indukcijske kuhalne plošče, pa tudi transkranielna magnetna stimulacija (primer 22.3). C) Če v izmenično magnetno polje postavimo sprejemno tuljavo, se v njej inducira izmenična napetost U_i . Na tak način lahko električno energijo brezžično prenesemo iz oddajne v sprejemno tuljavo.

vrtinci električnega toka, zaradi česar se dno posode segreje), v medicini pa magnetno indukcijo izkoristi transkranielna magnetna stimulacija (TMS), pri kateri na enak način induciramо električne tokove v možganih (primer 22.3).

Primer 22.3: TMS – transkranielna magnetna stimulacija

Izkušnje kažejo, da lahko nekatere duševne motnje zdravimo z električno stimulacijo možganov, čeprav mehanizem takega zdravljenja še ni poznan. V preteklosti se je v ta namen uporabljalo elektrokonvulzivno terapijo (t.i. elektrošoke), ki pa je zaradi svojih stranskih učinkov (in negativne slike v medijih) prišla na slab glas in se v Sloveniji ne uporablja več (v mnogih državah jo še vedno uporabljajo, saj je pri nekaterih stanjih edina efektivna terapija).



Če v spremenljajoče se magnetno polje postavimo prevodno zanko ali tuljavo, bodo inducirani vrtinci električnega polja v njej povzročili nastanek električne napetosti, ki se bo sledila sprememjanju magnetnega polja (slika 22.4C). Če magnetno polje ustvarjamо s tuljavo, priključeno na izmenično napetosti, se bo tudi v sprejemni tuljavi inducirala izmenična napetost z isto frekvenco. Ker magnetno polje deluje na daljavo, tesen fizičen kontakt med oddajno in sprejemno tuljavo ni potreben, zaradi česar lahko magnetno indukcijo uporabimo za brezžičen prenos energije na daljavo (uporabne razdalje v praksi so nekaj cm). Indukcijo tako že uporabljajo nekateri prenosni telefoni za brezžično polnjenje baterije (sprejemna tuljava je v telefonu in je priključena na baterijo, oddajna tuljava pa je posebni podlogi, na katero položimo telefon), intenzivno pa se raziskuje tudi možnost uporabe te tehnologije za brezžično polnjenje baterij električnih implantantov, npr. srčnih spodbujevalnikov.

Z enačbo lahko v tuljavi inducirano napetost zapišemo kot

$$U_i = -\frac{d\phi_m}{dt} , \quad (22.7)$$

kjer je ϕ_m magnetni pretok skozi tuljavo, ki je definiran kot

$$\phi_m = NSB \cos \alpha . \quad (22.8)$$

Pri tem je N število navojev v tuljavi, S je površina preseka tuljave, B gostota magnetnega polja v tuljavi, kot α pa kot med gostoto magnetnega polja in osjo tuljave (magnetni pretok je največji, če je gostota magnetnega polja vzporedna osi tuljave). Iz enačbe vidimo, da se v tuljavi inducira napetost, če se s časom spreminja katera koli od zgornjih količin, ki definirajo magnetni pretok. Pri brezzičnem polnjenju baterij se s časom spreminja gostota magnetnega polja, v elektrarnah pa izmenično napetost ustvarjajo tako, da tuljavo vrtijo v statičnem magnetnem polju (ali obratno) in tako spreminjajo kot α .