0 Osnove merjenj in analiza meritev

0.1 Uvod

Na kratko bomo predstavili osnove merjenj, pomen enot, podali nekaj splošnih napotkov za zapis in obdelavo meritev. Na koncu sledijo poglavja, v katerih je podrobneje razloženih nekaj postopkov, ki so koristni pri analizi in razumevanju rezultatov.

V človeški naravi je, da stvari primerjamo – to jabolko je večje, bolj rdeče, bolj sladko od tistega... kar je dokaj enostavno, dokler sta stvari, ki ju primerjamo, skupaj. Ker pa je to v veliko primerih težko doseči, so se dogovorili za standarde, s katerimi določene količine primerjamo, določili so **enote**. Te so osnovne – določene z definicijo, ali sestavljene (iz osnovnih).

Mednarodni sistem osnovnih enot obsega:

l

enota	**oznaka**	**količina**
meter	m	dolžina
kilogram	kg	masa
sekunda	s	čas
amper	A	električni tok
kelvin	K	temperatura
mol	n	množina snovi
kandela	l	svetilnost

Sestavljene enote imajo lahko tudi svoja imena (enota za silo je na primer newton, 1 N = 1 kg m/s^2). Pogosta je tudi raba delov ali večkratnikov neke enote - običajno so to desetiški večkratniki, lahko pa, velikokrat iz zgodovinskih razlogov, tudi drugi – na primer ura (3600 s). Ravno tako so iz zgodovinskih razlogov v uporabi tudi druge enote, recimo v medicini enota za tlak, mmHg, ki označuje tlak, ki ga povzroča milimeter visok stolpec živega srebra na Zemlji: 1 mm · 13.5951 kgm^{-3} · 9.80665 ms^{-2} = 133.322387415 Pa; (o tem, koliko decimalnih mest je smiselno pisati, bomo govorili v poglavju 0.4.5).

Primerjava določene lastnosti neke snovi ali predmeta z enoto se imenuje **merjenje**, priprava, ki to omogoča, pa **merilni inštrument**. Rezultat meritve je številka in enota. Le če delamo primerjalno, so enote lahko poljubne, morajo pa biti med seboj enake – a še te se običajno označi: a.u. (arbitrary units – poljubne enote).

Očitno je, da so se v preteklosti veliko ukvarjali z merjenjem dolžine, saj se izraz »meter« poleg poimenovanja za enoto dolžine uporablja tudi za ustrezni merilni inštrument, s predpono pa se uporablja tudi za druge inštrumente – voltmeter, barometer... Skriva se med drugim tudi v izrazu toplomer. S toplomerom dejansko merimo temperaturo in ne toplote. Pri uporabi izrazov moramo biti previdni, včasih lahko isti izraz v različnih okoljih pomeni različne stvari. V takih primerih se dogovorimo o pomenu določenega izraza (izraz definiramo).

0.2 Izvedba meritev

Za meritve se ustrezno pripravimo: določimo, kaj bomo merili, na kakšen način in s katerimi inštrumenti (pri praktikumskih vajah je to predstavljeno v uvodu pri posamezni vaji). Rezultate meritev zapisujemo v strukturirani obliki:

1. Kaj merimo (Naslov vaje)
2. Kdaj so bile meritve izvedene (datum, navadimo se pisati tudi letnico, včasih tudi uro)
3. Protokol meritve (na kratko povzamemo osnove ali povemo, kje je postopek opisan)
4. S čim merimo (Potrebščine/Inštrumenti, če niso že določeni v protokolu)
5. Kaj moramo dejansko izmeriti (Naloge), da česa ne pozabimo
6. Meritve
7. Analiza meritev/Izračuni
8. Rezultati
9. Zaključek/Komentarji

Pri meritvah vedno zapisujemo neposredne odčitke z inštrumentov, za preračunavanje je kasneje dovolj časa. Pri meritvah zapišimo, kaj predstavljajo, da ne bo treba kasneje ugibati pomena posamezne številke. Kadar neko meritev ponavljamo ali merimo neko količino v odvisnosti od druge, je bolj pregledno, če meritve pišemo v tabele. Meritve pišemo neposredno na merilni list ali v laboratorijski dnevnik, da se izognemo morebitnim napakam pri prepisovanju ali izgubi rezultatov.

Ko meritve zaključimo, preden pospravimo vajo, preverimo (Naloge), če imamo vse potrebne podatke in če so ti res zapisani tako, da bi jih lahko interpretirali tudi naslednje leto, ko se same izvedbe morebiti ne bi več spomnili.

Še nekaj splošnih navodil:

- Ko merite, vedno pomislite, ali je rezultat smiseln, če se v kratkih rokavih dobro počutite in zapišete, da je temperatura sobe 12^0C, je verjetno nekaj narobe z zapisom (ali pa ste se ravno preselili s severa).

- Meritev ponovite vsaj 3x, če to piše ali ne. Če katera od meritev močno odstopa (in imate možnost), naredite še dodatno meritev, da ugotovite, ali ne gre morda za grobo napako. Morebiten pomislek, da v vsakdanjem življenju meritev ne opravljamo po trikrat, je upravičen, a se je treba zavedati, da je pri večini »merjenj« to v bistvu bolj preverjanje kot merjenje; če dobimo pričakovan rezultat, meritve ne ponovimo. Če se tehtamo, na primer, in vidimo pričakovano številko, najbrž ne bomo ponovili tehtanja. Kdo pa v resnici ne bi ponovil postopka, če tehtnica naenkrat kaže 10 kg več/manj od pričakovanega?

- Kdaj potrebujemo še več meritev? – če se dobljene vrednosti precej razlikujejo, potrebujemo pa natančno vrednost; če imajo meritve trend (naraščajo ali padajo); če nas zanima porazdelitev...

- Vse meritve zapišemo – izločamo jih, če je potrebno, le na podlagi premisleka in premislek in vzrok izločitve ob meritvi zapišemo.

- Zapišemo si okoliščine meritev, še posebej, če se je dogodilo kaj nepredvidenega.

0.3 Analiza meritev in predstavitev rezultatov

Meritve je treba ustrezno obdelati in predstaviti. Predstavitev rezultatov bi lahko primerjali z izločanjem zlata iz zlatonosne rude: 12,3 g izločenega zlata je vredno več kot tona rude, ki ga je vsebovala, čeprav je v rudi še malo več zlata. Boljše je »čiščenje«, več zlata dobimo. In seveda obratno: še tako dobro »čiščenje« ne pomaga, če v rudi ni zlata. Enako velja pri eksperimentalnem delu: vsi rezultati so v meritvah, a šele dobra analiza in predstavitev omogočita, da odgovore/rezultate lahko hitro in brez truda razberemo.

Nekaj napotkov za jasnejšo predstavitev:

- Meritve naj se jasno ločijo od preračunanih količin, da lažje sledimo analizi in poiščemo morebitne napake v postopku.

- Če merimo neko odvisnost in smo jo izmerili pri vsaj treh različnih vrednostih, odvisnost predstavimo z grafom; slika pove več kot 1000 besed, ali za naš primer – laže je razbrati odvisnost s pomočjo 1000 točk na grafu, kot pregledati tabelo s 1000 podatki.

- V rezultatih poleg same izmerjene vrednosti obvezno navedemo tudi, kako dobra/natančna je meritev (napaka meritve).

- Rezultate predstavimo v stavku, ki poleg vrednosti in ugotovitev na kratko povzame, kaj smo merili, na kakšen način, in na kakšen način je dobljena/ocenjena napaka.

0.4 Podrobneje o obdelavi meritev

0.4.1 Natančnost meritev

Z natančnostjo meritev si v vsakdanjem življenju pogosto niti ne belimo glave. Če pa moramo na osnovi meritve sprejeti pomembno odločitev, je poznavanje natančnosti meritve enako pomembno kot poznavanje same vrednosti meritve. Predstavljajmo si npr., da v ordinaciji sprejmemo bolnega nedonošenčka. Ob sprejemu mu izmerimo težo 2300 g, njegova mati pa pravi, da je imel še en dan prej 2,5 kg. Če je imel en dan prej zares 2500 g, moramo nemudoma ukrepati, saj je v enem dnevu izgubil 8 % teže. Po drugi strani pa je bila lahko podana vrednost 2,5 kg samo navzgor zaokrožena teža 2290 g in nedonošenček teže sploh ne izgublja. Zgolj na osnovi mamine izmerjene vrednosti 2,5 kg se torej sploh ne bomo mogli odločiti o primerni terapiji. Ker v medicini na osnovi meritev pogosto sprejemamo pomembne odločitve, je nujno, da poleg osnov merjenja razumemo tudi osnove ocenjevanja natančnosti meritev.

Meritve so tem boljše, čim bolj je izmerjena vrednost blizu pravi vrednosti, a poglejmo, zakaj lahko pride do odstopanj. Kot primer vzemimo meritev teže dojenčka. Rezultat meritve je lahko nenatančen zaradi veliko razlogov:

- Lahko se zmotimo pri zapisu meritve: namesto 3,25 kg zapišemo 3,52 kg.

- Če je dojenček nemiren in ga moramo med tehtanjem držati, lahko nehote z našim dotikom malo povečamo ali zmanjšamo izmerjeno težo.

- Tehtnica je lahko preprosto pokvarjena, ali pa rezultata ne poda dovolj natančno, npr. le na 0,5 kg natančno.

- Če dojenčka tehtamo pred previjanjem, dobimo drugačno vrednost, kot če ga tehtamo po previjanju... pa še kaj bi se našlo.

Poglejmo, kaj posamezne napake predstavljajo, kako jih lahko zmanjšamo oziroma kako jih obravnavamo, da se informaciji o pravi vrednosti čim bolj približamo.

a) Napake, kot sta zamenjani številki, ali da smo npr. pozabili šteti en premik merila, imenujemo **grobe napake**; tem se skušamo izogniti tako, da smo med meritvijo pozorni, meritve opravljamo v čim manj motečem okolju, opazimo pa jih, če se rezultata dveh neodvisnih meritev občutno razlikujeta. *Že pregovor pravi, meri trikrat, reži enkrat.* Če do takih napak pride in jih prepoznamo, take meritve iz nadaljnje obravnave izločimo.

b) Tudi če se pri meritvah maksimalno potrudimo, lahko zaradi različnih vzrokov pride do odstopanj. Odmikom, ki lahko meritev zvišajo ali znižajo in se, če meritev velikokrat ponovimo, v povprečju izničijo, rečemo **naključne ali statistične napake**. Več kot je meritev, bolj se povprečje približa pravi vrednosti (več v poglavju Obravnava naključnih napak).

c) Nenatančnostim meritve, ki so posledica merilnega sistema in jih z meritvami z danim sistemom ne moremo zmanjšati, pa če se še tako trudimo in ponavljamo meritve, rečemo **sistemske napake**. Nekatere zlahka opazimo; vrednosti ne moremo podati bolj natančno, kot je recimo velik najmanjši razdelek, ki ga še lahko odčitamo na analognih merilih, ali zadnja številka, ki jo imamo še izpisano na digitalnih; druge so lahko bolj skrite in jih brez dodatnih podatkov ali merjenj ne opazimo. Vemo npr., da toplotna razteznost živega srebra ni zanemarljiva, saj se je živo srebro dolgo uporabljalo v klasičnih termometrih za merjenje temperature, a pri merilcih tlaka nanjo kaj radi pozabimo. (*Bi v vročem poletju izmerili nekomu višji ali nižji tlak, kot ga ima v resnici, če je merilnik umerjen/nastavljen pri temperaturi* 20^0C*?*)

Pri sistemskih napakah običajno zaupamo podatkom proizvajalca inštrumenta; da ti držijo, preverjamo z rednimi **kalibracijami** (umeritvami) – sami ali od pooblaščenih služb. *Če kar naprej merite visoke vrednosti krvnega tlaka, pa nimate ravno na obisku društva hipertenzikov – preverite inštrument.*

Za oceno nenatančnosti odčitka (Δx) vzamemo kar polovico najmanjšega razdelka na skali. Če npr. merimo razdaljo z ravnilom, ki ima označene milimetre, bo odčitek lahko razbran na 0,5 mm natančno. Po teoriji, ki presega naše okvire (varianca pri enakomerni porazdelitvi) je izraz za $\Delta x = \text{razdelek}/\sqrt{3}$).

d) Različne izmerjene vrednosti lahko izvirajo tudi iz dejanske variabilnosti merjenca - telesna teža je drugačna pred ali po kosilu, pivu, zjutraj ali zvečer. Te variacije niso napake meritve, ker bi dobili isto vrednost, če bi meritev ponovili pod popolnoma enakimi pogoji. Variacije lahko v splošnem razdelimo na tiste, ki imajo nek vzorec spreminjanja količin (vrednost inzulina glede na zaužito hrano, telesna teža preko dneva...), in na tiste, katerih vzorca ne moremo določiti, oziroma ga ne poznamo. Če vzorca ne poznamo, velikokrat take variacije obravnavamo kot naključne. Tudi v primerih, ko merjena vrednost variira, lahko govorimo o povprečni vrednosti in lahko primerjamo povprečne vrednosti med seboj – a moramo pri vzorčenju (kdaj delamo posamezne meritve, kako jih združujemo) paziti, da z načinom vzorčenja ne vplivamo na rezultat*. Recimo, da se tehtamo pred in po določeni terapiji: razlika v teži pred in po dializi je dejansko dober pokazatelj uspešnosti dialize, »uspešnost« vikend programa hujšanja pa je pogosto podkrepljena z rezultati tehtanj, ki jih zdaj že lahko prepoznamo kot merski trik: program se začne zvečer z dobrodošlico (s sadjem in napitki), ki ji sledi tehtanje, konča pa se čez par dni zjutraj, po možnosti pred zajtrkom…

Iz samih izmerjenih vrednosti (če ne zaznamo vzorca ali če vemo, da smo merili na populaciji) ne moremo ločiti med naključnimi napakami (b) in variacijami vrednosti (d), zato jih obravnavamo skupaj na isti način.

Če je napaka ene vrste veliko večja od ostalih, le-te lahko zanemarimo in ohranimo samo največjo, če pa so napake približno istega velikostnega reda, pa se seštevajo pri tem pa moramo paziti, da so vse napake izražene na isti način. (Če so posamezne napake med seboj neodvisne, kot naprimer sistemske napake ΔX_{s} in naključne ΔX_{n}, se dejansko seštevajo kvadrati po Pitagorovem izreku (ponovno razlaga presega naš okvir): $\Delta X^2 = {\Delta X_{\mathrm{s}}}^2 + {\Delta X_{\mathrm{n}}}^2$.)

0.4.2 Obravnava naključnih napak in (naključnih) variacij meritve

Povprečno vrednost izračunamo z znano formulo

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n)\,, \tag{0.1}$$

kjer je n število meritev.

Določanje napake meritve je v splošnem bolj zapleteno od določanja povprečja in se lahko razlikuje od primera do primera. Preden navedemo nekaj konkretnih napotkov za določanje napake, še nekaj teorije.

Variabilnost meritev (koliko se v povprečju meritve razlikujejo od povprečja) lahko ocenimo s **standardnim odklonom**, ki ga izračunamo kot

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[(x_1-\overline{x})^2 + (x_2-\overline{x})^2 + (x_3-\overline{x})^2 + ... + (x_n-\overline{x})^2\right]}\,. \tag{0.2}$$

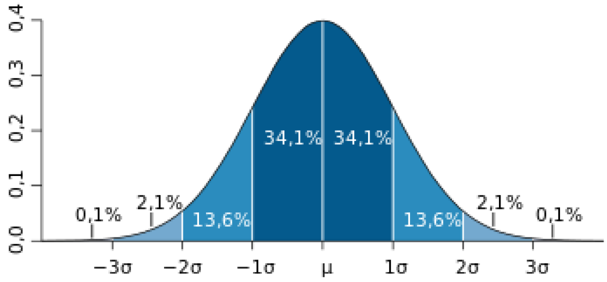
Pri računanju standardnega odklona s kalkulatorjem moramo biti pozorni (oznake σ in Σ), saj nekateri kalkulatorji v zgornji formuli uporabljajo n namesto $n-1$ – pri res velikem številu meritev je razlika zanemarljiva, pri manjšem pa ne.

Če so napake pri merjenju res naključne in je število meritev veliko, so vrednosti meritev

*Podobno kot variacije v velikosti določene količine pri enem merjencu lahko obravnavamo variacije v velikosti določene količine v populacijah.

okoli svojega povprečja $\bar{x}$ porazdeljene po normalni (Gaussovi) porazdelitvi,

$$G(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \tag{0.3}$$



pri čemer je sigma (σ) **standardni odklon** (standardna deviacija) porazdelitve. Celotna površina pod zgornjo krivuljo je 1, površina nad izbranim intervalom pa ustreza verjetnosti, da posamezna meritev leži v tem intervalu. Velja si zapomniti, da v območju:

$\bar{x} - \sigma$ do $\bar{x} + \sigma$ leži približno 68 % meritev (približno 2/3),

$\bar{x} - 2\sigma$ do $\bar{x} + 2\sigma$ leži približno 95,4 % meritev,

$\bar{x} - 3\sigma$ do $\bar{x} + 3\sigma$ leži približno 99,6 % meritev.

Z večanjem števila meritev se izračunano povprečje meritev približuje »pravi« vrednosti, vendar pri končnem številu meritev nikoli ni povsem enaka pravi vrednosti. Če bi set n meritev še enkrat ponovili, povprečje drugega seta meritev ne bi bilo povsem enako povprečju prvega seta. Izkaže se, da je tudi porazdelitev povprečji Gaussova krivulja, njena širina pa je enaka

$$\sigma_\mathrm{s} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,. \tag{0.4}$$

Širino porazdelitve povprečij $\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{s}$ imenujemo **standardna napaka** ali **napaka povprečja**, saj je merilo za natančnost povprečja, določenega iz n meritev. Vidimo, da več kot je meritev, bolj natančno je določeno povprečje. Pri velikem številu meritev lahko torej z veliko verjetnostjo (95 %) rečemo, da prava vrednost leži v intervalu $\bar{x} \pm 2\sigma_\mathrm{s}$ (interval zaupanja) (oziroma z verjetnostno 68 % v intervalu $\bar{x} \pm \sigma_\mathrm{s}$).

0.4.3 Nekaj praktičnih nasvetov za praktikumske vaje

Koliko meritev moramo narediti, je torej odvisno od natančnosti, ki jo želimo doseči: več kot bo meritev, bolj natančen bo rezultat in tudi bolje lahko ocenimo napako. Pri resnih meritvah nekako velja, da za določanje povprečja potrebujemo vsaj 10 meritev, za določanje same porazdelitve pa vsaj 30 meritev. Pri vaji Radioaktivnost se boste o tem prepričali.

Za ocenjevanje natančnosti meritev oz. napake meritev (Δx) ne obstaja enotno pravilo in tudi zahtevani standardi natančnosti se lahko od primera do primera razlikujejo. Pri oceni napake ravnamo po premisleku oz. po standardih (dogovorih), ki veljajo za obravnavani primer. Pri praktikumskih vajah bomo ravnali takole:

- Če je število meritev relativno veliko (vsaj 10), napako meritve določimo po formuli za napake povprečja, običajno $\Delta x = 2\sigma_\mathrm{s}$ (95% interval zaupanja)

- Za majhno število meritev ($n \approx 4$) sta vrednosti $2\sigma_\mathrm{s}$ in σ podobni: zato za hitro oceno Δx lahko vzamemo kar interval, v katerem leži 2/3 meritev;

- Pri le treh meritvah pa za Δx velikokrat vzamemo tudi največji odmik (pri treh meritvah je verjetnost, da so vse tri manjše ali večje od prave vrednosti še vedno 25 %, že pri petih meritvah ta verjetnost pade na dobrih 6 %)

Najpomembneje pa je, da pri rezultatu vedno napišemo, kako in iz koliko meritev smo določili Δx (največji odmik, interval z 2/3 meritev, $2\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}$ ...) in pa seveda ne pozabimo na druge možne vzroke za napake.

0.4.4 Zapisovanje rezultata meritve in njene natančnosti

Rezultat meritve podamo tako, da poleg povprečne vrednosti navedemo še ocenjeno napako meritve, to lahko podamo v obliki, ki pove, za koliko se lahko prava vrednost razlikuje od izmerjene:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \, . \tag{0.5}$$

kjer je $\bar{x}$ povprečna vrednost, Δx pa imenujemo absolutna napaka meritve. Rezultat lahko enakovredno predstavimo tudi tako, da povemo, kolikšen del vrednosti meritve predstavlja napaka

$$x = \bar{x}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}}\right) . \tag{0.6}$$

kjer del $\Delta x/\bar{x}$ imenujemo relativna napaka. Kateri zapis – z absolutno ali relativno napako - nam več pove, je odvisno od primera do primera. Seveda izmerjene vrednosti nima smisla podajati bolj natančno, kot je velikost napake.

0.4.5 Določevanje napake pri posredni meritvi

Kadar ne merimo neke količine direktno, ampak jo izračunamo iz izmerjenih količin, za izračun iskane vrednosti količine uporabimo le povprečne vrednosti posameznih izmerjenih količin. Pri vseh računih raje računamo s kakšno decimalko več kot premalo. Napako meritve določimo posebej: pri seštevanju in odštevanju se absolutne napake seštevajo, pri množenju in deljenju pa se seštevajo relativne napake.

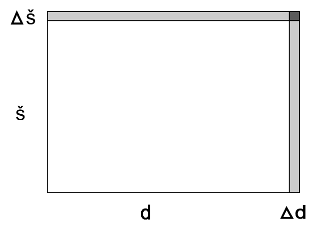
Zakaj je tako, si poglejmo na primeru pravokotne sobe, dolžine 715 cm ± 2 cm in širine 305 cm ± 1 cm. Določimo obseg (ob) in površino (P):

$$\begin{gathered}\mathrm{ob} = 2(\mathrm{š} + \mathrm{d}) = 2(\mathrm{š_i} \pm \Delta \mathrm{š} + \mathrm{d_i} \pm \Delta \mathrm{d}) = \\ = 2(715 \pm 2 + 305 \pm 1)\ \mathrm{cm} = 2040\ \mathrm{cm} \pm 6\ \mathrm{cm}\end{gathered}$$

Ne moremo namreč računati na srečo, da če smo pri dolžini dobili malo preveč, smo pri širini izmerili premalo. Pravi obseg je glede na naše meritve nekje med 2034 in 2046 cm. *Ko bomo kupili letvico za obrobo, bomo kupili 20,34 m ali 20,46 m?*

Za površino sobe pa velja:

$$P = \text{š}\cdot\text{d} = (\text{š}_\text{i} \pm \Delta\text{š})\ (\text{d}_\text{i} \pm \Delta\text{d}) =$$
$$= \text{š}_\text{i}\text{d}_\text{i} \pm \text{d}_\text{i}\Delta\text{š} \pm \text{š}_\text{i}\Delta\text{d} \pm \Delta\text{š}\Delta\text{d} =$$
$$= \text{š}_\text{i}\text{d}_\text{i}(1 \pm \frac{\Delta š}{š_\text{i}} \pm \frac{\Delta d}{d_\text{i}} \pm \frac{\Delta š\Delta d}{š_\text{i} d_\text{i}})$$



Če izpostavimo izmerjeno vrednost in zadnji člen zanemarimo, vidimo, da se relativne napake pri množenju (in enako velja za deljenje) seštevajo. Na sliki desno se vidi, da je pri dobrih meritvah, pri katerih je napaka veliko manjša od same meritve, delček, ki smo ga zanemarili (črno) res veliko veliko manjši kot ocenjena napaka (sivo). V našem primeru izračunamo:

$$P = (715 \pm 2)\ \text{cm} \cdot (305 \pm 1)\ \text{cm} = 218075(1 \pm \frac{2}{715} \pm \frac{1}{305})\ \text{cm}^2 =$$
$$= 21{,}8075(1 \pm 0{,}006076)\ \text{m}^2$$

kar pomeni, da je površina

$$P = 21{,}8075\ \text{m}^2 \pm 0{,}1325\ \text{m}^2$$

Če pomislimo, da je napaka 0,13 m^2, potem je v bistvu vseeno, ali je prava vrednost 21,8 ali 21,8075, zato je smiselno pisati rezultat do iste decimalke, kot je velikostni red (vodilna cifra) napake (če smo res v dilemi, pa še eno več). Pišemo torej tiste decimalke, ki še imajo pomen, v našem primeru bi napisali

$$P = 21{,}8\ \text{m}^2 \pm 0{,}13\ \text{m}^2.$$

Pri napisani napaki je to nekako očitno, a ista logika se uporablja tudi v primerih, ko napake (netočnosti) ne zapišemo eksplicitno: pri zapisani vrednosti lahko variira kvečjemu zadnja decimalka. Če povemo, da je nek volumen 10 l, se ne moremo kaj dosti pritoževati, če na primer par decilitrov manjka, če pa namesto tega napišemo 10000 ml, pričakujemo na 1ml natančno odmerjen volumen.

V določenih primerih je lahko razumevanje drugačno, recimo, ko rečemo, da ima pacient 38 ^{0}C, običajno mislimo 38,0 ^{0}C, podobno pri majhnih vrednostih osnovnih enot – če naročimo 1 l pijače, ne bomo ravno veseli, če je 3 dcl manjka... Da ni dilem, pri meritvah (ali pogovorih zunaj ustaljene skupine) vedno povemo, s kakšno natančnostjo (intervalom zaupanja, napako) je neka vrednost podana.

Se spomnite vprašanja o decimalkah pri pretvarjanju mm živega srebra v Pa? Recimo, da imamo dobre oči in lahko odčitamo višino pri merjenju krvnega tlaka na 0,5 mm natančno. Za normalne vrednosti veljajo: sistolični 110-140 mmHg, diastolični tlak 60-90 mmHg. Koliko bi bile te meje, izražene v Pa? Na koliko decimalnih mest je smiselno podajati gostoto živega srebra in težni pospešek?

0.4.6 Predstavitev odvisnosti z grafi

Odvisnosti običajno predstavljamo v kartezičnih - xy grafih, kjer na vodoravno os (absciso x) po dogovoru nanašamo neodvisno ali bolj natančno izmerjeno količino, na navpično os (ordinato y) pa odvisno ali manj natančno izmerjeno količino. Če graf rišemo ročno, uporabimo milimetrski papir (0.1).

Graf ni anonimen, če ima označeni obe osi, k jasnosti pa prispeva, če z naslovom grafa tudi z besedami predstavimo, kaj je na grafu. Naslovov, kot je Graf 1, se izogibajmo, ker nič ne povedo, uporabimo jih le v primeru, če bi bil opis res preveč dolg; vsebino grafa potem z besedami opišemo v tekstu pod grafom.

Če so na grafu prikazane meritve, morata biti obe osi opremljeni s **skalo**.

Izbira skale:

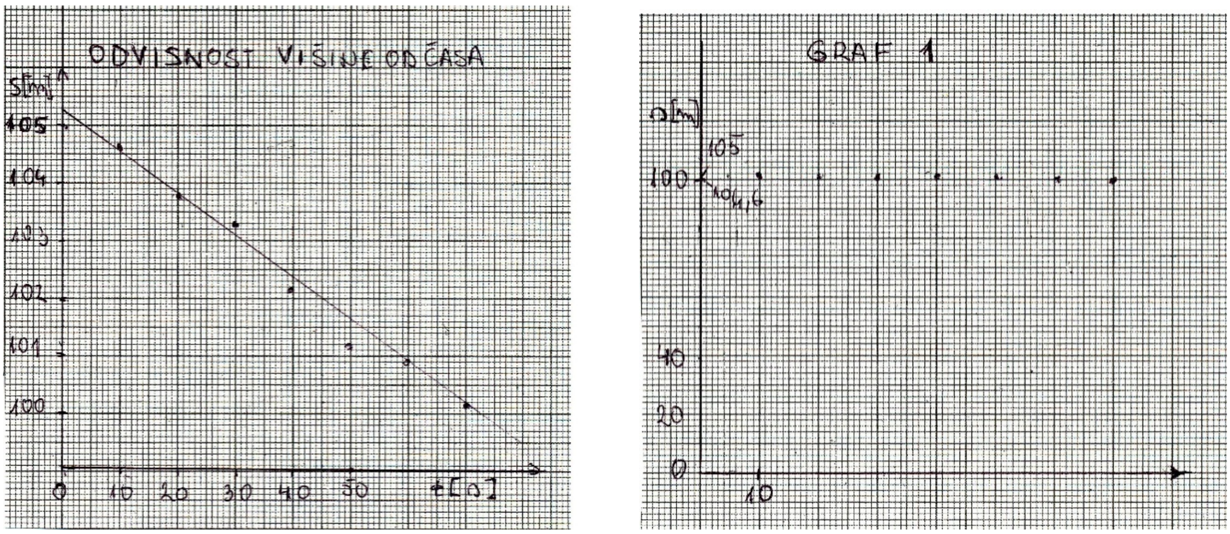
- skala je določena, če sta na njej označeni vsaj 2 točki,

- skalo izberemo tako, da meritve zavzemajo čim večji del skale,

- oznake na posamezni osi naj bodo v enakih razmikih tako na gosto, da je odčitavanje enostavno. Ni potrebno, da se skala začne z »0«, lahko pa se.

Meritve na grafu prikažemo s točkami (oznakami). Meritve so naše (trudili smo se za njih in smo nanje ponosni), zato jih predstavimo tako, da se res vidijo in jih ne moremo zamenjati z napako na papirju.

Če merske točke prikazujejo neko odvisnost, to lahko prikažemo na grafu – skozi točke potegnemo teoretično napovedano/pričakovano odvisnost, ki se najbolje prilega merskim točkam (vsem hkrati).



Slika 0.1: *Primera grafov, ki prikazujeta iste meritve. Na levi »dober«, na desni pa »slab« primer.*

0.4.7 Linearizacija grafa

Velikokrat izberemo količini na oseh tako, da je odvisnost med njima linearna, kar imenujemo **linearizacija grafa.** Razlogi za linearizacijo so dveh vrst:

- tako najlažje preverimo/pokažemo, da je določena teoretična napoved, ki napoveduje bolj kompleksno odvisnost, prava. Veliko lažje se že na oko vidi odstopanje merskih točk od premice, kot pa na primer razlika v odstopanju točk od krivulj 1/x ali 1/x^2.

- skozi merske točke je ročno veliko lažje potegniti premico in iz nje določiti parametre (k, n), kot pa kakšno drugo krivuljo.*

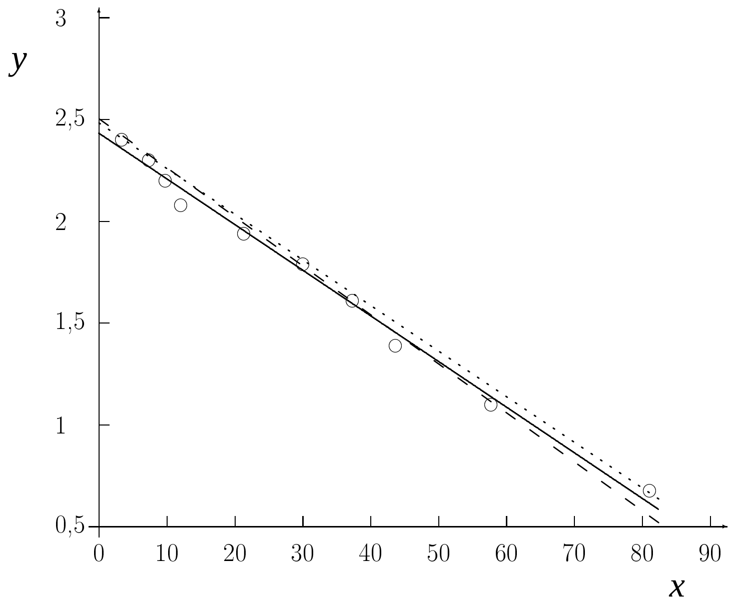
Skozi točke v lineariziranem grafu povlečemo premico tako, da hkrati kar najbolje popisuje vse merske točke. Dejansko ni treba, da gre skozi katero od točk, čeprav pri dobrih/natančnih meritvah seveda običajno gre. Naklonski koeficient te premice je sorazmernostni faktor med količinama na y in x oseh.

Ko določamo **naklonski koeficient premice,**

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \frac{\text{enota}\, y}{\text{enota}\, x} \tag{0.7}$$

vedno vnašamo vrednosti, odčitane s skale (z enotami), za točki pa si izberemo 2 točki na premici (ne dveh meritev), ki sta čim bolj narazen†. Premica (točke na njej) opisuje vse meritve, ne le izbranih dveh.

V praksi najlažje določimo napako naklonskega koeficienta tako, da poleg idealne premice skozi točke narišemo še eno, ki bi tudi »še kar sprejemljivo« opisala točke, in razliko med naklonskima koeficientoma vzamemo kot oceno napake celotne meritve za vrednost k (slika 0.2).



Slika 0.2: *Določanje napake pri naklonskem koeficientu.*

*Z uporabo računalnikov grafov ni več nujno linearizirati, ker programi omogočajo prilagoditev parametrovrazličnih krivulj glede na merske točke, čemur v pogovornem jeziku rečemo »fitanje«.

†Glej podpoglavje o napakah: pri odčitavanju naredimo absolutno napako, ki je enako velika za katerokoli točko. Pri odštevanju se absolutne napake seštevajo. Razlika vrednosti dveh točk, ki sta blizu, je majhna, kar pomeni, da je za dve bližnji točki relativna napaka večja. Pri deljenju se seštevajo relativne napake.